

微分方程式 (真貝)
第1回中間テスト I

学生番号 _____ - _____ 氏名 _____

【重要】解答は別紙に．答えだけではなく，導出の過程も記すこと．
解答順は自由．スペースが足りなければ，裏面を用いよ．

1 次の微分方程式を立式せよ．必要であれば，各自で文字を補え．

- (a) xy 平面上の各点で，法線の傾きが $\cosh x$ である曲線がみたす微分方程式．
- (b) 感染者数の3乗の割合で増加していく新型コロナ感染者数を求める微分方程式．
- (c) 上記に加えて，感染者数の2乗の割合で感染者が回復していく新型コロナ感染者数を求める微分方程式．
- (d) 質量 m の落下傘が重力 mg を受けて落下するとき，落下傘の位置 y が満たす運動方程式は，

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -mg$$

である．さらに，速度の2乗に比例する抵抗力が加わるとすると，どのような式になるか．

2 $y(t) = A \sin \omega t + B \cos \omega t$ (A, B は任意定数， ω は定数) が，次式をみたすことを示せ．

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y$$

3 $y(x)$ である．一般解を求めよ．初期値が与えられた式は特殊解を求めよ．

- (a) $\frac{dy}{dx} - 5x = 0$
- (b) $\frac{dy}{dx} - 5xy = 0$
- (c) $\frac{dy}{dx} + 5y = 0, y(0) = 3$
- (d) $\frac{dy}{dx} + 5y = e^{5x}$
- (e) $\frac{dy}{dx} + 5y = 26 \sin x$
- (f) $\frac{dy}{dx} + 5y = 2e^{-5x}$

4 カップに入れた飲み物の温度の時間変化率は，そのときの室温との差に比例する．いま，室温が 20 [$^{\circ}\text{C}$] のとき，時刻 t におけるスープの温度 $T(t)$ [$^{\circ}\text{C}$] は，

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - 20) \quad (k > 0; \text{定数})$$

となる． $t = 0$ で 70 [$^{\circ}\text{C}$] だったスープが，3分後に 60 [$^{\circ}\text{C}$] になった．6分後は何 [$^{\circ}\text{C}$] か．必要であれば， $\log 2 = 0.6931, \log 3 = 1.099, \log 5 = 1.609, \log 10 = 2.303$ を用いよ．