

一般入試後期D日程

数 学

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$\frac{5}{3}$
イ	26
ウ	11
エ	157
オ	18
カ	$\frac{6\sqrt{5}}{5}$
キ	3
ク	$\frac{40}{243}$

II 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	-1
イ	1
ウ	$-\frac{1}{2}$
エ	16
オ	1
カ	$\frac{5}{6}$

Ⅲ

【数学①のみ解答】

ア	$\cos \theta + i \sin \theta$
イ	$\frac{1}{2}$
ウ	$\frac{\pi}{3}$
エ	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
オ	$\sqrt{x-2}$
カ	$\frac{2}{3}(x-2)^{\frac{3}{2}}$
キ	$\frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$
ク	72

Ⅳ 【数学①のみ解答】 (解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = \frac{2a}{x}$

(2)
$$\int \log x dx = \int (x)' \log x dx = x \log x - \int x \cdot \frac{1}{x} dx$$
$$= x \log x - x + C \quad (C \text{ は積分定数})$$

(3)

(i) $y = f(x), y = g(x)$ が点 P で共通の接線をもつとき $\frac{2a}{x} = 2x$

すなわち $x^2 = a \cdots \textcircled{1}$

また、共有点 P において $2a \log x = x^2$

よって $a \log x^2 = x^2$

① を代入すると、 $a \log a = a$ が成り立つので、

$$a(\log a - 1) = 0$$

$a > 0$ より、 $\log a = 1 \Leftrightarrow a = e$

したがって、点 P の x 座標は \sqrt{e}

(ii) (2) および (3) の (i) より

$$S = \int_0^{\sqrt{e}} x^2 dx - \int_1^{\sqrt{e}} 2e \log x dx = \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{\sqrt{e}} - 2e \left[x \log x - x \right]_1^{\sqrt{e}}$$
$$= \frac{2}{3}e(2\sqrt{e} - 3)$$

よって、 $b = 3$

V

【数学②のみ解答】

ア	$\sqrt{2} - 1$
イ	$\sqrt{n+1} - 1$
ウ	9
エ	4
オ	$\frac{4\sqrt{14}}{7}$
カ	$\frac{\sqrt{14}}{4}$
キ	2
ク	$\frac{1}{2}$

Ⅵ 【数学②のみ解答】

(1) $f'(x) = 6x^2 - 6px = 6x(x - p)$

(2) (1) より $f'(x) = 0$ となる x は $x = 0, p$

$f(0) = 8, f(p) = 2p^3 - 3p^3 + 8 = -p^3 + 8$ より増減表は次のようになる。

x		0		p	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	8	↘	$-p^3 + 8$ (極小)	↗

よって、 p を用いて極小値を表すと $-p^3 + 8$

(3) (2) の増減表から $f(x) = 0$ がちょうど 2 つの異なる実数解を持つのは $f(p) = 0$ のとき。よって、 $p = 2$

(4) $p = 2$ のとき、 $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 8 = (x - 2)^2(2x + 2)$ より、
 $x = -1, 2$ のとき $f(x) = 0$

したがって、

$$S = \int_{-1}^2 (2x^3 - 6x^2 + 8) dx = \left[\frac{1}{2}x^4 - 2x^3 + 8x \right]_{-1}^2$$

$$= \frac{27}{2}$$