

一般入試前期A日程2日目

物 理

I 空所を埋め、問いに答えよ。重力加速度の大きさを g とする。数値を問われているときは、 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ として計算せよ。カ は { } の選択肢から適切なものを選んで答えよ。

(配点 60)

(1) 図1に示すようなジェットコースターのレールがある。地面から高さ h の点 A から速度ゼロでスタートし、半径 h の円弧状のレール ABC をすべり、点 C からは半径 $2h$ の円弧状のレールで頂上の点 D を通り過ぎる。軌道円の中心を O_1 、 O_2 とする。 $\angle BO_1C$ を θ とする。 O_1CO_2 は一直線上にあり、点 D は点 A よりも低い位置にある。

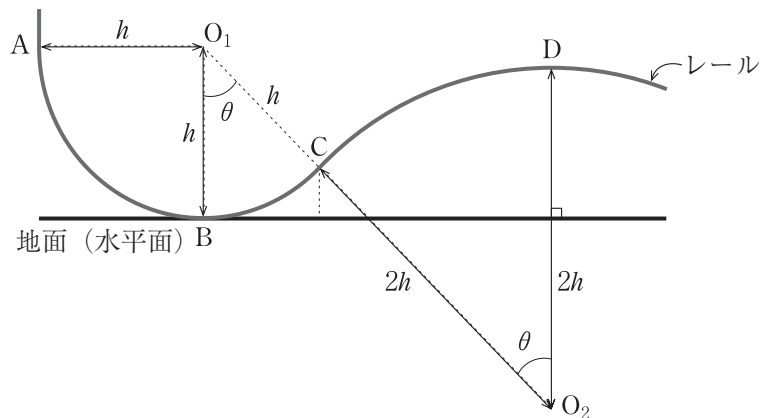


図1

まず、このレール上を質量 m のボールを転がす。ボールは質点と考え、レールとの間には摩擦はないとする。点 C の地面からの高さは ア であり、ボールが点 C に到達したときの速さは、イ である。ボール上の観測者が見ると、ボールには重力と遠心力とレールからの垂直抗力がはたらいている。ボールが点 C に到達する直前の垂直抗力の大きさは ウ、点 C を通過した直後の垂直抗力の大きさは エ となって、ジェットコースターで点 C を通過する前後での体感が大きく異なることがわかる。

問1 点 D の地面からの高さは $3(1 - \cos \theta)h$ である。ボールが点 D を通過するとき、レールから離れないことを示せ。

次に、5両編成のジェットコースターがレール上を走る場合を考えよう。どの車両も同じ構造で同じ質量であり、5両全体の質量を m とする。また、5両全体の長さを l とし、車両の高さは考えないものとする。しっかりと連結されているので、どの車両も同じ速さで運動する。3両目の中心が点 A にある状態で初速度ゼロで動き出した。車両の車輪とレールとの摩擦はないとする。

問2 先頭車両の中央が点 D に到達したときの速さ v_1 と、3両目の中央が点 D に到達したときの速さ v_3 、および5両目の中央が点 D に到達したときの速さ v_5 の大小関係を示せ。

問3 ボールを転がして点 D に到達したときの速さ v_D と、 v_3 の大小関係を示し、その理由を文章で述べよ。

問4 進行方向の加速度(速さの変化の割合)を考えよう。このジェットコースターの先頭車両が点 D に到達したときの進行方向の加速度 a_1 と、3両目が点 D に到達したときの加速度 a_3 、および5両目が点 D に到達したときの加速度 a_5 について、それぞれ{正・負・ゼロ}のどれかを答えよ。

(2) 速さ V で走る電車が、水平面上で半径 R のカーブにさしかかった。車内の乗客は、カーブ通過時に、遠心力と重力の合力を「みかけの重力」として感じるようになる。このときの「みかけの重力加速度」の大きさ g' は となる。

車内では、カーブに入る前から進行方向に直交する面内で振れている単振り子があった。この振り子の周期は、カーブ通過時には、 {長くなる・変わらない・短くなる}。

乗客が不快とならない遠心力の大きさは、その加速度の大きさが 0.90 m/s^2 以下とされている。

問5 速さ 30 m/s で電車を走らせるとき、線路を水平に敷いた場合、乗客が不快とならないためには、カーブの半径をいくら以上にする必要があるか。

カーブしている箇所の線路は、脱線を防ぐために、図2のように、カーブの外側を少し高くしている（その高さをカントという）ことが多い。レール間隔 L に対して、カントを H とし、その水平からの傾き角を θ [rad] とする。 $\sin \theta = \frac{H}{L}$ となるが、以下では θ は小さい値なので、 $\sin \theta \doteq \tan \theta \doteq \theta$ の近似を使うことにしよう。

