A 問題

問 1 (1) リ (2) ヲ (3) ワ (4) ヨ (5) ヘ

ガウスの法則から、真空中にある半径 r_0 の球殻とその内部にトータル Q の電荷を与えた場合の中心から r $(r \geq r_0)$ の点での外向きの電場の大きさは、

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \tag{1}$$

であるから、その球殻の電位は、中心から r_1 の点を基準とすると、

$$V = \int_{r_1}^{r_0} E(r)\mathrm{d}r = \left[\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}\right]_{r_1}^{r_0} \tag{2}$$

となる。ここで、外向きの電場を正としているため、電圧の式に負号は入らない。

(1)

球殻 B に電荷 Q を与える場合、無限遠を接地電位（零）としたときの球殻 B の電位は式 (2) より、

$$V_{\mathrm{B}} = \left[\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}\right]_{\infty}^{b} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b}. \tag{3}$$

また、球殻 A の電荷は 0 であるので、球殻 B を基準としたときの球殻 A の電位は、

$$V_{\mathrm{AB}} = \left[\frac{0}{4\pi\epsilon_0 r}\right]_{b}^{a} = 0. \tag{4}$$

よって、無限遠を接地電位（零）としたときの球殻 A の電位は

$$V_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{B}} + V_{\mathrm{AB}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 b}. \quad \cdots \textbf{(リ)} \tag{5}$$

(2)

球殻 A に生じる電荷を Q_1 とすると、球殻 B の内側の電荷は $-Q_1$、外側の電荷は $Q + Q_1$ となる。球殻 B と内部のトータルの電荷は $Q + Q_1$ であるから、先ほどと同様に、無限遠を接地電位（零）としたときの球殻 A の電位は、

$$V_{\mathrm{A}} = \frac{Q + Q_1}{4\pi\epsilon_0 b} + \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right). \tag{6}$$

球殻 A が接地されているということは、この電位が零でないとおかしいので、球殻 A に生じる電荷は

$$Q_1 = -\frac{a}{b}Q. \quad \cdots \textbf{(ヲ)} \tag{7}$$

(3)

$$V_{\mathrm{B}} = \frac{Q + Q_1}{4\pi\epsilon_0 b} = \frac{(b-a)Q}{4\pi\epsilon_0 b^2}. \quad \cdots \textbf{(ワ)} \tag{8}$$

(4)

$$C = \frac{Q}{V_{\mathrm{B}}} = \frac{4\pi\epsilon_0 b^2}{b-a}. \quad \cdots \textbf{(ヨ)} \tag{9}$$

(5)

球殻 C の内側に生じる電荷を Q_2 とすると、球殻 B の外側の電荷は $-Q_2$、内側の電荷は $Q + Q_2$ となり、球殻 A の電荷に生じる電荷は $-Q - Q_2$ となる。球殻 B と内部のトータルの電荷は $-Q_2$ であるから、球殻 C を接地電位（零）としたときの球殻 A の電位は、

$$V_{\mathrm{AC}} = V_{\mathrm{BC}} + V_{\mathrm{AB}} = \frac{-Q_2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{c}\right) + \frac{-Q - Q_2}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right). \tag{10}$$

この電位が零でないとおかしいので、

$$Q_2 = -\frac{(b-a)c}{(c-a)b}Q \quad \cdots \textbf{(ヘ)} \tag{11}$$

問2

(1) $B_H(x) = B(x+\frac{R}{2}) + B(x-\frac{R}{2})$ (ヨ)

(2) $B(x+\frac{R}{2})'' = \frac{\mu_0 I R^2}{2} \frac{12(x+\frac{R}{2})^2 - 3R^2}{((x+\frac{R}{2})^2+R^2)^{\frac{7}{2}}}$

より、$x=0$ のとき分子は

$12(0+\frac{R}{2})^2 - 3R^2 = 0$

$B(x-\frac{R}{2})''$ についても同様に0であるゆえ、 $B_H''(0) = 0$ (リ)

(3) $B_H(-x) = B(-x+\frac{R}{2}) + B(-x-\frac{R}{2})$

$= B(-(x-\frac{R}{2})) + B(-(x+\frac{R}{2}))$

$= B(x-\frac{R}{2}) + B(x+\frac{R}{2}) = B_H(x)$

よって $B_H(x)$ も偶関数 (チ)

