一般入試前期A日程２日目

物　理

Ⅰ　空所を埋め，問いに答えよ。（配点 60）

　カーリングのように床の上でストーンを一投ずつすべらせ，どちらが目標点により近いところで自分のストーンを止められるかを競うゲームを考える。ただし，後からすべらせたストーンが目標点を通り過ぎてしまうと負けになる。ストーンの質量はともに m で，大きさは無視する。

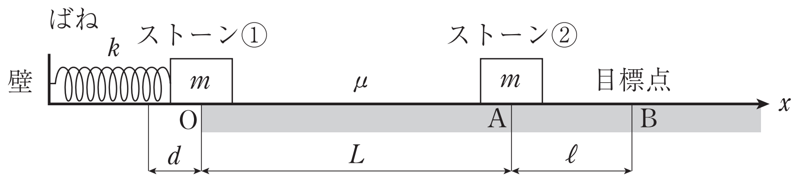

図１

　図１のように水平な床があり，左の壁にばね定数 k の軽いばねの一端を固定する。ばねが自然長のとき，ばねの右端に自分のストーン①を接触させて静止させる。ストーン①の位置を原点 O として水平右向きに x 軸をとる。ばねとストーン①は触れているだけで，つながってはいない。相手が先にすべらせたストーン②は，目標点 B より距離 ℓ だけ手前の $x = L$ の点 A で止まっている。床の $x \leqq 0$ の部分はなめらかだが，$x > 0$ の部分は粗く，ストーンと床の間の動摩擦係数は μ である。重力加速度の大きさを g とする。

　ストーン①を $x = -d$ まで手で押し付けて静止させた。このときばねに蓄えられている弾性力による位置エネルギーは $\boxed{\quad ア \quad}$ である。手を静かにはなすと，ばねに押されたストーン①は，点 O でばねから離れた。ストーン①は床から動摩擦力 $\boxed{\quad イ \quad}$ を受けながら動き，点 A で静止しているストーン②に衝突した。

問１　ストーン①がばねから離れる瞬間の速度 v_0 を求めよ。

問２　点 A で衝突する直前のストーン①の速度を v_0 を用いて表せ。

問３　ストーン①がばねを離れてから点 A に到達するまでの時間を v_0 を用いて表せ。

　以下では，問２で求めたストーン①の速度を**衝突速度**とよび，v_c とする。

　静止しているストーン②に衝突速度 v_c でストーン①が衝突した後，両者は右向きに動き始めた。ストーン①と②の間のはねかえり係数（反発係数）を e（$0 < e < 1$）とし，衝突直後のストーン①およびストーン②の速度をそれぞれ v_1，v_2 とすれば，

$$v_1 = \boxed{\quad ウ \quad} \times v_c,\quad v_2 = \boxed{\quad エ \quad} \times v_c$$

となる。ストーン①が点 A から距離 z_1，ストーン②が点 A から距離 z_2 のところで止まった。

問４　動摩擦力がした仕事から z_1 が次式で与えられることを示せ。

$$z_1 = \frac{{v_1}^2}{2\mu g}$$

問５　ストーン①が目標点 B（$x = L + \ell$）で止まるための衝突速度 v_c を求めよ。

ストーン①がばねから離れてから目標点Bで止まるまでのストーン①の速度 v の変化を考える。図2に，ストーン①がストーン②と衝突する時刻 t_A，ストーン①の衝突速度 v_c，ストーン①の衝突直後の速度 v_1，およびストーン①がばねから離れる瞬間の速度 v_0 を示した。

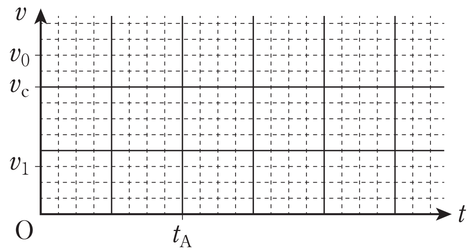

図2

問6　ストーン①がばねを離れてから目標点Bに到達するまでの速度変化のグラフの概形を，解答欄の図に実線で示せ。また，ストーン①が目標点Bで止まる時刻 T を図の t 軸上に示せ。

