公募制推薦入試

数　学

I　**【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】**

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1)　$t > 0$ のとき，$t + \dfrac{2}{t}$ の最小値は $\boxed{\text{ア}}$ である。

また，$t + \dfrac{2}{t} = \sqrt{13}$ のとき，$\left| t - \dfrac{2}{t} \right| = \boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　$2^{-x} = \dfrac{1}{16}$ を満たす実数 x の値は，$x = \boxed{\text{ウ}}$ である。

また，$\left(\dfrac{1}{4}\right)^x - 2^{-x} - 2 < 0$ を満たす実数 x の値の範囲は $x > \boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　$0 < \theta < \pi$ とする。$\tan\theta = -3$ のとき，$\cos^2\theta = \boxed{\text{オ}}$ であり，

$\dfrac{\cos 2\theta}{3 - 2\sin 2\theta} = \boxed{\text{カ}}$ である。

(4)　6 個の数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 を使って 3 桁の整数を作る。ただし，同じ数字を重複して使ってもよいものとする。このとき，作られる 3 桁の整数は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 個あり，その中で 444 は小さい方から数えて $\boxed{\text{ク}}$ 番目の整数である。

$\boxed{\text{II}}$ 【数学 ① のみ解答】

次の空所を埋めよ。(配点 30)

(1) 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 2$, $5(n+1)\,a_{n+1} - n\,a_n = 4$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を満たすとする。

$b_n = n\,a_n - 1$ とおくと数列 $\{b_n\}$ は等比数列であり，公比 r は，$r = \boxed{\text{ア}}$ である。

数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めると，$a_n = \dfrac{\boxed{\text{イ}}}{n}$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ であり，

無限級数 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(2n\,a_{2n} - n\,a_n\right)$ の和は，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(2n\,a_{2n} - n\,a_n\right) = \boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 曲線 $y = \dfrac{1}{2}e^{4x} + \dfrac{1}{2}$ 上の点 $\mathrm{P}(0,\ 1)$ における接線を l とする。

直線 l の方程式は $y = \boxed{\text{エ}}$ であり，点 $\left(-\dfrac{1}{4},\ \dfrac{9}{8}\right)$ と直線 l の距離 d は，

$d = \boxed{\text{オ}}$ である。

直線 l と x 軸の交点を A，曲線 $C：y = -2x^2 - x + 1$ $(x \geqq 0)$ と x 軸の交点を

Bとすると，線分 AB，線分 AP および曲線 C で囲まれた図形の面積 S の値は，

$S = \boxed{\text{カ}}$ である。

Ⅲ 【数学 ① のみ解答】

関数 $f(x) = \log(2x^2 - 2x + 1) - 2\log x \quad (x > 0)$ について，次の問いに答えよ。　（配点 30）

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(3) 方程式 $f(x) = k$ が異なる2つの実数解をもつような定数 k の値の範囲を求めよ。

Ⅳ **【数学 ② のみ解答】**

次の空所を埋めよ。(配点 30)

(1) 数列 $\{a_n\}$ が $a_1 = 6$, $a_{n+1} = 3a_n + 6$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ を満たすとする。

このとき，$a_3 =$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

また，$\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}\left(\frac{a_{3k}}{a_k} - 1\right) = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{8}$ $(n = 2, 3, 4, \cdots)$ である。

(2) 平面上の 2 点 A, B が点 O を中心とする半径 1 の円 C の周上にあり，

$\angle\mathrm{AOB} = \dfrac{\pi}{2}$ とする。また，点 P は $\overrightarrow{\mathrm{AP}} = 4\,\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ を満たす点とし，

点 Q は直線 OP と円 C の交点であり，$\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right| > \left|\overrightarrow{\mathrm{PO}}\right|$ を満たす点とする。

このとき，$\left|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\right| =$ $\boxed{\text{エ}}$ であり，$\overrightarrow{\mathrm{PO}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PA}} =$ $\boxed{\text{オ}}$ である。

また，△APQ の重心 G について，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を用いて表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{OG}} = \boxed{\text{カ}}\ \overrightarrow{\mathrm{OA}} + \boxed{\text{キ}}\ \overrightarrow{\mathrm{OB}}$$

である。

V　**【数学 ② のみ解答】**

$f(x)=-x^3+5x+1$ とし，曲線 $y=f(x)$ 上の点 $(1\,,\ f(1))$ における接線 l の方程式を $y=g(x)$ とする。このとき，次の問いに答えよ。（配点 30）

(1)　$g(x)$ を求めよ。

(2)　$h(x)=f(x)-g(x)$ とする。関数 $h(x)$ の増減を調べ，$h(x)$ の極値を求めよ。

(3)　k を実数とし，点 $(0,\,k)$ を通り l に平行な直線を l_k とする。
直線 l_k と曲線 $y=f(x)$ が異なる 3 個の共有点をもつような k の値の範囲を求めよ。