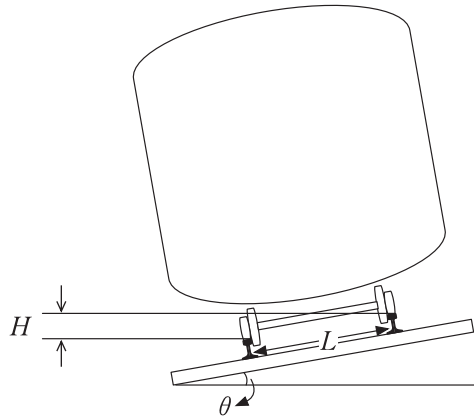


図2

問6 半径 500 m のカーブを、速さ 30 m/s で電車を走らせるとき、車内の「みかけの重力」の向きが車内で真下に感じられるようにするためには、線路につける傾き角 θ はいくらにすればよいか。[rad] の単位で答えよ。

実際には、カーブ上で電車が停止する場合もあり、安全性を考えると、線路の傾き角 θ には制限が必要である。日本の鉄道では、 θ の最大角は在来線で 0.10 rad 、新幹線で 0.14 rad として線路が敷設されている。

問7 半径 500 m のカーブで、 $\theta = 0.10 \text{ rad}$ の傾き角をつけるとき、車内での見かけの重力方向が真下に感じられるような電車の通過速度はいくらか。秒速で答えよ。必要であれば、 $\sqrt{10} \doteq 3.16$ を用いよ。

II 問いに答えよ。(配点 45)

- (1) 図1のように真空中で十分に広い平板に正電荷が一様に分布しているとき、電気力線は面に垂直に平板から上と下の方向にまっすぐ出てくる。面積 S [m²] の上面 A と下面 B からなる円柱を仮想的に考える。円柱と平板が交わる面内に電気量 Q [C] の電荷がある。電気力線は円柱の上面 A と下面 B、あわせて合計 $2S$ の面積を貫く。真空中でのクーロンの法則の比例定数を k_0 [N·m²/C²] とする。

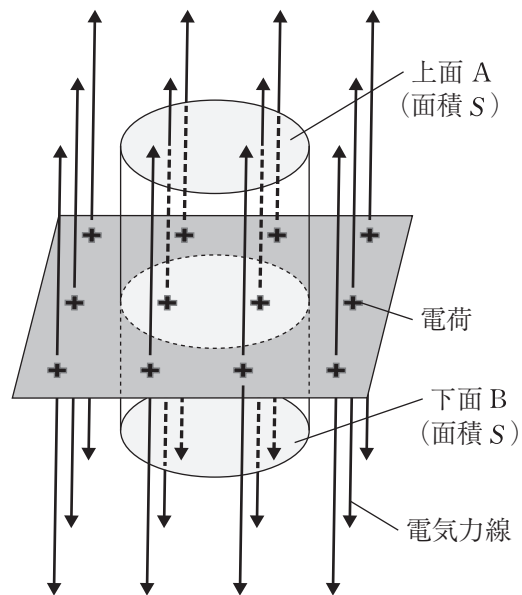


図1

- 問1 円柱の上面 A と下面 B を貫く電気力線の総数を答えよ。

電気力線に垂直な単位面積を貫く電気力線の本数は電場（電界）の強さを表している。

- 問2 平板の下側の電場の強さを求めよ。

- (2) 図2に示すような2枚の金属板1と2からなる平行平板コンデンサーを考える。各金属板がたくわえる電気量をそれぞれ $-Q$, Q とする。ここで各金属板の面積 S は十分に大きく、端の影響は無視できるものとする。金属板1にたくわえられた電荷からの電気力線を破線の矢印、金属板2からの電気力線を実線の矢印で表している。金属板1と2は電荷の符号が異なっているので、図2のように、金属板の外側では電場は打ち消しあうが、金属板間の電場は各金属板からの電場が強めあう。

