

公募制推薦入試

数 学

I 【数学①・数学②，どちらも解答】

ア	4
イ	6
ウ	$\frac{5}{12}$
エ	-2
オ	96
カ	404
キ	36
ク	24

II 【数学①のみ解答】

ア	$\frac{2}{3}$
イ	$\frac{1}{8}$
ウ	$\frac{2}{3}$
エ	$\frac{1}{6}$
オ	1
カ	4
キ	$\frac{13}{4}$

Ⅲ 【数学①のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = -\frac{\sin x}{(1 + \cos x)^2}$

(2) $f'(x) = 0$ ($-\pi < x < \pi$) を解くと、 $x = 0$

x	$-\pi$	\dots	0	\dots	π
$f'(x)$	/	+	0	-	/
$f(x)$	/	↗	$\frac{1}{2}$	↘	/

したがって、 $f(x)$ は $x = 0$ で極大で、極大値 $\frac{1}{2}$

(3) $\lim_{x \rightarrow +0} g(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\sin^2 x}{x^2(\cos x + 1)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-1}{\cos x + 1} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 = -\frac{1}{2}$

$\lim_{x \rightarrow -0} g(x) = g(0) = \frac{k}{2}$

$g(x)$ が $x = 0$ で連続であることから、 $-\frac{1}{2} = \frac{k}{2}$ よって、 $k = -1$

Ⅳ 【数学②のみ解答】

ア	2^n
イ	$\frac{n(n+1)}{2}$
ウ	5
エ	$\frac{1}{2}$
オ	3
カ	5
キ	$\frac{\pi}{3}$

V

【数学②のみ解答】(解答においては、答えだけでなく計算過程も書きなさい)

(1) $f'(x) = 1 - x^2 = (1+x)(1-x)$ より増減表は次のようになる。

x	...	-1	...	1	...
f'	-	0	+	0	-
f	↘	$-\frac{2}{3}$	↗	$\frac{2}{3}$	↘

$x = -1$ で極小値 $-\frac{2}{3}$, $x = 1$ で極大値 $\frac{2}{3}$ をとる。

(2)

(i) $g(x) = 1 - x^2$ より $g'(a) = -2a$

$$l_1 : y = (-2a)(x - a) + (1 - a^2) \quad \text{より} \quad l_1 : y = -2ax + a^2 + 1$$

$$l_2 : y = (-2a - 1)(x - a) + (1 - a^2) \quad \text{より} \quad l_2 : y = -(2a + 1)x + a^2 + a + 1$$

(ii) P の y 座標は 1 より大きく, Q の y 座標は $-1 < a < 0$ の範囲で

1 より小さい。

また, $\triangle APQ$ の面積は $S_1 + S_2$ であるので, $S_1 + S_2 = \frac{1}{2}a^2$ である。

$$\text{他方, } S_1 = \int_a^0 \{-2ax + a^2 + 1 - (1 - x^2)\} dx = \left[-ax^2 + a^2x + \frac{1}{3}x^3\right]_a^0 = -\frac{1}{3}a^3$$

S_1 が $\triangle APQ$ の面積の $\frac{1}{2}$ であればよい。

$$-\frac{1}{3}a^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}a^2 \quad \text{と} \quad -1 < a < 0 \quad \text{より, } a = -\frac{3}{4}$$