

# 一般入試前期A日程1日目

## 物 理

I 空所を埋め、問いに答えよ。 ア は語句で埋めよ。(配点 60)

図1のように、エレベーターの天井に、軽いばねの一端を固定し、他端に質量  $m$  の小球をつるす。静止したエレベーターの中で、小球は、ばねの自然の長さから  $A_0$  ( $A_0 > 0$ ) だけ伸びた位置で静止している。エレベーターの中に固定した鉛直上向きの  $x$  軸を考え、エレベーターが静止しているときのつりあいの位置を  $x = 0$  とする。重力加速度の大きさを  $g$  とする。

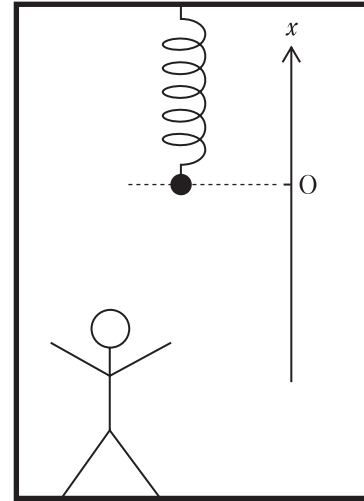


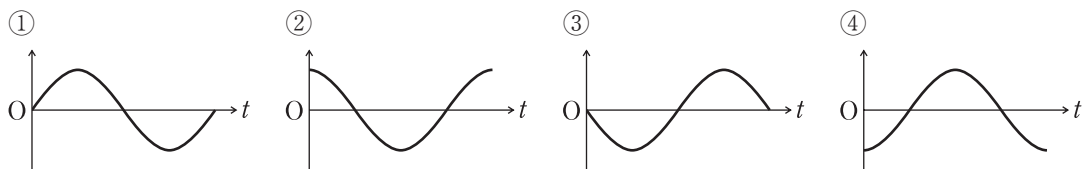
図1

- (1) つりあいの位置から小球をさらに  $A_0$  だけ下げ、時刻  $t = 0$  のとき、小球を静かにはなした。小球は単振動をした。

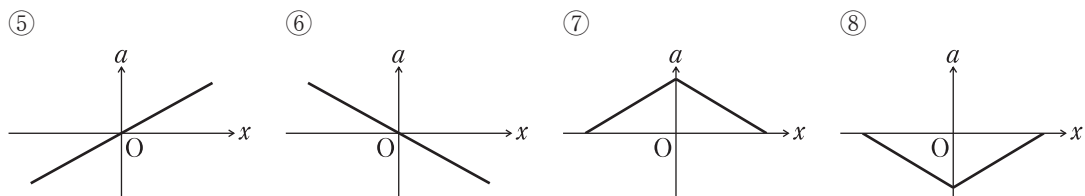
問1 ばねのばね定数を求めよ。

問2 下の①から④のグラフの横軸を時刻  $t$ 、縦軸を位置  $x$  とする。これらの  $x-t$  グラフの中から、小球の運動の様子を表すものを番号で答えよ。

問3 下の①から④のグラフの横軸を時刻  $t$ 、縦軸を速度  $v$  とする。これらの  $v-t$  グラフの中から、小球の運動の様子を表すものを番号で答えよ。



問4 下の⑤から⑧のグラフの横軸を位置  $x$ 、縦軸を加速度  $a$  とする。これらの  $a-x$  グラフの中から、小球の運動の様子を表すものを番号で答えよ。



- (2) 静止していたエレベーターが鉛直方向に上昇し、ある階で止まった。このエレベーターの上昇距離  $y$  と時刻  $t$  の関係は、図2の  $y-t$  グラフの実線で表されている。曲線  $OP$  と  $QR$  は放物線、 $PQ$  は線分である。原点  $O$  と点  $R$  は放物線の頂点である。 $t = 0$  のとき、エレベーターは上昇を開始した。 $0 < t < t_1$ 、 $t_2 < t < t_3$  ではエレベーターは等加速度直線運動をしている。 $t = t_1$  のとき、 $y = y_1$  になった。