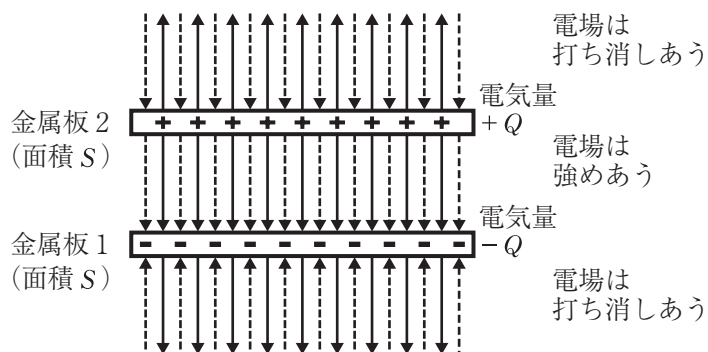


図2

- 問3 金属板2に作用する静電気力の大きさは、金属板2の電荷に金属板1が作り出した電場が作用する静電気力の大きさに等しい。この静電気力の大きさを求めよ。

- 問4 図2の金属板の間隔を d [m] とし、平行平板コンデンサーの電気容量を求めよ。ここで真空の誘電率 ϵ_0 [C²/(N·m²)] と k_0 の間に成り立つ関係式 $\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k_0}$ を用い、 S , d , ϵ_0 で表せ。

- (3) 図3に示すように金属板1を地面に固定し、もう一枚の金属板2は天井からつるされたばね定数 k [N/m] のばねにつなぐ。この平行平板コンデンサーの電気容量を C [F] とする。ばねは絶縁体でできており、金属板とばねとの間で電荷の移動はないものとする。金属板2と1の間には起電力 V [V] の電池と、スイッチがつながっている。スイッチを入れたら、金属板2は静電気力により金属板1に引きつけられ、ばねは自然長より x [m] だけ伸びる。このとき、天井が上下に移動して金属板2と1の間隔 d は常に一定に保たれるようになっている。これを状態1とする。ここで各金属板とばねの質量は無視する。

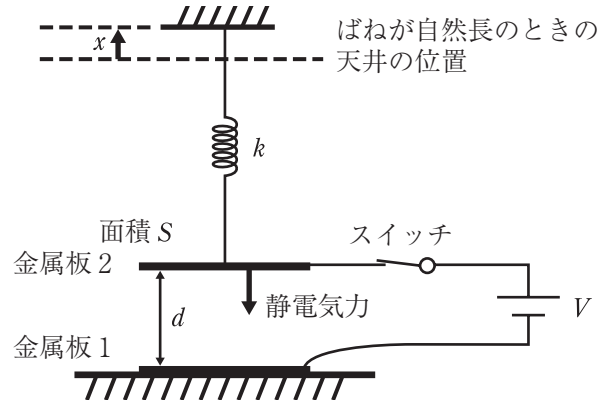


図3 状態1

問5 ばねの伸び x を C , k , d , V で表せ。

- (4) 次に、図4に示すようにスイッチを入れたまま、金属板間に厚さ t [m] で金属板2と同じ形状、同じ面積 S の金属板3を金属板2と平行に挿入した。これを状態2とする。

問6 状態2の平行平板コンデンサーの電気容量は状態1の何倍になるか。

問7 状態2の金属板2にはたらく静電気力の大きさは状態1ではたらく力の何倍になるか。

問8 状態2のばねの伸びが状態1の4倍になるとき、 t を d で表せ。

- (5) 図3の状態1に戻し、スイッチを切った後、金属板3を他の金属板と平行に挿入する。

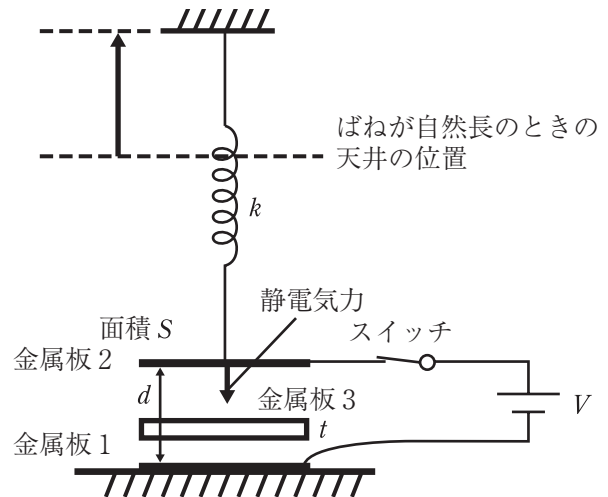


図4 状態2

問9 金属板3を挿入した後のばねの伸びは状態2のときのばねの伸びと比べて、増えるか、変わらないか、減るかを答えよ。

Ⅲ 問いに答えよ。(配点 45)

水飲み鳥という玩具がある(図1)。濡れた頭から水が蒸発する作用で胴体にある液体が上昇し、頭が重くなって前かがみになった鳥は前方に置いたコップにくちばしをつける。前傾している間に頭の液体は胴体にもどり、ふたたび起き上がって元の姿勢になる。こうして水飲み鳥は体を揺らしながら水を飲むような動作をくり返す。以下では簡略化したモデルを用いて水飲み鳥の仕組みについて考える。



