

女子特別推薦入試

数 学

I

ア	610	イ	$\sqrt{7} + 2$	ウ	7	エ	2
オ	0	カ	4	キ	3		
ク	270	ケ	$60k$	コ	$270k^2$		

II

ア	$\frac{\pi}{6}$	イ	$\frac{5}{6}\pi$	ウ	$\sqrt{19}$
エ	5	オ	$4\sqrt{3}$	カ	$\frac{\sqrt{57}}{3}$

III 答えだけでなく、途中の計算も書きなさい。

(1)

$$f'(x) = e^{-x} - x e^{-x}$$

(2) $e^{-x} - x e^{-x} = 0$ より、 $x = 1$.

$f'(x)$ は $x = 1$ の前後で符号が変わるので、

$f(1) = \frac{1}{e}$ より、 $x = 1$ のとき、極値 $\frac{1}{e}$ をとる。

(3) (i) $y - p e^{-p} = (e^{-p} - p e^{-p})(x - p)$

$$y = (1-p)e^{-p}x + p^2 e^{-p}.$$

(ii) $0 = (1-p)e^{-p}a + p^2 e^{-p}$ より、 $a = \frac{p^2}{p-1}$.

$$a' = \frac{p(p-2)}{(p-1)^2}$$

p	...	2	...
a'	-	0	+
a	>	4	>

a の増減を求めることにより、 $a \geq 4$ が a のとりうる範囲となる。

IV 答えだけでなく、途中の計算も書きなさい。

(1)

$$y - (a^2 - 2a + 2) = (2a - 2)(x - a)$$

$$y = 2(a-1)x - a^2 + 2$$

(2)

$$-2 = -a^2 + 2 \text{ より、 } a = \pm 2.$$

(3)

2, の接線の方程式は、 $y = -6x - 2$, $y = 2x - 2$. とする。

$$S = \int_{-2}^0 (x^2 - 2x + 2) - (-6x - 2) dx + \int_0^2 (x^2 - 2x + 2) - (2x - 2) dx$$

$$= \left[\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 4x \right]_{-2}^0 + \left[\frac{1}{3}x^3 - 2x + 4x \right]_0^2 = \frac{8}{3} + \frac{8}{3} = \frac{16}{3}.$$