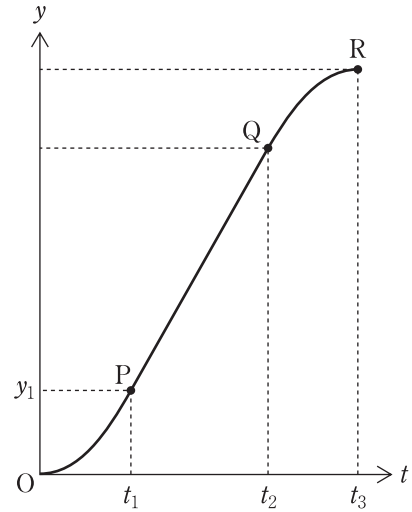


図2

問5 エレベーターの速さが0となる時刻  $t$  をすべて答えよ。

問6  $0 < t < t_1$  のときのエレベーターの加速度を求めよ。

問7  $t_1 < t < t_2$  のときのエレベーターの速度を求めよ。

問8 エレベーターの速度  $V$  と時刻  $t$  の関係を表す  $V-t$  グラフを解答欄に描け。

- (3) 次に、図1のエレベーターが図2の  $y-t$  グラフのように上昇した場合、このエレベーターの中ではばねにつながれた小球の運動を、図1と同じエレベーターの中に固定した鉛直上向き  $x$  軸で考える。図1のように、はじめ、小球は  $x = 0$  にあった。エレベーターが  $t = 0$  のとき上昇し始め、 $0 < t < t_1$  のとき、エレベーターの中の観測者から見て、小球には、重力、ばねの力、ア がはたらいている。エレベーターの中の観測者は、 $0 < t < t_1$  のとき、小球が単振動をして、その振幅が  $A_1$  であることを確認した。

問9  $0 < t < t_1$  のとき、振動の中心の位置  $x$  を、 $A_1$  を用いて表せ。

問10 このときの単振動の周期は、エレベーターが静止していたときの周期と比べると何倍になるか答えよ。

問11 エレベーターの加速度の大きさを、 $A_0$ 、 $A_1$ 、 $g$  を用いて表せ。

$t = t_1$  のとき、単振動をする小球がちょうど最下点に到達した。図2の  $y-t$  グラフの  $t_1 < t < t_2$  の範囲では、小球は  $0 < t < t_1$  のときとは異なる振幅で単振動をした。

問12 この単振動の振幅を、 $A_1$  を用いて表せ。

問13 エレベーターの中の観測者が見たときの小球の速さの最大値を、 $A_0$ 、 $A_1$ 、 $g$  を用いて表せ。また、最大値をとるときの位置  $x$  を求めよ。

Ⅱ 空所を埋め、問いに答えよ。イには語句を埋め、アおよびキからシには、選択肢から適切なものを選択し、その番号を記せ。(配点 45)

(1) 図1は、一巻きコイルを斜め上から見た図である。電流が図の向きに流れているとコイルが囲む面内では、ア{(1) 上向き, (2) 下向き}の磁場(磁界)が生じる。以下では、図1のコイルを流れる電流の向きを「左回り」とし、反対向きを「右回り」と書くこととする。

