一般入試後期Ｄ日程
数　学

I　【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 2 次方程式 $3x^2+2x+5=0$ の 2 つの解を α, β とする。このとき，$\alpha\beta = \boxed{\text{ア}}$ である。
また，a, b を定数とし，$9x^2+ax+b=0$ の 2 つの解が α^2, β^2 のとき，
a の値は $a = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $\dfrac{630}{2n+1}$ が整数となるような自然数 n は全部で $\boxed{\text{ウ}}$ 個ある。
また，そのような n の中で最大の数は $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3) 座標平面上の直線 $y=x-5$ に，点 $(5, 6)$ を中心とする円 C が接しているとき，
円 C の方程式は $(x-5)^2+(y-6)^2 = \boxed{\text{オ}}$ である。
また，点 $(1, 4)$ を中心とし，半径が $\sqrt{2}$ である円を D とすると，
円 C と円 D の 2 つの共有点の距離は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4) 原点 O から出発して数直線上を動く点 P は，1 枚のコインを投げて表が出たら $+10$ だけ動き，
裏が出たら -5 だけ動く。ただし，コインの表が出る確率を $\dfrac{1}{3}$，裏が出る確率を $\dfrac{2}{3}$ とする。
（i）コインを 10 回投げたとき，点 P の座標が -5 となるのは，表が $\boxed{\text{キ}}$ 回出たときである。
(ii) コインを 5 回投げたとき，点 P の座標が 20 となる確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

Ⅱ 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) $a>0,\ a \fallingdotseq 1$ に対して，関数 $f(x)$ と $g(x)$ は $f(x)=\dfrac{a^x-a^{-x}}{2},\ g(x)=\dfrac{a^x+a^{-x}}{2}$ とする。

このとき，$2\{f(1)\}^2-g(2)=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。また，関数 $g(x)$ の最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

さらに，$a=3$ のとき，$\dfrac{f(x)}{g(x)} \geqq -\dfrac{1}{2}$ となる x の値の範囲は $x \geqq$ $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) t を実数とする。座標空間内の点 A(2, 0, 3), B(−1, −1, 3), C(3, t, t) について，

$t=3$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{BC}}=$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

また，$|\overrightarrow{\mathrm{BC}}|$ が最小となるとき，t の値は $t=$ $\boxed{\text{オ}}$ であり，$\cos\angle\mathrm{ACB}=$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

$\boxed{\text{III}}$ **【数学 ① のみ解答】**

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) i を虚数単位，a を実数とし，$0 \leqq \theta \leqq \pi$ とする。複素数平面上の 3 点 $\mathrm{A}(z_1)$, $\mathrm{B}(z_2)$, $\mathrm{C}(z_3)$ について，$z_1 = 2 + ai$, $z_2 = -1 + ai$, $z_3 = 1$ とする。また，点 C を原点のまわりに θ だけ回転した点を $\mathrm{D}(z_4)$ とする。

(i) 複素数 z_4 は $z_4 = \boxed{\text{ア}}$ である。

(ii) 方程式 $|z - z_1| = |z - z_2|$ を満たす複素数 z の実部の値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(iii) z_4 が (ii) の方程式を満たすとき，$\theta = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(iv) $\theta = \dfrac{\pi}{4}$ とし，3 点 A, B, D が同一直線上にあるとき，$a = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 関数 $f(x) = x^2 + 2 \ (x \geqq 0)$ の逆関数を $g(x)$ とする。

(i) $g(x) = \boxed{\text{オ}}$ であり，$\displaystyle\int g(x)\,dx = \boxed{\text{カ}} + C$ (C は積分定数) である。

(ii) 曲線 $y = g(x)$ の接線のうち，傾きが $\dfrac{1}{4}$ となる接線 l の方程式は $y = \boxed{\text{キ}}$ である。

(iii) (ii) で求めた接線 l と曲線 $y = g(x)$ の接点の x 座標を t とするとき，2 つの直線 $x = 2$, $x = t$ および 2 つの曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ で囲まれた図形の面積 S は $S = \boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{IV}}$ **【数学 ① のみ解答】**

e を自然対数の底，a を正の定数とする。関数 $f(x) = 2a \log x$ と関数 $g(x) = x^2$ について，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) 関数 $f(x)$ を微分せよ。

(2) 不定積分 $\displaystyle\int \log x \, dx$ を求めよ。

(3) 曲線 $y = f(x)$ と曲線 $y = g(x)$ がただ1つの共有点 P をもち，点 P において共通の接線をもつとする。

(i) a の値および点 P の x 座標の値を求めよ。

(ii) 2曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ および x 軸で囲まれた部分の面積を S とする。
面積 S は整数 b を用いて $S = \dfrac{2}{3}e\left(2\sqrt{e} - b\right)$ と表すことができる。
b の値を求めよ。

$\boxed{\text{V}}$ **【数学 ② のみ解答】**

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 数列 $\{a_n\}$ を $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ と定める。

(i) a_1 の値は，分母を有理化した形で表すと，$a_1 = \boxed{\text{ア}}$ である。

(ii) 数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき，

S_n は n を用いて表すと，$S_n = \boxed{\text{イ}}$ である。

(iii) $S_n > 2$ となる最小の n の値は，$n = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 四角形 ABCD が円 O に内接し，$\mathrm{AB} = 4$, $\mathrm{BC} = \mathrm{CD} = 2\sqrt{2}$, $\cos\angle\mathrm{ABC} = \dfrac{\sqrt{2}}{4}$ とする。

(i) $\mathrm{AC} = \boxed{\text{エ}}$ である。

(ii) 円 O の半径は $\boxed{\text{オ}}$，$\sin\angle\mathrm{ADC} = \boxed{\text{カ}}$ である。

(iii) $\mathrm{AD} = \boxed{\text{キ}}$ である。

(iv) $\triangle\mathrm{ABC}$ の面積を S_1，$\triangle\mathrm{ACD}$ の面積を S_2 とすると，$\dfrac{S_2}{S_1} = \boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{VI}}$ **【数学 ② のみ解答】**

p を正の実数とする。関数 $f(x) = 2x^3 - 3px^2 + 8$ について，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) $f(x)$ の極小値を p を用いて表せ。

(3) 方程式 $f(x) = 0$ がちょうど 2 つの異なる実数解をもつ場合の p の値を求めよ。

(4) p を (3) で求めた値とする。曲線 $y = f(x)$ と x 軸で囲まれた部分の面積を求めよ。
ただし，$\displaystyle\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$ (C は積分定数) を用いてもよい。