

常翔学園高校 夢発見ゼミ 2014年11月6日

ブラックスホール —理論宇宙物理学—

真貝寿明 Hisaaki Shinkai

大阪工業大 情報科学部 情報システム学科
宇宙物理・数理科学研究室
<http://www.is.oit.ac.jp/~shinkai/>



宇宙物理・数理科学研究室



1. 万有引力と惑星の運動

登場人物たち

 <p>コペルニクス Nicolaus Copernicus (1473-1543)</p> <p>地動説</p>	 <p>ブラーエ Tycho Brahe (1546-1601)</p> <p>天体観測</p>	 <p>ケプラー Johannes Kepler (1571-1630)</p> <p>惑星運動の法則</p>	 <p>ガリレイ Galileo Galilei (1564-1642)</p> <p>慣性・自由落下運動 地動説の物理的根拠</p>	 <p>ニュートン Isaac Newton (1642-1727)</p> <p>運動の法則 万有引力</p>
--	---	---	---	--

1. 万有引力と惑星の運動

テイコ・ブラーエ

精密で膨大な天体観測記録を残す
観測的権威だが天動説支持
「太陽は地球の周りを回り、
惑星は太陽の周りを巡る」

1572 超新星を発見

(SN1572, 通称「テイコの新星」)

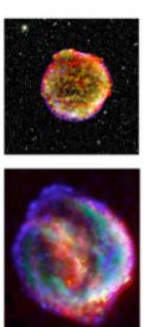


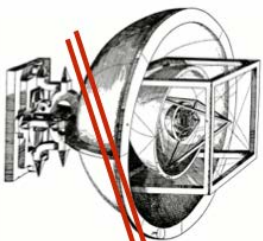
図 1: 超新星 SN 1572 と SN1604 の現在の姿。数百年が経ち、爆発の先頭の衝撃波が現状に広がっていて、超新星残骸 (supernova remnant) と呼ばれる。

1. 万有引力と惑星の運動

ヨハネス・ケプラー

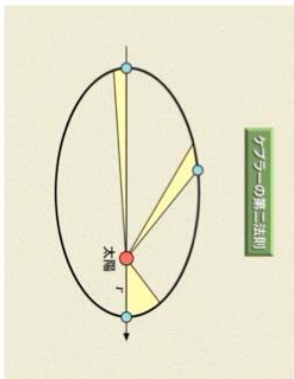
ケプラー

Johannes Kepler
(1571-1630)



『宇宙の神秘』(1596年)に描かれた
ケプラーによる初期の多面体太陽系モデル

惑星運動の3法則



ケプラーの惑星の運動についての3法則 (1609,1618)

第1法則 楕円軌道の法則

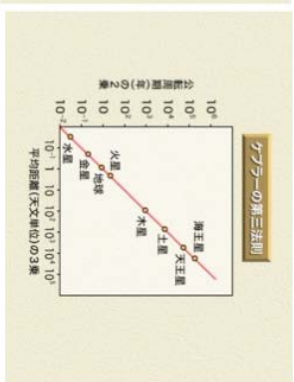
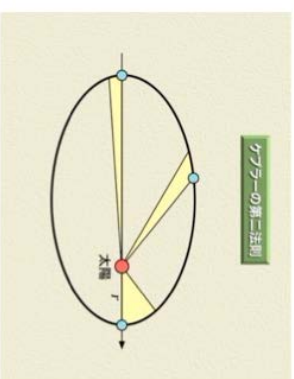
惑星は太陽を1つの焦点とする楕円軌道を描く。

第2法則 面積速度一定の法則

太陽と惑星を結ぶ線分が単位時間に描く扇形の面積(面積速度)は、惑星それぞれについて一定である。

第3法則 T^2/R^3 一定の法則

惑星の公転周期 T の2乗と、惑星の描く楕円の長軸半径(長軸の長さの半分) R の3乗の比 T^2/R^3 は、惑星によらず一定である。



- ケプラーの惑星の運動についての3法則 (1609,1618)
- 第1法則 楕円軌道の法則
惑星は太陽を1つの焦点とする楕円軌道を描く。
 - 第2法則 面積速度一定の法則
太陽と惑星を結ぶ線分が単位時間に描く扇形の面積(面積速度)は、惑星それぞれについて一定である。
 - 第3法則 T^2/R^3 一定の法則
惑星の公転周期 T の2乗と、惑星の描く楕円の長軸半径(長軸の長さの半分) R の3乗の比 T^2/R^3 は、惑星によらず一定である。