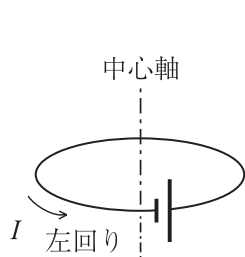


図1

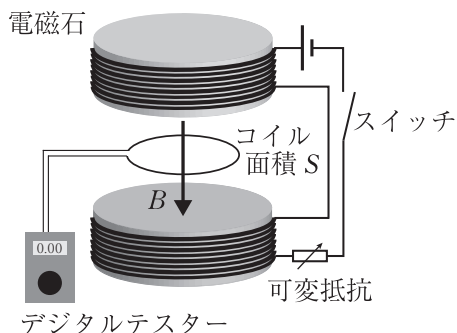


図2

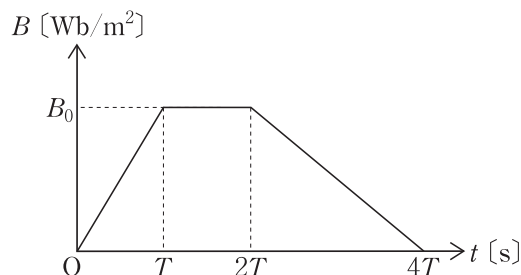


図3

(2) 図2のように下向きの一様な磁場を発生する電磁石の中に、一巻きコイルをコイルの面が磁場に垂直になるように挿入し、デジタルテスターをつないだ。コイルの抵抗を  $r$  [ $\Omega$ ]、コイルが囲む面積を  $S$  [ $\text{m}^2$ ] とする。電磁石のつくる磁場は常に上から下を向いている。図3に示すように時刻  $t = 0$  s に電源のスイッチを入れ、可変抵抗を操作して磁束密度の大きさを  $B = 0$   $\text{Wb}/\text{m}^2$  から一定の割合で増加させ、時刻  $t = T$  [s] に  $B_0$  [ $\text{Wb}/\text{m}^2$ ] とした。この磁束密度の大きさを時刻  $2T$  まで維持した後、一定の割合で減少させて時刻  $4T$  に  $0$   $\text{Wb}/\text{m}^2$  に戻した。

この間、デジタルテスターの示す電流値は変化した。これはコイルが囲む面を貫く磁束が変化し、イと呼ぶ現象によりコイルに起電力が生じたためである。

$0 \text{ s} < t < T$  での電磁石の磁束密度の大きさの単位時間あたりの変化はウであるため、コイルを貫く磁束の変化から大きさがエの起電力が生じる。起電力の大きさは、 $T < t < 2T$  ではオとなり、 $2T < t < 4T$  ではカとなる。

問い  $T = 50$  s,  $B_0 = 2.0$   $\text{Wb}/\text{m}^2$ ,  $S = 2.0 \times 10^{-1}$   $\text{m}^2$ ,  $r = 0.010$   $\Omega$  としてコイルに流れた電流の時間変化をグラフにし、解答欄の図の中に書き入れよ。ただし、電流の向きは左回りを正、右回りを負とする。

(3) 図4(a)のように、左回りに電流が流れているコイルは、上がN極、下がS極の磁石と考えることができる。このコイルの近くに、図4(b)のように磁石をおくと引力がはたらく。

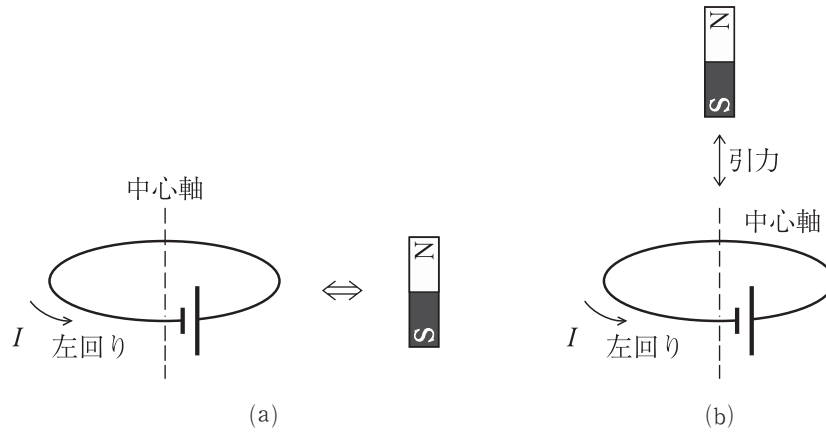


図4

図5にフランスの物理学者アラゴ (1786-1853) による「アラゴの円板」として知られる実験に基づいた装置を示す。アルミニウムまたは銅でできた円板の中心Oに回転軸を取り付け、円板が自由に回転できるようにする。この円板を挟むように上をN極、下をS極にして設置した磁石を円板に触れないように回転させたとき、円板も回転を始める。磁石による磁場は円板に垂直で上から下を向く。磁石を図のように左回りに回転させたとき、**イ**により、磁石が近づく側の円板の面には、**キ** {(1) 右回り, (2) 左回り}の渦電流が生じ、円板に対し**ク** {(1) 上向き, (2) 下向き}の磁束を生じる。このため、磁石との間に**ケ** {(1) 引力, (2) 斥力}がはたらく。一方、磁石が遠ざかる側の円板の面に生じた渦電流は**コ** {(1) 上向き, (2) 下向き}の磁束を生じ、磁石との間に**サ** {(1) 引力, (2) 斥力}がはたらく。これにより、円板は**シ** {(1) 右回り, (2) 左回り}に回転することになる。

