一般入試前期Ａ日程２日目

数　学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	3
イ	26
ウ	4
エ	$\frac{7}{2}$
オ	4
カ	-2
キ	8
ク	$\frac{2}{7}$

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$40n+3$
イ	5
ウ	4
エ	$5n^2+n$
オ	8
カ	19

Ⅲ **【数学①のみ解答】**（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1) C 上の点 $(0,\ b)$ と2点との距離の和が $2\sqrt{5}$ より，$b=\sqrt{5}$

(2) $$\int_0^1 \sqrt{2-x^2}\,dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\cos^2\theta\,d\theta$$
$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1+\cos 2\theta)\,d\theta = \left[\theta + \frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{\pi+2}{4}$$

(3) $y=-\dfrac{\sqrt{10}}{2}x+k$，$\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{5}=1$ より，$5x^2-k\sqrt{10}\,x+k^2-5=0$

判別式 $10k^2-20(k^2-5)=0$ と $k>0$ より，

$k=\sqrt{10}$ で，接点の x 座標は 1

(4) 楕円の y 軸についての対称性より，S_1-S_2 は楕円の内部の

直線 $x=-1,\ x=1$ にはさまれた部分の面積を求めればよい。

楕円の上半分は　$y=\sqrt{\dfrac{5}{2}}\sqrt{2-x^2}$　と表すことができるので

x 軸，y 軸についての対称性を用いると

$$S_1-S_2 = 4\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{5}{2}}\sqrt{2-x^2}\,dx = 2\sqrt{10}\int_0^{\sqrt{2}} \sqrt{2-x^2}\,dx$$

(2) の結果より　$S_1-S_2 = 2\sqrt{10}\cdot\dfrac{\pi+2}{4} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}(\pi+2)$

Ⅳ　**【数学①のみ解答】**（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$$\int t\cos t\,dt = t\sin t - \int \sin t\,dt = t\sin t + \cos t + C$$

（C は積分定数）

(2)　$\dfrac{\pi}{2} < x \leqq \pi$ のとき，

$$f(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x-t)\cos t\,dt = \Big[(x-t)\sin t - \cos t\Big]_0^{\frac{\pi}{2}} = x - \frac{\pi}{2} + 1$$

(3)　$0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}$ のとき，

$$\begin{aligned} f(x) &= \int_0^x (x-t)\cos t\,dt + \int_x^{\pi/2} (t-x)\cos t\,dt \\ &= \Big[(x-t)\sin t - \cos t\Big]_0^x + \Big[(t-x)\sin t + \cos t\Big]_x^{\pi/2} \\ &= -2\cos x - x + \frac{\pi}{2} + 1 \end{aligned}$$

(4)　$0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，$f'(x) = 2\sin x - 1$

$\dfrac{\pi}{2} < x < \pi$ のとき，　$f'(x) = 1$

x	0	$\cdots$	$\frac{\pi}{6}$	$\cdots$	$\frac{\pi}{2}$	$\cdots$	π
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$f(x)$	$\frac{\pi}{2}-1$	↘	$\frac{\pi}{3}+1-\sqrt{3}$	↗	1	↗	$\frac{\pi}{2}+1$

$x = \pi$ のとき最大で，最大値は $\dfrac{\pi}{2} + 1$，

$x = \dfrac{\pi}{6}$ のとき最小で，最小値は $\dfrac{\pi}{3} + 1 - \sqrt{3}$

$\boxed{\text{V}}$ **【数学②のみ解答】**

ア	1
イ	-3
ウ	$\sqrt{11}$
エ	7
オ	$-\frac{1}{7}(x+20)$
カ	27
キ	5
ク	$\frac{3^{n-1}-1}{2}$
ケ	$\frac{3^{n-1}+1}{2}$

Ⅵ　**【数学②のみ解答】**（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$f'(x)=(3a+2)x^2+2x-3a$

(2)　$a=-\dfrac{2}{3}$ のとき　$f'(x)=2x+2$　より１個

$a\fallingdotseq -\dfrac{2}{3}$ のとき　判別式 $D/4=(3a+1)^2$　より

$a=-\dfrac{1}{3}$ のとき１個，$a\fallingdotseq -\dfrac{1}{3}$ のとき２個

したがって，

$a=-\dfrac{2}{3},\ -\dfrac{1}{3}$ のとき１個，$a\fallingdotseq -\dfrac{2}{3},\ -\dfrac{1}{3}$ のとき２個

(3)　$f'(x)=\{(3a+2)x-3a\}(x+1)$

$-\dfrac{2}{3}<a<-\dfrac{1}{3}$ のとき，$\dfrac{3a}{3a+2}<-1$ であり，

増減表は次のようになる．

x	$\cdots$	$\dfrac{3a}{3a+2}$	$\cdots$	-1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	↗	極大	↘	極小	↗

したがって，$x=\dfrac{3a}{3a+2}$ のとき極大となる．

(4)　$f(x)=x^2+2x$ であり，曲線と直線の交点の x 座標は $\sqrt{3}$

面積は $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}}\left\{(2x+3)-(x^2+2x)\right\}dx=\left[-\frac{x^3}{3}+3x\right]_0^{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$