図1 水飲み鳥

図2のように断面積 S の管でつながれた2つの容器(上が頭, 下が胴体)が鉛直に置かれている。容器全体は密閉され、頭に布が巻かれて、胴体には半分くらいまで液体が入っている。理想気体でみたされた内部は液体によって2つの部分に分けられて、頭部(管も含む)と胴体部の気体をそれぞれ気体A, 気体Bとする。液体の密度を ρ (一定), 気体定数を R , 重力加速度の大きさを g とする。また、管は熱を伝えず、液体や容器などの熱膨張や、気体にはたらく重力などは無視する。

はじめ気体Aと気体Bの圧力は等しく、液体の上面は一定の高さであった(状態1)。また、体積と温度、物質もともに等しく、それぞれ V_0, T_0, n とする。

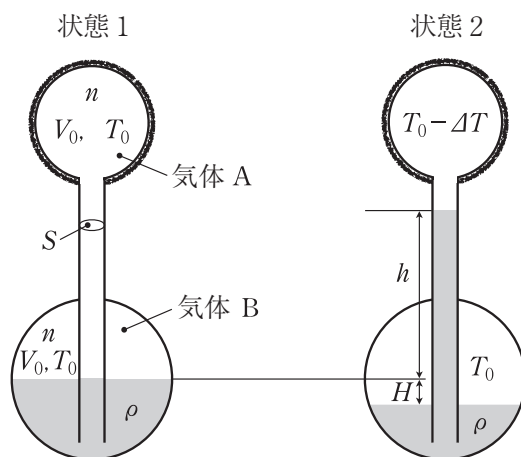


図2 水飲み鳥のモデル

問1 状態1の気体Aの圧力を求めよ。

頭部の布を湿らせると気体Aの温度は ΔT ($\Delta T > 0$) だけ下がり、一定になった。管内の液体の上面は h だけ上昇し、胴内の液体の上面は H だけ下がって止まった(状態2)。また、気体Bの温度は T_0 , 気体A, 気体Bの物質量は n のまま変化しなかった。

問2 水が蒸発するときに必要な熱を何というか, 答えよ。

問3 液体が上昇したことに注意して, 状態2の気体Aの体積を求めよ。

問4 状態2の気体Aの圧力を求めよ。

問5 次の量について、状態1から状態2の変化で変化量（正負も考慮する）が小さいものから順に記号を並べよ。

ア. 気体Aの内部エネルギー

イ. 気体Bの内部エネルギー

ウ. 液体の重力による位置エネルギー

問6 状態2の気体A, Bの圧力をそれぞれ p_A , p_B とすると,

$$p_A + \boxed{\text{ア}} = p_B \quad \text{①}$$

の関係がある。液体の密度 ρ を含む式で空所アを埋めよ。

問7 状態2の気体Bの圧力は $p_B = \frac{nRT_0}{V_0 + Sh}$ となることがわかる。これと問4の結果を式①に代入して ΔT について解くと,

$$\Delta T = \frac{\rho g(h + H)(V_0 - Sh)}{nR} + \frac{\boxed{\text{イ}}}{V_0 + Sh} \quad \text{②}$$

となる。空所イを埋めよ。

問8 管内の液体が $h = 1.0 \text{ cm}$ 上昇するのに必要な温度差 ΔT のおおよその値を求める。具体的な数値を式②に代入したとき、値が大きい第2項だけを計算し、下のア～エから最も近い値を選んで記号で答えよ。 $S = 0.20 \text{ cm}^2$, $V_0 = 10 \text{ cm}^3$, $T_0 = 300 \text{ K}$ とする。

{ア. 0.1 K イ. 1 K ウ. 10 K エ. 100 K}

このように、気体A, Bの物質量が変化しない場合、頭部が冷えても液体は十分に管を上昇しないことがわかる。そこで、実際の水飲み鳥では沸点の低い液体とその気体を用い、それらの間で状態変化が生じるようにしている。この場合に状態1から状態2への変化を考える。

問9 変化の間に気体Aのうち a ($0 < a < 1$) の割合が凝縮（液化）した。このとき気体Aの圧力を表す式は変更され、問4で求めた表式を X 倍したものになる。 a を用いて X を求めよ。状態変化による液体の体積変化は無視する。

詳しく調べると、気体Aが凝縮することにより頭部の圧力が十分に下がって液体が上昇することがわかる。その重さで水飲み鳥は前傾し、水にくちばしをつける動作を行うのである。