公募制推薦入試

数　学

I　【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点　40）

(1)　a, b, c, d を実数とし，i を虚数単位とする。

等式 $(-1+3i)^2+5+a=(b+2)i$ が成り立つとき，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

また，$\dfrac{(3+2i)^2}{-1+2i}=c+di$ が成り立つとき，$d=$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$x=-3\pm\sqrt{7}$ を解とする 2 次方程式を $x^2+px+q=0$ とする。

このとき，$p=$ $\boxed{\text{ウ}}$ であり，定積分 $I=\displaystyle\int_{-1}^{2}(x^2+px+q)\,dx$ の値は，

$I=$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　$a>0,\ a\fallingdotseq 1$ とする。$A=\log_a\sqrt{\dfrac{a^{-2}+1}{a^2+1}}$ を計算すると，$A=$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

また，$f(x)=\dfrac{(\log_2 x)^2+2\log_2 x+9}{\log_2 x^2}$　$(x>1)$ の最小値 m は，$m=$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4)　1 枚の硬貨を続けて 8 回投げるとき，少なくとも 1 回は表が出る確率は $\boxed{\text{キ}}$ であり，

表がちょうど 4 回出る確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{II}}$ 【数学 ① のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点　30）

(1)　平面上の $\triangle$OAB, $\triangle$OAC について，OA$=2$，OB$=4$，OC $=2\sqrt{6}$,

$\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ が成り立つとする。このとき，$\cos\angle\mathrm{OAC}=$ $\boxed{\quad ア \quad}$ であり，

$\sin\angle\mathrm{AOB}=$ $\boxed{\quad イ \quad}$ である。さらに，点 D が $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=-2\,\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ を満たすとき，

$\triangle$ABD の面積 S の値は，$S=$ $\boxed{\quad ウ \quad}$ である。

(2)　a, b を実数とし，$f(x)=a\sqrt{2x+1}\,+\,b$ とする。

関数 $f(x)$ を微分すると，$f'(x)=$ $\boxed{\quad エ \quad}$ である。

また，$\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ のとき，$a=$ $\boxed{\quad オ \quad}$，$b=$ $\boxed{\quad カ \quad}$ であり，

曲線 $y=f(x)$ 上の点 $\big(4,\,f(4)\big)$ における法線と y 軸との交点の座標は $\Big(0,\ \boxed{\quad キ \quad}\Big)$ である。

Ⅲ　【数学 ① のみ解答】

関数 $f(x)=x^2 e^{-x}$ について，次の問いに答えよ。（配点 30）

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(3) a を実数とし，関数 $g(x)$ が $g'(x)=f(x)$ を満たすとする。$x>0$ において，関数 $h(x)=g(x)+ax$ が極値をもつとき，a のとりうる値の範囲を求めよ。

$\boxed{\text{Ⅳ}}$ 【数学 ② のみ解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) 原点を O とする座標平面上の 3 点 A(2, 1)，B(−4, 5)，P(x, y) について，

$\overrightarrow{\mathrm{AP}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{BP}} = 1$ を満たす点 P の軌跡は，円 $C : x^2 + y^2 + \boxed{\text{ア}} = 0$ である。

また，円 C の中心を E とすると，$\cos\angle\mathrm{AOE} = \boxed{\text{イ}}$ である。

さらに，点 E と直線 $2x + y - 5 = 0$ の距離 d は，$d = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 等差数列 $\{a_n\}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ が $a_2 = 12$，$a_6 = 4$ を満たすとき，

$\{a_n\}$ の一般項は，$a_n = \boxed{\text{エ}}$ である。

また，数列 $\{T_n\}$ を，$T_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} |a_k|$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ と定めるとき，

T_8 の値は，$T_8 = \boxed{\text{オ}}$ であり，数列 $\{T_n\}$ の $n \geqq 9$ のときの一般項は

$T_n = \boxed{\text{カ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{カ}}$ は n の整式とする。

$\boxed{\mathrm{V}}$ 【数学 ② のみ解答】

関数 $f(x)=-(x-2)(x^2-4x+1)$ について，次の問いに答えよ。（配点 30）

(1) $f(x)$ を微分せよ。また，$f'(x)=0$ となる x の値をすべて求めよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(3) a を正の実数とする。$f(x)$ の $a \leqq x \leqq a+3$ における最大値 $M(a)$ を求めよ。