一般入試前期Ａ日程１日目

数　学

I 【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1)　i を虚数単位とする。

$(3+2i)(2+i)=a+bi$　（a, b は実数）であるとき，$a=$ $\boxed{\text{ア}}$ である。

また，$\dfrac{5+2i}{2-i}=p+qi$　（p, q は実数）であるとき，$q=$ $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2)　関数 $f(x)=4^x-3\cdot 2^x-4$ の最小値は $\boxed{\text{ウ}}$ であり，$f(x)<0$ を満たす x の値の範囲は，$x<$ $\boxed{\text{エ}}$ である。

(3)　$\triangle$ABC について，AB $=5$，AC $=6$，$0<\angle \mathrm{ABC}<\dfrac{\pi}{2}$ とし，$\triangle$ABC の外接円の半径 R は，$R=5$ とする。このとき，$\sin\angle \mathrm{ABC}=$ $\boxed{\text{オ}}$ であり，BC $=$ $\boxed{\text{カ}}$ である。

(4)　等式 $a+b+c=10$ を満たす自然数の組 (a, b, c) は全部で $\boxed{\text{キ}}$ 個あり，そのうち，$a<b$ となる組は $\boxed{\text{ク}}$ 個ある。

$\boxed{\text{II}}$ **【数学 ①・数学 ②，どちらも解答】**

次の空所を埋めよ。（配点 30）

(1) 等差数列 $\{a_n\}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ の初項が -4，公差が 2 のとき，$a_5 = \boxed{\text{ア}}$ である。

等比数列 $\{b_n\}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ の公比が 2 であり，$a_5 = b_5$ を満たすとき，

$\{b_n\}$ の一般項は $b_n = \boxed{\text{イ}}$ である。

さらに，数列 $\{c_n\}$ $(n=1,2,3,\cdots)$ が $c_1 = 0$，$c_{n+1} - c_n = \left(a_{3n}\right)^2 + 6$ $(n=1,2,3,\cdots)$

を満たすとき，$\{c_n\}$ の一般項は $c_n = 6(n-1)\left(\boxed{\text{ウ}}\right)$ である。

(2) 平行四辺形 ABCD について，△ABC は鋭角三角形とし，AB$=2$，AD$=3$，$\overrightarrow{\mathrm{AB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{AD}} = -1$

とする。このとき，$\cos\angle\mathrm{BAD} = \boxed{\text{エ}}$ である。

辺 CD 上の点 P が AP⊥CD を満たすとする。$\overrightarrow{\mathrm{AP}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ で表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{AP}} = \boxed{\text{オ}}\ \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

である。辺 AD を $3:1$ に内分する点を Q とし，線分 AP と線分 BQ の交点を T とする。

$\overrightarrow{\mathrm{AT}}$ を $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ で表すと，

$$\overrightarrow{\mathrm{AT}} = \boxed{\text{カ}}\ \overrightarrow{\mathrm{AB}} + \boxed{\text{キ}}\ \overrightarrow{\mathrm{AD}}$$

である。

$\boxed{\text{Ⅲ}}$ **【数学 ① のみ解答】**

a を実数の定数とする。関数 $f(x)$ が，等式 $f(x)=2\cos 2x+a\,\sin 2x+\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(t)\,dt$ を満たすとき，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)-f(0)$ の値を計算し，$f(x)$ を求めよ。

(2) $f(x)$ を微分せよ。

(3) $f'\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=0$ のとき，a の値を求めよ。

(4) a を (3) で求めた値とする。$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}$ の範囲で，曲線 $y=f(x)$ の変曲点の x 座標をすべて求めよ。

$\boxed{\text{Ⅳ}}$ **【数学 ① のみ解答】**

関数 $f(x) = (x+1)\log(x+1)$ について，次の問いに答えよ。（配点 40）

(1) $f(x)$ を微分せよ。

(2) $f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(3) 2 曲線 $y = f(x)$，$y = x\log(x+1)$ および 直線 $x = 1$ で囲まれた図形の面積を求めよ。

(4) 区分求積法を用いて，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{2n}\log\frac{(2n)!}{n^n\,n!}$ の値を求めよ。

$\boxed{\text{V}}$ **【数学 ② のみ解答】**

次の空所を埋めよ。（配点 40）

(1) 原点を O とする座標平面上において，円 C_1, C_2 の中心がともに点 $(3,\ 2)$ であり，C_1 の半径が 2，C_2 の半径が r $(0 < r < 2)$ であるとする。

このとき，円 C_1 の方程式は $(x-3)^2 + \left(y - \boxed{\text{ア}}\right)^2 = 4$ である。

原点 O を通る，<u>円 C_1</u> の 2 本の接線のうち，傾きの値が<u>大きい</u>方を l_1 とし，
原点 O を通る，<u>円 C_2</u> の 2 本の接線のうち，傾きの値が<u>小さい</u>方を l_2 とする。

l_1 と x 軸のなす角を α $\left(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2}\right)$ とすると，$\tan\alpha = \boxed{\text{イ}}$ である。

さらに，l_1 と l_2 のなす角が $\dfrac{\pi}{4}$ のとき，l_2 の方程式は $y = \boxed{\text{ウ}}$ であり，

C_2 の半径は $r = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 1 個のさいころを 2 回投げて出た目の数を順に a，b とし，$f(x) = x^2 - ax + b$ とする。

(i) 方程式 $f(x) = 0$ が $x = 1$ を解にもつとき，$a - b = \boxed{\text{オ}}$ である。

(ii) 方程式 $f(x) = 0$ が $x = 1$ を解にもつ確率は $\boxed{\text{カ}}$ である。

(iii) 方程式 $f(x) = 0$ が重解をもつ確率は $\boxed{\text{キ}}$ である。

(iv) 方程式 $f(x) = 0$ が異なる 2 つの実数解をもつ確率は $\boxed{\text{ク}}$ である。

$\boxed{\text{VI}}$ **【数学 ② のみ解答】**

a を実数の定数とする。関数 $f(x) = x^3 - 3x + a - 1$ について，次の問いに答えよ。

（配点 40）

(1) $f(x)$ を微分せよ。また，微分係数 $f'(2)$ の値を求めよ。

(2) $a = \displaystyle\int_0^2 f'(x)\,dx$ であるとき，a の値を求めよ。

(3) a を (2) で求めた値とするとき，$f(x)$ の増減を調べ，極値を求めよ。

(4) k を実数の定数とし，a を (2) で求めた値とする。このとき，x についての方程式

$x^3 + \left|-3x + a - 1\right| = k$ の異なる実数解の個数が 2 となるような k の値をすべて求めよ。