(4) $B_H(x) = B_H(0) + \underbrace{B_H'(0)}_{(3)より ゼロ} x + \underbrace{\frac{B_H''(0)}{2!}}_{(2)より ゼロ} x^2 + \underbrace{\frac{B_H'''(0)}{3!}}_{(3)より ゼロ} x^3 + \cdots$

3乗 (ハ)

(5) ほぼ一定の (ル)

問3

(1) 端子A-B間から見た ~~左側のコンダクタンス → ノイマン~~

回路全体のコンダクタンス → ミルマン

$$\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3} \quad \underline{(ヘ)}_{//}$$

(2) A-B間を短絡して、端子BからR₁およびR₂を介して端子Aに流れる電流

$$\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2} \quad \underline{(ハ)}_{//} \quad \left(\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{0}{R_3} \text{と考えても同じ}\right)$$

(3) ミルマン $\underline{(ハ)}_{//}$

$$V=\frac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}+\frac{0}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}}$$

(4) 電圧源を短絡除去して、端子A-Bから見た左側の合成抵抗

$$R_1 /\!/ R_2=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \quad \underline{(ト)}_{//}$$

(5)

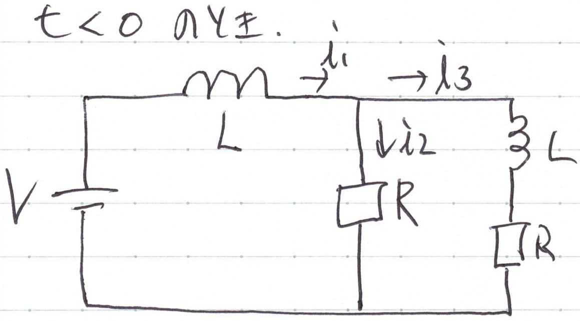
$$V=\frac{\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cancel{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}}=\frac{\frac{R_2E_1+R_1E_2}{R_1R_2}}{2\cancel{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}}=\frac{R_2E_1+R_1E_2}{2(R_1+R_2)}$$

$$P=\frac{V^2}{R_3}=\frac{(R_2E_1+R_1E_2)^2}{4(R_1+R_2)^2}\cdot\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}=\frac{(R_2E_1+R_1E_2)^2}{4R_1R_2(R_1+R_2)} \quad \underline{(カ)}_{//}$$

問4

(1) $L\dfrac{di(t)}{dt} + L\dfrac{di(t)}{dt} + Ri(t) = 2L\dfrac{di(t)}{dt} + Ri(t)$ (ル)

(2) $t<0$ のとき.



$i_1 = i_2 + i_3$

直流定常状態なので Lの両端の電圧はゼロ
よって

$i_2 = i_3 = \dfrac{V}{R}$, $i_1 = \dfrac{2V}{R}$

よってインダクタの磁束は

$\Phi = Li_1 + Li_3 = \dfrac{3VL}{R}$ (リ)

(3) $t \gg 0$ の定常状態では. Lの両端の電圧はゼロ
よって

$i_s(t) = \dfrac{V}{R}$ (ハ)

(4) 過渡解を $i_T(t) = Ke^{\lambda t}$ とおくと. (1)の右辺を0として.

$$2LK\lambda e^{\lambda t} + RKe^{\lambda t} = 0$$

$$\therefore \lambda = -\frac{R}{2L}$$

よって

$$i_T(t) = Ke^{-\frac{R}{2L}t}$$ (ト)

(5) (2)より.

$$i(0) = \frac{1}{2L}\frac{3VL}{R} = \frac{3V}{2R}$$

(3),(4)より

$$i(t) = i_T(t) + i_s(t) = \frac{V}{R} + Ke^{-\frac{R}{2L}t}$$

よって $i(0)$ の値から K を求めて.

$$i(t) = \frac{V}{R} + \frac{V}{2R}e^{-\frac{R}{2L}t}$$ (ヲ)

B問題

問5

(1) △結線 (ホ)

