

独立成分分析を用いた重力波抽出手法の提案

Proposal of a method for extracting Gravitational Waves using Independent Component Analysis

情報科学専攻 M23-A12 下村りか Rika Shimomura

主査：真貝寿明 副査：木村哲士

1 序論

重力波とは、質量のある物体が加速度運動することで発生する時空の歪みが波として光速で伝わる現象である。重力波の振幅はとても小さいため、検出器のノイズの中から実信号を抽出する手法が必要である。現在、重力波の解析には主に Matched-Filter 解析 が用いられている。この手法は、一般相対性理論の式を解いて理論的に予測される重力波波形を事前に計算し、それらをテンプレートとして多数準備するものである。観測された信号とテンプレートの相関を用いて、重力波を抽出し、波源のパラメータを推定する。テンプレートには、中性子星やブラックホールの連星合体（コンパクト連星合体）によって発生する重力波波形が登録されている。

Matched-Filter 解析では、テンプレートの無い重力波波形は取り出せないため、パルサーや中性子星単体、超新星爆発などにおける重力波、および未知の重力波は発見できない。また、テンプレートは一般相対性理論に基づいて計算されており、一般相対性理論以外の理論検証はできないという問題がある。

そこで本論文ではテンプレートを用いない新たな解析手法を提案する。複数の観測所で観測されたデータに共通して含まれる重力波信号を、独立成分分析 (ICA) を適用することで、抽出する提案である。実際のデータに含まれるノイズから重力波の抽出可能性を検証し、重力波の到達時刻の差を考慮した解析ツールを開発した成果を報告する。

2 独立成分分析 (ICA)

ICA とは、複数の時系列データに共通に含まれる信号が、他とは統計的に独立かつ非ガウス的であるという仮定を用いて、目的とする信号を分離する手法である。信号源をベクトルとして $s(t)$ 、観測信号を $x(t)$ とすると、混合行列 A を用いて $x(t) = As(t)$ のように表せる。観測信号のみがわかっている時、推定する信号源を $\tilde{s}(t)$ とし、 $\tilde{s}(t) = Wx(t)$ とする。 $x(t)$ を白色化する行列を V とし、 $\tilde{s}(t)$ の i 番目の成分を $\tilde{s}_i(t)$ 、変換行列 W の i 列目を w_i とするとき $\tilde{s}_i(t) = w_i^T Vx(t) \equiv w_i^T z(t)$ とする。

FastICA は、非ガウス性の指標として尖度やネゲントロピーを使用し、不動点アルゴリズムによって ICA を高速で実現する手法である。本研究では FastICA を用いた。アルゴリズムは以下の通りである。

まずデータの前処理として、検出器のノイズ特性を用いたデータの白色化と、データの平均を 0 にする中心化を行う。次に、変換行列 w の初期値を乱数を用いて決める。次に、

$$w_i = E[zg(w_i^T z)] - E[g'(w_i^T z)]w_i \quad (1)$$

$$g(y) = \tanh y \quad (2)$$

として w_i を更新しながら収束させ、成分 i が互いに直交化するように決める。

3 テスト計算

ICA による重力波抽出を確かめるため、ノイズに既知の信号を埋め込んで (inject)、抽出プロセスをテストした。

3.1 ガウシアンノイズ+Inspirational 波形

Inspirational 波形とは、コンパクト連星が互いに接近・周回しながら放出する重力波の波形のことである。平均 0、分散 1 のガウシアンノイズに、 $30M_{\odot}$ のブラックホール 2 つが連星合体するときの Inspirational 波形を inject したデータについて解析した。重力波の検出判定は、入力した波形と ICA 出力の波形のフーリエ成分が、同じベキで表されているかどうかで判定した。その結果、inject したデータの最大振幅が、ノイズの最大振幅の 1.85 倍以上であれば、ICA をかけることで重力波とノイズに分けられていることがわかった。

3.2 実ノイズ+sin 波形

実際の重力波観測では検出器のノイズは時間変動し、観測前後のノイズデータが公開されている。ガウス型ではないノイズに対するテストとして、重力波イベント GW150914 前後の実ノイズに sin 波を inject した波について解析した。実ノイズは合体前後 0.5 秒を切り取った 1 秒間のデータである。S/N 比 10 以上であれば、入力した sin 波のスペクトルが、分離した他のモードのものより有意に高く (3.76 倍以上) 確認された。通常の重力波抽出は S/N 比 8 以上を目標としているので、ICA 手法の有用性に期待が持てる。

