一般入試前期A日程１日目

数　学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	-1
イ	2
ウ	$-\frac{\sqrt{5}}{5}$
エ	$\frac{4}{5}$
オ	2
カ	$-\frac{2}{3}$
キ	33
ク	9

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	8
イ	$\sqrt{41}$
ウ	$16\sqrt{5}$
エ	-1
オ	-1
カ	0

Ⅲ　**【数学①のみ解答】**（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$f'(x) = 2x\ \cos 2x$

(2)　増減表は次のようになる．

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{4}$	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	／	$+$	0	$-$	／
$f(x)$	／	↗	$\frac{\pi+2}{4}$	↘	／

$x = \dfrac{\pi}{4}$ で極大で，極大値は $\dfrac{\pi+2}{4}$

(3)　
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(x\ \sin 2x + \frac{1+\cos 2x}{2} \right) dx$$
$$= \left[-\frac{x}{2}\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 2x + \frac{x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2}$$

(4)　$A = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(x)\,dx$ とおく．

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (f(x) + Ax)\,dx = \frac{\pi}{2} + \left[\frac{A}{2}x^2 \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi^2}{8}A$$

したがって，$A = \dfrac{4\pi}{8-\pi^2}$

$\boxed{\text{IV}}$ 【数学①のみ解答】(解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = \dfrac{1}{x}$ より $f'(a) = \dfrac{1}{a}$

(2) l_P の傾きは $-a$，l_Q の傾きは $-(a+h)$

$$l_P:\ y = -ax + a^2 + \log(2a)$$

$$l_Q:\ y = -(a+h)x + (a+h)^2 + \log\bigl(2(a+h)\bigr)$$

(3) (2) より $x_R = 2a + h + \dfrac{\log\bigl(2(a+h)\bigr) - \log(2a)}{h}$,

$$y_R = -ax_R + a^2 + \log(2a)$$

(1) より $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{\log\bigl(2(a+h)\bigr) - \log(2a)}{h} = f'(a) = \frac{1}{a}$

$$A = \lim_{h\to 0} x_R = 2a + \frac{1}{a}\ ,\quad B = \lim_{h\to 0} y_R = \log(2a) - 1 - a^2$$

(4) $B' = \dfrac{1}{a} - 2a = \dfrac{(1-\sqrt{2}\,a)(1+\sqrt{2}\,a)}{a}$

a	0	$\cdots$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\cdots$
B'	／	$+$	0	$-$
B	／	↗	極大，最大	↘

$a > 0$ と増減表より，B は $a = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ のとき最大.

V 【数学②のみ解答】

ア	$\sqrt{2}$
イ	$\sqrt{3}$
ウ	$\dfrac{\sqrt{6}}{3}$
エ	$\dfrac{\sqrt{2}+2}{6}$
オ	$\dfrac{1}{8}$
カ	$\dfrac{1}{4^n}$
キ	$1-\dfrac{1}{2^n}$
ク	$2\cdot 3^n-2^n$

VI 【数学②のみ解答】(解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $\displaystyle\int_0^x (3t^2-2t-2)\,dt = \Big[t^3-t^2-2t\Big]_0^x = x^3-x^2-2x$

(2) $f(x)=3x^2-2x-2+2I$

(1) より $I=-2+2I$ となり $I=2$，$f(x)=3x^2-2x+2$

(3) $\displaystyle c=\int_0^1 |g(t)|\,dt$ とおくと，$c>0$ で，$g(x)=x-c$

(i) $0<c\leqq 1$ のとき $\displaystyle c=\int_0^c (c-t)\,dt+\int_c^1 (t-c)\,dt = c^2-c+\frac{1}{2}$

$2c^2-4c+1=0$，$0<c\leqq 1$ より，$c=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

(ii) $c>1$ のとき $\displaystyle c=\int_0^1 (c-t)\,dt = c-\frac{1}{2}$ となり不適

以上より，$c=\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$，$g(x)=x-\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$

(4) $h(x)=x^3-x^2+2-\sqrt{2}$，$h'(x)=3x\left(x-\dfrac{2}{3}\right)$

x	0	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	1
$h'(x)$	0	$-$	0	$+$	$+$
$h(x)$	$2-\sqrt{2}$	↘	極小，最小	↗	$2-\sqrt{2}$

$x=\dfrac{2}{3}$ のとき最小で，最小値は $\dfrac{50}{27}-\sqrt{2}$

$x=0,\ 1$ のとき最大で，最大値は $2-\sqrt{2}$