問4に示した z_1 と v_1 の関係は，z_2 と v_2 についても成り立つ。

問7　ストーン①とストーン②が目標点Bをはさんで等距離の位置で止まり，引き分けとなった。このときの衝突速度 v_c を求めよ。

問8　引き分けになったときストーン①をばねに押し付けた距離 d はいくらであったか求めよ。

衝突速度 v_c を問5と問7で求めた値の間にすれば，このゲームで勝つことができる。

Ⅱ　問いに答えよ。(配点 45)

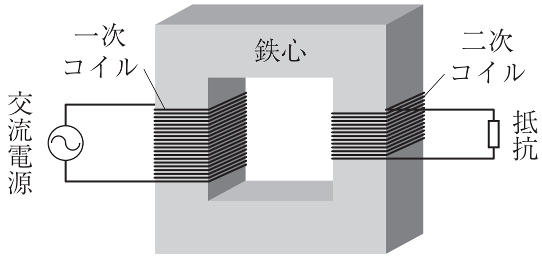

図1　変圧器

(1)　図1のような，鉄の固まりで作った鉄心に2つのコイルを巻いた変圧器について考える。

一次コイル，二次コイルの巻数をそれぞれ N_1, N_2 とする。一次コイルに V_1〔V〕の交流電圧を加えると，コイルに流れる交流電流により鉄心の中には時間とともに変化する磁束 Φ〔Wb〕が生じる。この磁束は鉄心から漏れずにそのまま二次コイルの中を通り，二次コイルには V_2〔V〕の誘導起電力が生じる。磁束は微小時間 Δt〔s〕の間に $\Delta\Phi$〔Wb〕だけ変化するものとする。

問1　誘導起電力 V_2 を N_2, $\Delta\Phi$, Δt を用いて表せ。

一次コイルには逆起電力 V_1'〔V〕が生じ，この逆起電力は $V_1 = -V_1'$ の関係で一次コイルに加えられる電圧 V_1 と常につり合っている。1次側，2次側の交流電圧の実効値をそれぞれ V_{1e}, V_{2e} とする。

問2　上記のつり合いから，N_1, N_2, V_{1e}, V_{2e} の関係式を示せ。

二次コイルに抵抗を接続したとき，この抵抗で消費される電力について考える。一次コイル，二次コイルに流れる交流電流の実効値をそれぞれ I_{1e}〔A〕, I_{2e}〔A〕とする。

