一般入試前期Ｂ日程

数　学

$\boxed{\text{I}}$ **【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】**

次の空所を埋めよ。　（配点 40）

(1) $a = \dfrac{-3+2\sqrt{11}}{7}$ は 2 次方程式 $7x^2 + \boxed{\text{ア}}\, x - 5 = 0$ の解であり，

$f(x) = 7x^3 - x^2 - 11x + 8$ とするとき，$f(a) = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $\log_3 7 \cdot \log_7 \dfrac{1}{9} = \boxed{\text{ウ}}$ である。

また，実数 x が $x > 1$ かつ $\log_5 x^2 - \log_x 125 = 1$ を満たすとき，

$x = \boxed{\text{エ}}$ である。

(3) t を実数とする。原点を O とする座標空間内の点 A $(-1,\ 1,\ 4)$ と

点 P $(t-2,\ -3t-4,\ -2t+2)$ について，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ が垂直となるのは，

$t = \boxed{\text{オ}}$ のときである。

また，$t = 1$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ のなす角を $\theta\ (0 \leqq \theta \leqq \pi)$ とすると，

$\tan\theta = \boxed{\text{カ}}$ である。

(4) 単位円上に 4 点 A$(1,\ 0)$, B$(0,\ 1)$, C$(-1,\ 0)$, D$(0,\ -1)$ をとる。

点 P は A を出発点とし，さいころを 1 回投げるごとに

6 の目が出たら単位円上を反時計回りに隣りの点に移動し，

6 以外の目が出たら単位円上を時計回りに隣りの点に移動する。

(i) さいころを 2 回投げて移動したとき，P が C にいる確率は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(ii) さいころを 3 回投げて移動したとき，P が B にいる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{II}}$ **【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】**

次の空所を埋めよ。　（配点 30）

(1) 初項 4，公差 2 の等差数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{\text{ア}}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ である。

また，$b_1 = 7$，$b_{n+1} = b_n + a_n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を満たす数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$b_n = \boxed{\text{イ}}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ であり，$\displaystyle\sum_{n=1}^{17} b_n = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 四角形 ABCD は円に内接し，$\mathrm{AB} = 5$, $\mathrm{BC} = 3$, $\mathrm{CD} = \mathrm{DA} = 7$ とする。

このとき，$\angle\mathrm{ABC} = \boxed{\text{エ}}^\circ$ であり，$\mathrm{AC} = \boxed{\text{オ}}$ である。

また，AC と BD の交点を E とすると，$\sin\angle\mathrm{BEC} = \boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\text{Ⅲ}}$ **【数学 ① のみ解答】**

次の空所を埋めよ。　（配点 40）

(1) i を虚数単位とし，2 つの複素数 $\alpha,\ \beta$ が $\alpha^3=\beta^3$ を満たすとする。

ただし，$0<\arg\dfrac{\beta}{\alpha}<\pi$ とする。このとき，$\left|\dfrac{\beta}{\alpha}\right|=\boxed{\text{ア}}$ であり，

$\dfrac{\beta}{\alpha}=\boxed{\text{イ}}+\boxed{\text{ウ}}\,i$ である。ただし，$\boxed{\text{イ}}$，$\boxed{\text{ウ}}$ は実数とする。

また，複素数 z が等式 $|z-2|=2$ を満たすとき，複素数 $w=1+\dfrac{\beta}{\alpha}z$ が表す点

は複素数平面上の円 $\left|w-\boxed{\text{エ}}\right|=2$ 上にある。

(2) 座標平面上を運動する点 $\mathrm{P}(x\,,\ y)$ の時刻 t における x 座標，y 座標がそれぞれ

$x=t^2-2t\ ,\ \ y=\dfrac{t^3}{3}-t^2$ であるとする。このとき，

$\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2+\left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2=\left(t^2-2t+\boxed{\text{オ}}\right)^2$ であり，$\left(\dfrac{d^2x}{dt^2}\right)^2+\left(\dfrac{d^2y}{dt^2}\right)^2=\boxed{\text{カ}}$

である。よって，点 P の加速度の大きさが最小となる時刻は $t=\boxed{\text{キ}}$ であり，

$t=0$ から $t=\boxed{\text{キ}}$ までに点 P が動く道のり s の値は，$s=\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅳ **【数学 ① のみ解答】**

$f(x) = e^{2x} - 4e^{x} + 3$ とする。このとき，次の問いに答えよ。　（配点 40）

(1) 関数 $f(x)$ を微分せよ。

(2) $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ とする。関数 $g(x)$ の増減を調べて，$g(x)$ の極値を求めよ。

(3) $\dfrac{t}{t^2 - 4t + 3} = \dfrac{A}{t-1} + \dfrac{B}{t-3}$ が t についての恒等式となるような定数 A, B を求めよ。

(4) $e^{x} = t$ とおいて，置換積分法を用いて，$\displaystyle\int_{\log 4}^{\log 5} \frac{e^{2x}}{f(x)}\,dx$ の値を求めよ。

$\boxed{\mathrm{V}}$ **【数学 ② のみ解答】**

次の空所を埋めよ。　（配点 40）

(1) p を実数とする。3 次方程式 $x^3 - 11x^2 - 12x + p(x+1) = 0$ は，

p の値に関係なく $x =$ $\boxed{\text{ア}}$ を解にもつ。

この 3 次方程式が異なる 2 つの正の実数解 $\alpha,\ \beta\ (\alpha < \beta)$ をもつとする。

このとき，p の値の範囲は $\boxed{\text{イ}} < p < \boxed{\text{ウ}}$ である。

また，$\alpha^2,\ \beta^2$ を 2 つの解とする x の 2 次方程式は $x^2 - \left(\boxed{\text{エ}}\right)x + \boxed{\text{オ}} = 0$

である。ただし，$\boxed{\text{エ}}$，$\boxed{\text{オ}}$ は p の式とする。

(2) k を実数とし，$r > 0$ とする。

円 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = r^2$ を x 軸方向に k，y 軸方向に $2k$ だけ平行移動した円を

C とすると，C の中心 P の座標は $\left(\boxed{\text{カ}},\ \boxed{\text{キ}}\right)$ である。

また，点 $\mathrm{P}'\ (2k,\ 2k)$ と点 P の距離を d とするとき，$d = \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$ である。

さらに，$r = 4$ とし，点 P' を中心とする半径 1 の円を C' とする。

このとき，円 C' が円 C の内部にあるような k の値の範囲は，

$\boxed{\text{ケ}} < k < \boxed{\text{コ}}$ である。

VI　**【数学 ② のみ解答】**

a を正の実数とする。直線 $l_1 : y=-ax$ と 放物線 $C : y=x(x-3a)$ の原点 O 以外の交点を $\mathrm{P}(p,\ q)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。　（配点 40）

(1)　$p,\ q$ の値を求めよ。

(2)　放物線 C の点 P における接線 l_2 の方程式を求めよ。

(3)　曲線 $y=x(x-3a)$　$(x \geqq p)$ と線分 OP および x 軸で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

(4)　(2) で求めた直線 l_2 と y 軸の交点を Q とし，$\angle\mathrm{OPQ}=\theta$　$(0 \leqq \theta \leqq \pi)$ とする。
$\tan\theta = 2\sqrt{2}$ のとき，a の値を求めよ。