一般入試前期Ａ日程２日目

数　学

$\boxed{\text{I}}$ 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) i を虚数単位とする。$z=2-i$ のとき，$z^2-4z=\boxed{\text{ア}}$ である。

また，実数 a が $(1+2i)a^2+(1+3i)a-2(1+i)=0$ を満たすとき，$a=\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $x+\dfrac{1}{x}=5$ のとき，$x^2+\dfrac{1}{x^2}=\boxed{\text{ウ}}$，$x^3+\dfrac{1}{x^3}=\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) t を実数として，$\vec{a}=(1,2,3)$, $\vec{b}=(2,1,1)$, $\vec{c}=\vec{a}+t\vec{b}$ とする。

$\vec{a}$ と $\vec{c}$ が垂直であるとき，$t=\boxed{\text{オ}}$ であり，$|\vec{c}|=\boxed{\text{カ}}$ である。

(4) 1, 2, 3, 4, 5 の 5 個の数字のうち，異なる 3 個を並べて 3 桁の整数をつくる。このうち，

345 より小さい整数は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 個あり，

531 は小さい方から数えて $\boxed{\text{ク}}$ 番目の整数である。

Ⅱ　【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点　30）

(1)　等差数列 $\{a_n\}$　$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ が，$a_6 = 21,\ a_9 = 33$ を満たすとき，

$\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{ア}}$ である。

また，初項 4，公比 5 の等比数列 $\{b_n\}$　$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ の初項から第 n 項までの

和を S_n とするとき，$S_n = \boxed{\text{イ}}$ であり，$\displaystyle\sum_{k=1}^{100} S_k = \frac{1}{4}\left(5^{101} - \boxed{\text{ウ}}\right)$ である。

(2)　$\triangle\mathrm{ABC}$ において，$\mathrm{AB} = \sqrt{6},\ \mathrm{BC} = 2,\ \angle\mathrm{BAC} = 45^\circ$ とする。

このとき，$\sin\angle\mathrm{ACB} = \boxed{\text{エ}}$ である。

また，$\angle\mathrm{ACB}$ が鈍角のとき，$\angle\mathrm{ABC} = \boxed{\text{オ}}^\circ$ であり，$\mathrm{AC} = \boxed{\text{カ}}$ である。

Ⅲ 【数学 ① のみ解答】

2 つの関数 $f(x)=\log x,\ g(x)=-\log x+px+q$ について，次の問いに答えよ。ただし，$p,\ q$ は実数とし，自然対数の底を e とする。（配点 40）

(1) 曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\bigl(e,\ f(e)\bigr)$ における接線の方程式を求めよ。

(2) 曲線 $y=g(x)$ 上の点 $\bigl(e,\ g(e)\bigr)$ における接線が (1) で求めた直線と一致するとき，実数 $p,\ q$ の値を求めよ。

(3) 曲線 $y=g(x)$ の凹凸を調べよ。

(4) $p,\ q$ を (2) で求めた値とするとき，2 曲線 $y=f(x),\ y=g(x)$ および 直線 $x=e^2$ で囲まれる図形の面積を求めよ。

Ⅳ 【数学 ① のみ解答】

$f(t) = \pi t\left(9 - t^2\right)$ とするとき，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) $f(t)$ を微分せよ。また，$f(t)$ の増減を調べて極値を求めよ。

(2) $x = \cos f(t),\ y = \sin f(t)$ とするとき，$\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2$ を計算せよ。

(3) 座標平面上を運動する点 P の時刻 t における座標 $(x,\ y)$ が，
$x = \cos f(t),\ y = \sin f(t)$ で表されているとき，$t = 0$ から $t = 3$ までに
点 P が点 $(-1, 0)$ を通過する回数 N を求めよ。

(4) (3) における点 P が，$t = 0$ から $t = 3$ までに動く道のり s を求めよ。

$\boxed{\text{V}}$ 【数学 ② のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 2 次方程式 $x^2 - 16x - 11 = 0$ の 2 つの解を $\tan\alpha$, $\tan\beta$ と表す。

ただし，$-\dfrac{\pi}{2} < \alpha < \beta < \dfrac{\pi}{2}$ とする。

このとき，$\tan(\alpha + \beta) = \boxed{\text{ア}}$, $\tan(\beta - \alpha) = \boxed{\text{イ}}$ であり，

$\beta - \alpha = \boxed{\text{ウ}}$ である。また，$\cos 2\alpha = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) $m > 0$ とし，直線 $y = mx + 2$ を円 $x^2 + y^2 = r^2$ の円周上の点 P における接線とする。

(i) $r = 1$ のとき，$m = \boxed{\text{オ}}$ であり，点 P の座標は $\left(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}\right)$ である。

(ii) 半径 r を m を用いて表すと，$r = \dfrac{2}{\sqrt{\boxed{\text{ク}}}}$ である。

よって，定数 m の値にかかわらず，点 P は常に円 $x^2 + y^2 - \boxed{\text{ケ}} = 0$ 上にある。

$\boxed{\text{VI}}$ 【数学 ② のみ解答】

$k > 0$ とする。2 次関数 $f(x) = x^2 + \left(k - \dfrac{1}{k}\right)x - 1$ について，

次の問いに答えよ。（配点　40）

(1)　$f'(x)$ を求めよ。

(2)　曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた図形の面積 S を k を用いて表せ。

(3)　(2) で求めた S について，S が最小となる k の値と，そのときの S の値を求めよ。

(4)　k を (3) で求めた値とするとき，点 $(0,\ -2)$ を通る $y = f(x)$ の接線の方程式をすべて求めよ。