一般入試前期B日程

数　学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	3
イ	-3
ウ	$\frac{3}{2}$
エ	$\frac{3}{4}$
オ	2
カ	12
キ	2
ク	-0.5

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$c^2+a^2-b^2$
イ	$a^2+b^2-c^2$
ウ	$\sqrt{3}$
エ	$\sqrt{5}$
オ	$-\frac{5}{4}$
カ	1
キ	π

Ⅲ 【数学①のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$f'(x) = 5e^{5x}$ より，求める接線の方程式は，$y = 5e^{5a}x - 5ae^{5a} + e^{5a}$

(2)　原点を通るので，$0 = 0 - 5ae^{5a} + e^{5a}$ を解くと，$a = \dfrac{1}{5}$

(3)　l と x 軸の交点の x 座標は，$0 = 5e^{5a}x - 5ae^{5a} + e^{5a}$ を解いて，$x = a - \dfrac{1}{5}$

l の y 切片が正となるのは $a < \dfrac{1}{5}$ の範囲なので，求める三角形の面積は，

$$S(a) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{5} - a\right)\left(-5ae^{5a} + e^{5a}\right) = \frac{1}{10}e^{5a}(1-5a)^2$$

(4)　$S'(a) = \dfrac{1}{2}e^{5a}(1-5a)^2 - e^{5a}(1-5a) = \dfrac{1}{2}e^{5a}(5a-1)(5a+1)$

増減表は次のようになる。

a	$\cdots$	$-\frac{1}{5}$	$\cdots$	$+\frac{1}{5}$
$S'(a)$	$+$	0	$-$	
$S(a)$	$\nearrow$	$\frac{2}{5e}$	$\searrow$	

よって，$S(a)$ は $a = -\dfrac{1}{5}$ で最大値 $\dfrac{2}{5e}$ をとる。

Ⅳ 【数学①のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$\sqrt{2a+1} = \dfrac{1}{a\sqrt{2a+1}}$，$2a+1 > 0$ より，$a = \dfrac{1}{2}$.

(2)　$\displaystyle\int f(x)\,dx = \frac{1}{3}(2x+1)^{\frac{3}{2}} + C$　(C は積分定数)

(3)　$\displaystyle S = \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \sqrt{2x+1}\,dx = \left[\frac{1}{3}(2x+1)^{\frac{3}{2}}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

(4)　$\sqrt{2x+1} = t$ と置換して，

$$\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{3}{2}} \frac{1}{x\sqrt{2x+1}}\,dx = \int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{2}{t^2-1}\,dt = \int_{\sqrt{2}}^{2}\left(\frac{1}{t-1} - \frac{1}{t+1}\right)dt$$

$$= \left[\log\frac{t-1}{t+1}\right]_{\sqrt{2}}^{2} = \log\frac{3+2\sqrt{2}}{3}$$

V 【数学②のみ解答】

ア	$\frac{1}{3}$
イ	$\frac{5}{9}$
ウ	$\frac{1}{3}$
エ	$\frac{2}{3}$
オ	$\left(-\frac{1}{3}\right)^n$
カ	$2\sqrt{2}$
キ	7
ク	57

Ⅵ 【数学②のみ解答】（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$f(x) = \left|x^2 - 1\right| - k = 0$ を解くと，$k > 1$ であることから，

$x^2 = 1 + k$ である。よって，$x = \sqrt{k+1},\ -\sqrt{k+1}$

(2)　$\displaystyle\int_0^1 \left\{-(x^2-1) - k\right\} dx = \left[-\frac{x^3}{3} + x - kx\right]_0^1 = \frac{2}{3} - k$

(3)　$\displaystyle g(k) = \int_0^k f(x)\,dx = \int_0^1 f(x)\,dx + \int_1^k f(x)\,dx$

$$= \frac{2}{3} - k + \int_1^k \left\{x^2 - (k+1)\right\} dx$$

$$= \frac{2}{3} - k + \left[\frac{x^3}{3} - (k+1)x\right]_1^k = \frac{k^3}{3} - k^2 - k + \frac{4}{3}$$

(4)　$g'(k) = k^2 - 2k - 1 = 0$ を解くと，　$k = 1 \pm \sqrt{2}$

$k > 1$ の範囲で増減表は次のようになる。

k	1	$\cdots$	$1+\sqrt{2}$	$\cdots$
g'		$-$	0	$+$
g		$\searrow$	極小・最小	$\nearrow$

よって，$g(k)$ は $k = 1 + \sqrt{2}$ で最小値をとる。