問3　抵抗によって消費される電力を V_{2e}, I_{2e} を用いて表せ。

理想的な変圧器の場合には鉄心やコイルでエネルギーの損失が発生しない。

問4　理想的な変圧器を用いた場合の V_{1e}, I_{1e}, V_{2e}, I_{2e} の関係を式で表せ。

現実に図1のような変圧器を製作すると，鉄心に発生する渦電流などの影響により発熱しエネルギー損失が生じる。

問5　図2から，ある時刻に発生する渦電流の概形で適切なものを選択し記号で答えよ。

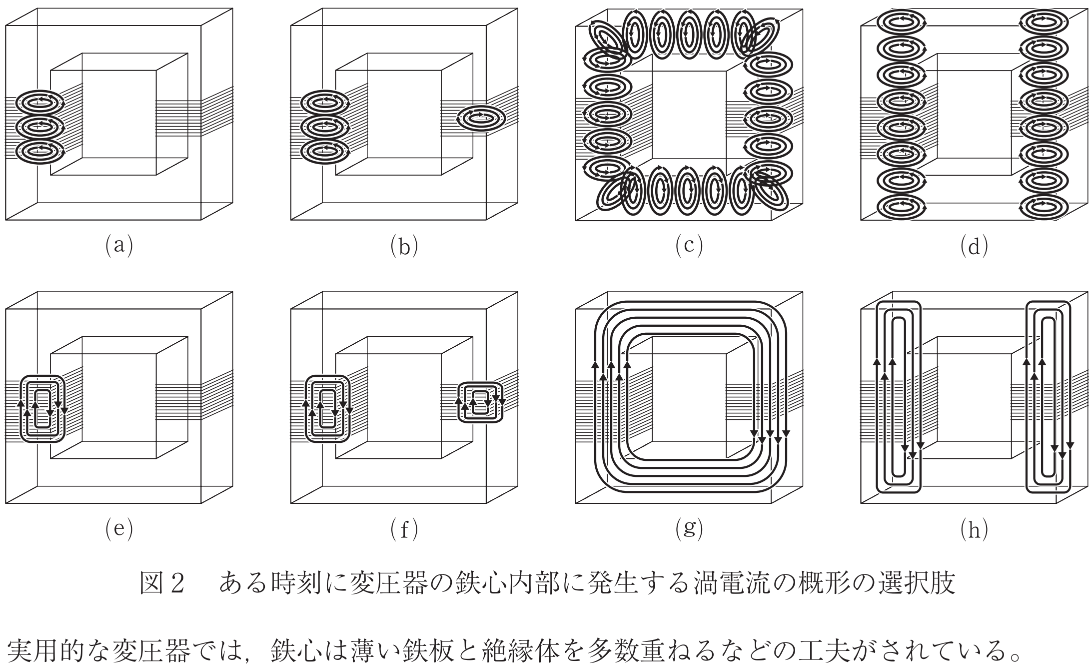

図2　ある時刻に変圧器の鉄心内部に発生する渦電流の概形の選択肢

実用的な変圧器では，鉄心は薄い鉄板と絶縁体を多数重ねるなどの工夫がされている。

（2） 発電所から家庭までの電力の送電とその損失について考える。ここでは図3のように，単純に発電所から家庭までの1つの回路だけを考える。

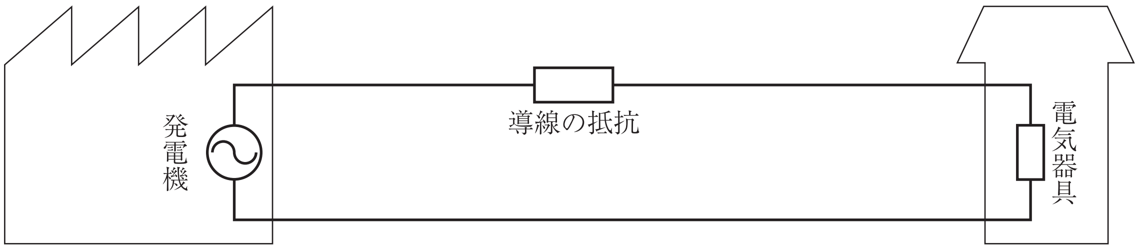

図3　発電所から家庭までの送電

回路を構成する導線全体の長さは 2.0×10^{4} m，導線の抵抗率は $1.5 \times 10^{-8}\ \Omega\cdot$m，導線の断面積は $2.0\ \mathrm{cm}^{2}$ であった。導線以外の，発電所内および家庭内での電気器具以外の配線の抵抗値などは無視する。発電所に設置された発電機の出力電圧の実効値は 1.0×10^{2} V であり，発電所から 3.0×10^{3} W の電力を送電する。

問6　用いた導線の抵抗値を求めよ。

問7　導線を流れる電流の実効値を求めよ。

問8　導線で消費される電力を求めよ。

導線での消費電力を抑えたい。このため，図4のように発電機の出力電圧を変圧器1によって実効値 V_{H}〔V〕の高電圧に変換して送電し，家庭に入る直前に変圧器2で 1.0×10^{2} V に戻す。ここでは簡単のため，発電機から変圧器1までと変圧器2から電気器具までの配線の抵抗を無視する。また変圧器1から2までの導線の長さと抵抗値は上記の設定と同じで，変圧器ではエネルギーの損失が発生しないものとする。