4 実データへの適用

4.1 GW150914

GW150914 は干渉計 LIGO の Livingston と Hanford の二か所で観測された、連星ブラックホール合体による S/N 比 26 の重力波イベントである。重力波が来た方向と地理的条件により、二つの干渉計における到達時刻には差があるため、二つのデータの時間をずらしながら重力波信号抽出を試みた。最良データの判定としては、ICA 後の信号 $\tilde{s}_1(t)$ とノイズ $\tilde{s}_2(t)$ の面積比を

$$A_a(t_1, t_2) = \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} \tilde{s}_a(t) \cdot \Delta t}{(t_2 - t_1)/\Delta t} \quad (3)$$

より $R = A_1/A_2$ として計算し、 R が最大になるものとした。ただし、実信号 $\tilde{s}_1(t)$ については、合体直前の短い時間の平均値、ノイズ $\tilde{s}_2(t)$ については合体前後の平均値を求めた。また、20~200Hz でフィルタリングしたデータを使用した。最良の結果から前後の R の極小値までの範囲を推定誤差とすると、Livingston のデータを $7.5^{+0.3}_{-0.3}$ ms 遅らせたとき、最も大きく重力波を抽出できた (図 1)。また、到達時刻の推定誤差は LIGO-Virgo 論文 [1] の $6.9^{+0.5}_{-0.4}$ ms よりも小さくできた。

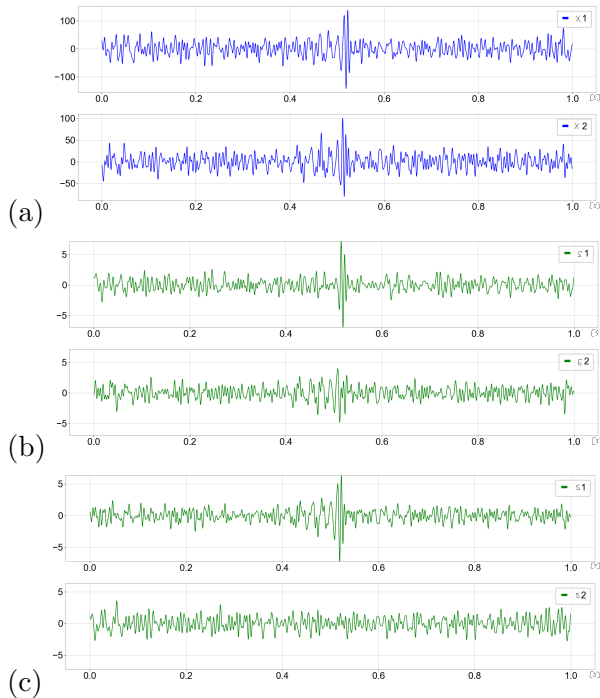


図 1: GW150914 の解析結果。(a) は入力信号 (x1:Livingston, x2:Hanford), (b) (c) は ICA

による分離結果で、(b) は時間をずらしていない時の出力、(c) は最良に分離できた結果である。(c) では片方にのみ重力波信号が見えている。

4.2 GW200129_065458

最後に 3 つの入力データに対する ICA の実例を示す。GW200129_065458 は LIGO の Livingston と Hanford および Virgo の三か所で観測された、連星ブラックホール合体による S/N 比 26.8 の重力波イベントである。到達時刻の判定は、まず感度の良い LIGO の 2 台のデータで行い、その最良値を得たあとに Virgo のデータを加えて解析した。他は GW150914 と同様に解析した。Hanford を基準に、Livingston のデータを $5.1^{+0.5}_{-0.2}$ ms 進め、Virgo のデータを $21.2^{+0.9}_{-1.9}$ ms 遅らせたとき、重力波を最も大きく抽出できた。

5 結論

本研究では ICA を用いて重力波を抽出した。さまざまなテストにより S/N 比 10 以上で重力波が抽出可能であること、および実データ (GW150914, GW200129_065458) で時間差を合わせることで重力波が抽出可能であることを示した。また、GW150914 の到達時刻の推定誤差は LIGO-Virgo 論文よりも小さくできた。

現在、他の実データでも重力波が取り出せることを試みている。本論文の手法が確立されることで、Matched-Filter 解析とは相補的な手法となること、またテンプレートがない重力波の観測が可能になると考えられる。

参考文献

- [1] B.P.Abbott, et al. (LIGO Scientific Collaboration and Virgo Collaboration), “Observation of Gravitational Waves from a Binary Black Hole Merger”, Phys. Rev. Lett. 116, 061102, (2016)

研究発表業績

- 1) (査読無し発表) R. Shimomura, Y. Tabe and H. Shinkai, “Gravitational Wave extraction using Independent Component Analysis”, The 33rd Workshop on General Relativity and Gravitation in Japan, (2024 年 12 月, 近畿大学)
- 2) (査読無し発表) 下村りか, 田部優一, 真貝寿明, “独立成分分析を用いた重力波解析手法の提案”, 日本物理学会 発表予定 (2025 年 3 月)