消費電力をはかるために広く利用されている積算電力量計は、この「アラゴの円板」の原理を利用したものである。

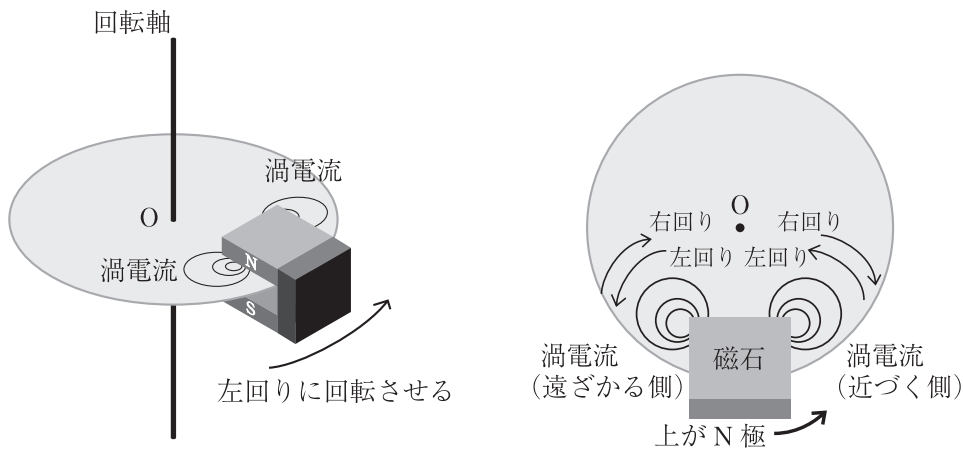


図5

Ⅲ 空所を埋め、問いに答えよ。ア は語句で埋めよ。(配点 45)

(1) 1895年にレントゲンは陰極線の研究をしている際に未知の放射線を発見し、X線と名付けた。X線の強さと波長の関係(スペクトル)は、なだらかな曲線の連続X線と鋭いピークの ア X線とからなる。連続X線のエネルギーは電子の運動エネルギーが転化したもので、電気素量を  $e$  [C], 陰極線の加速電圧を  $V$  [V], プランク定数を  $h$  [J·s] とすると、連続X線の振動数は イ 以下となる。

スリットにより細く絞った連続X線を結晶に照射する。入射するX線は平面波として結晶にあたる。X線の振動する電場(電界)により原子中の電子が振動し、入射したX線と同じ振動数の電磁波(X線)が新たに球面波として発生する。結晶中の各原子から放出されるX線は干渉して特定の方向で強め合う。このことから結晶中の原子の並びは、照射されたX線に対して回折格子になると考えられる。以下では、結晶中の各原子は辺の長さが  $d$  の立方体の頂点にあるとし、この立方体の各辺に沿って  $x, y, z$  軸をとる。

まず  $x$  軸上に等間隔で並んだ原子による回折によって強め合う向きを考える。図1のように、波長  $\lambda$  [m] のX線が  $x$  軸に対して角  $\alpha_0$  [rad] で入射し、回折して角  $\alpha$  [rad] の向きに進んだとする。このとき、隣り合う2つの原子で回折したX線が強め合う条件は次式で与えられる。

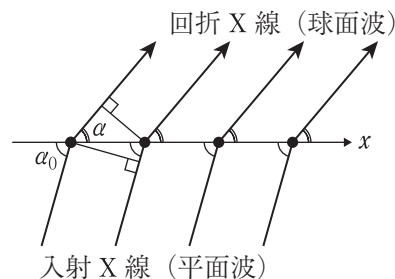


図1 直線上の原子の並びによる回折

問1 X線の波長  $\lambda$  が大きすぎると回折により強め合う現象が起きない。その理由を式①に基づき簡潔に述べよ。

$$d \cos \alpha - d \cos \alpha_0 = n\lambda \quad (n \text{ は整数}) \quad \text{①}$$

X線は、各原子から3次元空間のあらゆる向きに回折されるので、結晶から十分に離れた点から見ると、図2に示した  $x$  軸を軸とする特定の円錐の側面に沿って進むときに強め合う。ここで、 $\alpha_1$  [rad],  $\alpha_2$  [rad] は式①で  $n = 1, 2$  のときの角  $\alpha$  である。そのため、X線に反応する蛍光板を置くと、強め合う向きを示す何本かの曲線群が現れる。