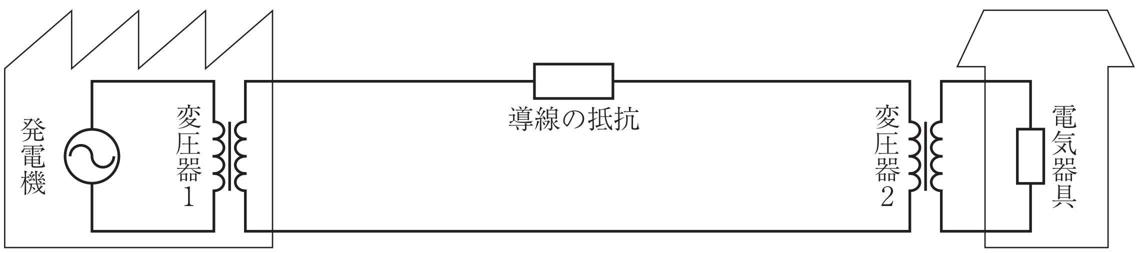

図4　高電圧に変換した送電

問9　導線による損失を発電所から送電する電力の0.20%以下とするときの V_{H} の最小値を求めよ。

$\boxed{\text{III}}$ 空所を埋め，問いに答えよ。 $\boxed{\quad ア \quad}$ は語句で埋めよ。 $\boxed{イ}$ と $\boxed{ウ}$ は選択肢{　　}の中から適切なものを選べ。(配点 45)

気体の状態変化において，気体の内部エネルギーの変化を ΔU，気体が吸収した熱量を Q，外部から気体にされた仕事を W とおくと，これらの間には次の関係式が成り立ち，これを $\boxed{\quad ア \quad}$ 法則という。

$$\Delta U = Q + W$$

（1） 以下の文は，理想気体の状態変化に関する先生と生徒の会話である。

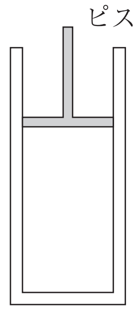

図 1

先生：自転車のタイヤに空気入れをつないで，空気入れのレバーを一気に押しこむと，空気入れの根元が少し温かくなります。この現象を図 1 のようなピストンとシリンダーをモデルにして考えてみましょう。

生徒：ピストンを一気に押し込むと，気体の状態は短時間で変化するため，熱が外に逃げず，気体がされる仕事はすべて気体の内部エネルギーに変化すると考えられます。つまり， $\boxed{イ}$ {定積，定圧，等温，断熱}変化とみなせますので，気体の温度は上がると思います。

先生：その通りですね。時間が経過すると，気体から空気入れに熱が伝わり温かくなります。では，ピストンを十分にゆっくりと押しこむと，どうなるのでしょうか？

生徒：内部の気体の状態はゆっくり変化するので，気体がされる仕事はすべて熱として，シリンダー外部に放出されると考えられます。つまり， $\boxed{ウ}$ {定積，定圧，等温，断熱}変化とみなせます。このとき，空気入れは温かくならないと思います。

先生：その通りですね。

（2） 図 2(a)に示すように，気密を保ってなめらかに動く軽いピストンと，加熱と冷却ができる十分に小さい温度調整器が付いたシリンダー内に，1 mol の単原子分子の理想気体を閉じ込めた。その気体の体積は V_0 で，この状態を状態 A とする。ピストンとシリンダーは熱を通さず，ピストンの面は常に水平を保って移動する。気体にはたらく重力は無視する。ピストンの断面積を S，大気圧を p_0，重力加速度の大きさを g，気体定数を R とする。状態 A におけるシリンダー内の気体の絶対温度は， $\boxed{\quad エ \quad}$ となる。