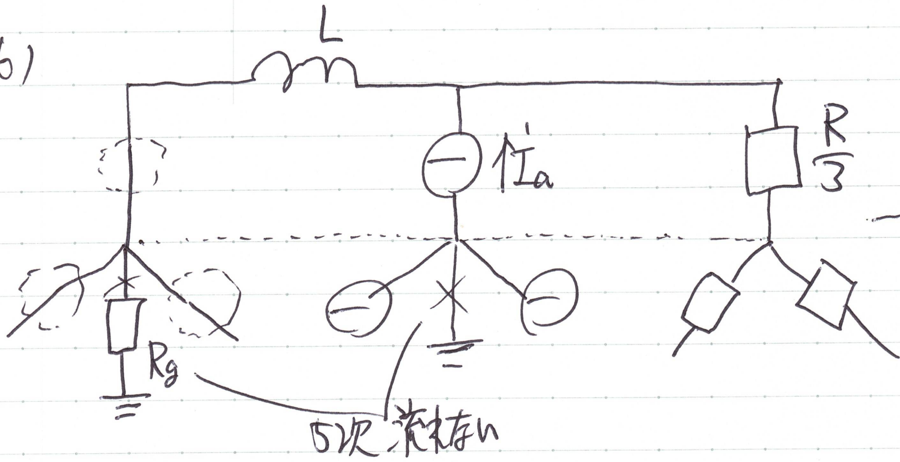
(2) A：電流源→開放除去 (ト)

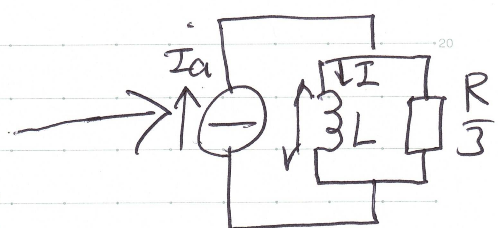
(3) B：電圧源→短絡除去 (ニ)

(4)
$$i_a(t) = \sqrt{2} I_3 \sin 3\omega t + \sqrt{2} I_5 \sin 5\omega t$$
$$i_b(t) = \sqrt{2} I_3 \sin 3\omega t + \sqrt{2} I_5 \sin\left(5\omega t + \frac{2}{3}\pi\right)$$
$$i_c(t) = \sqrt{2} I_3 \sin 3\omega t + \sqrt{2} I_5 \sin\left(5\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$
$$= 0$$
(ヲ)

(5) 中性点 N_2 の接地線 (ハ)

(6)





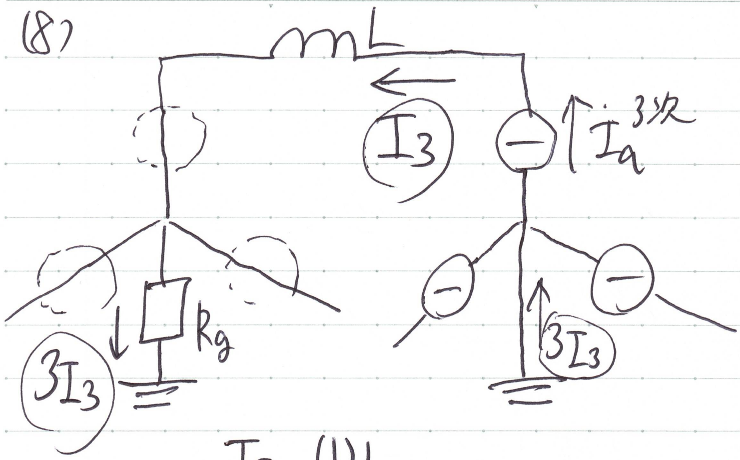
$$I = \frac{\frac{R}{3}}{\frac{R}{3} + j5\omega L} \dot{I}_a^{5次}$$

$$|I| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + 225\omega^2 L^2}} I_5 \quad (リ)$$

(7)
$$|V| = |j5\omega L||I| = \frac{5\omega L R}{\sqrt{R^2 + 225\omega^2 L^2}} I_5 \quad (ヨ)$$

問5続き

(8)



I_3 $\underline{(1)}$ //

(9) $3I_3$ $\underline{(4)}$ //

(10)

$$V = R_g \cdot 3I_3 + j\,3\omega L \cdot I_3$$

$$|V| = 3\sqrt{R_g^2 + 9\omega^2 L^2} \cdot I_3$$

$\underline{(7)}$ //