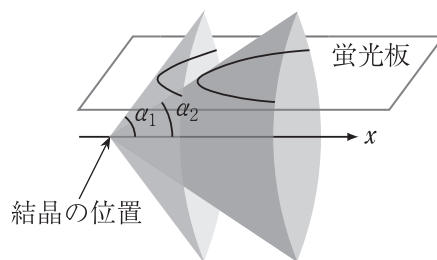


図2 強め合う向きを示す蛍光板上の曲線群

問2  $\alpha_0 = \frac{\pi}{2}$  のとき、強め合う向きを示す  $\alpha$  が  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  の範囲で3個だけ存在することが分かった。このとき、 $\frac{\lambda}{d}$  の範囲を求めよ。

(2) 次に、 $y$  軸上の原子による回折を考える。 $y$  軸に対して入射X線と回折X線がなす角をそれぞれ  $\beta_0$  [rad],  $\beta$  [rad] とする。回折したX線が強め合うのは、式①と次の式②の両方が成り立つときである。

$$d \cos \beta - d \cos \beta_0 = m\lambda \quad (m \text{ は整数}) \quad \text{②}$$

結晶から十分に離れた点で X 線が強め合う向きを考える。結晶の位置を原点として、 $x$  軸を中心軸とする円錐群と  $y$  軸を中心軸とする円錐群の交わりが強め合う向きを示す。ここで、すべての円錐の頂点は原点である。

蛍光板を  $xy$  面と平行に置き、X 線を蛍光板と垂直に入射した。このとき  $\alpha_0 = \beta_0 = \frac{\pi}{2}$  となり、図 1 で  $\alpha$  が強め合う向きであるとき、 $\pi - \alpha$  の向きでも強め合う。これは式①で  $n$  が負の値になったことに相当する。図 3 に示した曲線群は、それぞれ式①、②を満たす  $\alpha, \beta$  の向きを示している。

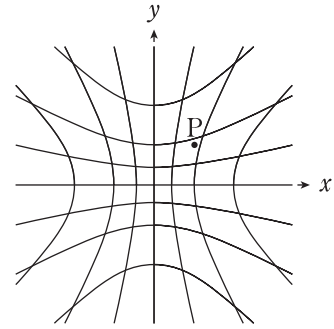


図 3 蛍光板上の曲線群

問 3  $n = \pm 2, m = \pm 2$  で強め合う向きにあたる 4 つの点は図 3 のどこに現れるかを解答欄の図に示せ。

(3) さらに、 $z$  軸上の原子による回折を考える。このとき、回折した X 線が強め合うためには、 $z$  軸に対して入射 X 線と回折 X 線がなす角をそれぞれ  $\gamma_0$  [rad],  $\gamma$  [rad] として、

$$d \cos \gamma - d \cos \gamma_0 = l\lambda \quad (l \text{ は整数}) \quad \text{③}$$

が成り立たなければならない。 $\alpha_0 = \beta_0 = \frac{\pi}{2}$  のときには  $\gamma_0 = 0$  である。このとき式③の  $l$  は負である。

問 4  $\gamma_0 = 0, l = -1$  のとき、式③で決まる円錐と  $z$  軸に垂直な蛍光板が交わって描かれる曲線は、図 3 に示した点 P を通った。この曲線を解答欄の図に描け。

式①、②、③から  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  が求められるが、それぞれに対応する蛍光板上の 3 つの曲線は、 $\lambda$  が特別の値でないと 1 点で交わらない。その理由を考えてみよう。

$\alpha, \beta, \gamma$  は、回折した X 線の進む向きが各座標軸となす角である。そのため、この向きの長さが 1 のベクトルの成分が  $(\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma)$  となり、

$$\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1 \quad \text{④}$$

となる。つまり、式①、②、③から求めた  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  は式④を満たさなければならない。従って、X 線の波長  $\lambda$  が式④を満たすときにだけ強め合うのである。

問 5  $\alpha_0 = \beta_0 = \frac{\pi}{2}, \gamma_0 = 0$  とする。 $n = m = 1, l = -1$  のときの  $\frac{\lambda}{d}$  および  $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$  を求めよ。

X 線が結晶によって回折を起こすのではないかとのラウエの提案を受けたフリードリッヒとクニッピンは、1912年に連続 X 線を硫酸銅の結晶に照射し、X 線回折写真の撮影に成功した。

問 6 X 線のスペクトルから連続 X 線が用いられた理由を簡潔に説明せよ。