状態 A から，ピストンの上に微小な金属粒を少しずつ静かにのせながら，気体の体積を V_0 に保ったまま，気体の温度を変化させた。そして，気体の圧力が $\frac{3}{2}p_0$ に達したときの状態を状態 B とし，このとき微小な金属粒をのせることを止めた（図 2(b)）。状態 B において，ピストンの上に置かれた金属粒の全質量を p_0, S, g を用いて表すと， $\boxed{\quad オ \quad}$ となる。また，状態 A から状態 B への変化において，気体が吸収した熱量を p_0 と V_0 を用いて表すと， $\boxed{\quad カ \quad}$ となる。

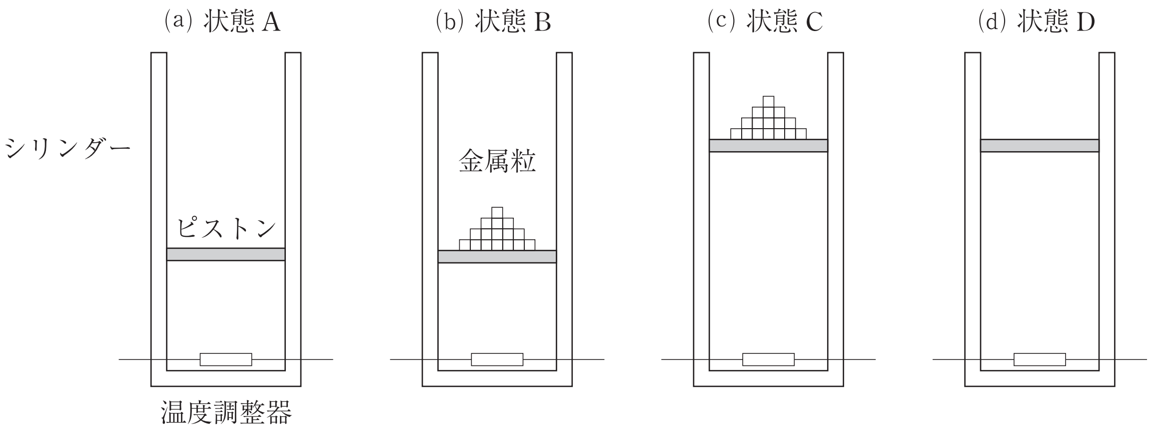

図 2

状態 B から，気体の圧力を $\frac{3}{2}p_0$ に保ったまま，気体の温度をゆっくり変化させ，気体の体積を $2V_0$ とした。この状態を状態 C とする（図 2(c)）。状態 B から状態 C への変化において，気体の内部エネルギーの変化を p_0 と V_0 を用いて表すと，$\boxed{\text{キ}}$ となる。

さらに，ピストンの上の微小な金属粒を少しずつ静かに取り除きながら，気体の体積を $2V_0$ に保ったまま，気体の温度を変化させた。やがて，気体の圧力が p_0 に達し，このとき，金属粒がピストンの上に全く残っておらず，この状態を状態 D とする（図 2(d)）。状態 D から，気体の圧力を p_0 に保ったまま，気体の温度をゆっくり変化させ，状態 A にもどした。気体の各状態変化における ΔU，Q，W をまとめると表 1 のようになる。表 1 の一部は空欄にしている。

表 1

	A → B	B → C	C → D	D → A
内部エネルギーの変化 ΔU		$\boxed{\text{キ}}$	$-\frac{3}{2}p_0V_0$	$-\frac{3}{2}p_0V_0$
吸収した熱量 Q	$\boxed{\text{カ}}$		$-\frac{3}{2}p_0V_0$	$-\frac{5}{2}p_0V_0$
外部からされた仕事 W			0	p_0V_0

問 1　シリンダー内の気体がたどった状態 A → B → C → D → A のサイクルにおいて，気体の圧力 p と気体の体積 V の関係を表す $p-V$ グラフを解答欄に描け。

問 2　この 1 回のサイクルで気体が外部にした仕事を p_0 と V_0 を用いて表せ。

問 3　状態 B から状態 C への変化において，金属粒が得た力学的エネルギーを p_0 と V_0 を用いて表せ。

問 4　このサイクルを熱機関とみなしたときの熱効率を求めよ。