一般入試前期A日程２日目

数　学

Ⅰ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$\sqrt{30}$
イ	6
ウ	$\frac{1}{7}$
エ	4
オ	216
カ	-252
キ	6
ク	3
ケ	5

Ⅱ　【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	$\frac{4}{9}$
イ	$\frac{2}{9}$
ウ	$\frac{41}{81}$
エ	$\sqrt{51}$
オ	3
カ	$\log_2 3$

Ⅲ　**【数学①のみ解答】**（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$f(x)=(3\cos x-1)(\cos x+1)$ より，$\cos p=\dfrac{1}{3}$

(2)　$f'(x)=-2\sin x(1+3\cos x)$ より，$\cos q=-\dfrac{1}{3}$

(3)　増減表は，以下のようになる。

x	0	$\cdots$	q	$\cdots$	π
f'		$-$	0	$+$	
f	4	$\searrow$	$-\dfrac{4}{3}$	$\nearrow$	0

$x=0$ のとき最大で，最大値 4，　$x=q$ のとき最小で，最小値 $-\dfrac{4}{3}$

(4)　$\sin p=\sin q=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ と加法定理より $\cos(p+q)=-1$ であるから

$0<p+q<2\pi$ より　$p+q=\pi$，$\dfrac{p+q}{2}=\dfrac{\pi}{2}$ である。

$$\int_0^{\frac{p+q}{2}} f(x)\,dx=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\frac{3}{2}(1+\cos 2x)+2\cos x-1\right)dx$$

$$=\left[\frac{x}{2}+\frac{3}{4}\sin 2x+2\sin x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\frac{\pi+8}{4}$$

Ⅳ 【数学①のみ解答】(解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $-k < x < k$

(2) $f'(x) = \dfrac{2x^2 - kx - k^2}{\sqrt{k^2 - x^2}} = \dfrac{(2x+k)(x-k)}{\sqrt{k^2 - x^2}}$

(3) (i) $b > 0$ より $b = \dfrac{1}{k^2}\sqrt{k^2 - a^2}$ だから

$$S = \frac{1}{2}b(k-a) = \frac{k-a}{2k^2}\sqrt{k^2 - a^2}$$

(ii) (2) より $S' = \dfrac{dS}{da} = \dfrac{1}{2k^2}\dfrac{(2a+k)(a-k)}{\sqrt{k^2 - a^2}}$

増減表は次のようになる．

a	$-k$	$\cdots$	$-\dfrac{k}{2}$	$\cdots$	k
S'	／	$+$	0	$-$	／
S	／	↗	$\dfrac{3\sqrt{3}}{8}$	↘	／

S が最大となる点 P の座標は $\left(-\dfrac{k}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2k}\right)$，最大値は $S = \dfrac{3\sqrt{3}}{8}$

V　【数学②のみ解答】

ア	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
イ	$\dfrac{\pi}{4}$
ウ	$\sqrt{5}$
エ	$2\sqrt{2}$
オ	$\dfrac{1}{2}$
カ	$5\cdot 3^{n-1}$
キ	$\dfrac{5(3^{n}-1)}{2}$
ク	$10\cdot 3^{n}+2$

Ⅵ　**【数学②のみ解答】**（解答においては，答えだけでなく計算過程も書きなさい）

(1)　$f'(x) = 12x^2 + 30x + 12$

(2)　両辺微分して，$g(x) = f'(x) = 12x^2 + 30x + 12$

(3)　$f'(x) = 12x^2 + 30x + 12 = 6(2x+1)(x+2)$ より，

増減表は，以下のようになる。

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	$-\frac{1}{2}$	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$
f	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\frac{11}{4}$	$\nearrow$

$x = -2$ で極大で，極大値 4，$x = -\frac{1}{2}$ で極小で，極小値 $-\frac{11}{4}$

(4)　$m = 4$ である．$f(x) = 4$ の解は $x = -2,\ \frac{1}{4}$

曲線 $y = f(x)$ を x 軸方向に p だけ平行移動したものと

直線 $y = 4$ との共有点が $x \geqq 0$ の範囲で 1 個であればよい。

したがって，$-\frac{1}{4} \leqq p < 2$