Johannes Kepler
(1571-1630)



ケプラーの第一法則



1. 万有引力と惑星の運動

アイザック・ニュートン

Newton(1687)：運動の3法則

ニュートンの運動法則

Isaac Newton
(1642-1727)



第1法則 慣性の法則

力を加えなければ、物体は等速直線運動を行う。

第2法則 運動方程式

物体に力 F を及ぼすと、物体の質量 m に反比例した加速度 a が生じる。

第3法則 作用反作用の法則

物体に力 F を及ぼすと、その物体は同じ大きさで逆向きの反作用 $-F$ を作用物体に及ぼす

第2法則は式で書くと、

$$F = ma$$

(2.2.3)

運動方程式 (Newton第2法則)

力を加えると

- 重力 (万有引力)
- 摩擦力 (抵抗力)
- 抗力
- 弾性力
- 張力
- 浮力
- 大気圧の力
- 電気力の
- 磁石の力
-

$$\vec{F} = m \vec{a}$$

大きさだけではなく、
向きを含めて成り立つ

加速度が生じる

速度がわかる
位置がわかる

運動がわかる！

- 等速直線運動
- 等加速度直線運動
- 放物運動
- 円運動・楕円運動
- 単振動
- 減衰振動
-

万有引力の法則

ニュートンが、リンゴが落ちることから重力の原因が「万有引力である」と気づいた話は実話らしい。

万有引力の法則

すべての物体は引力で引き合う。質量 M と m の物体が距離 r だけ離れているとき、万有引力の大きさ F は

$$F = G \frac{Mm}{r^2} \quad (2.5)$$

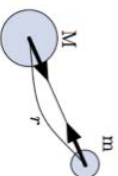
である。 G は定数で、 $G = 6.67 \times 10^{-11} [\text{Nm}^2/\text{kg}^2]$ である。

地球表面での重力

地球の表面での万有引力の大きさはほぼ一定で、質量 m の物体に対して

$$F = mg \quad (2.6)$$

である。 g は重力加速度と呼ばれ、 $g = 9.8 [\text{m}/\text{s}^2]$ である。



万有引力の法則 + 運動方程式

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$F = ma$$

楕円運動！

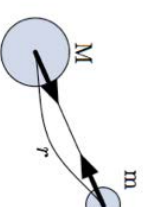


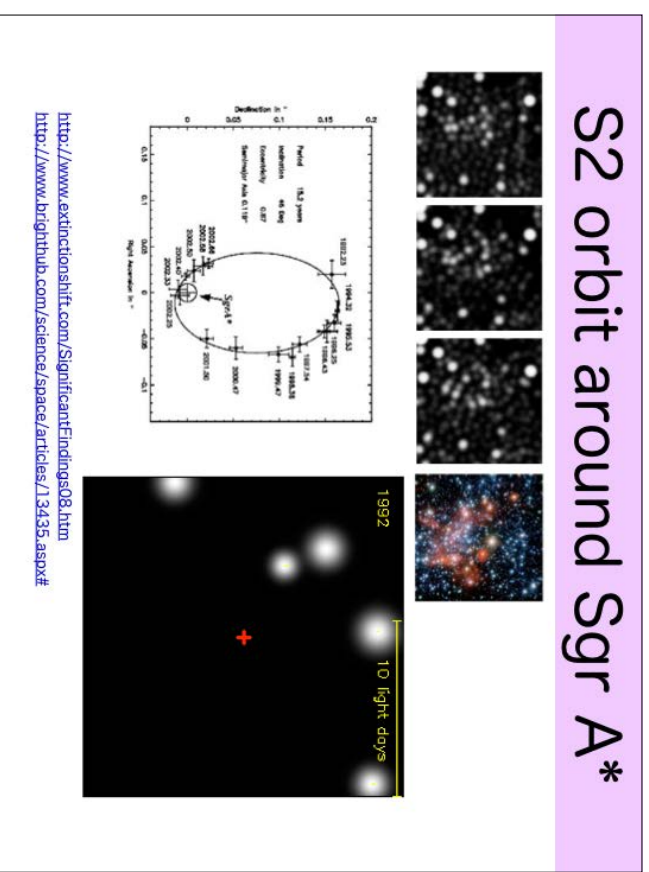
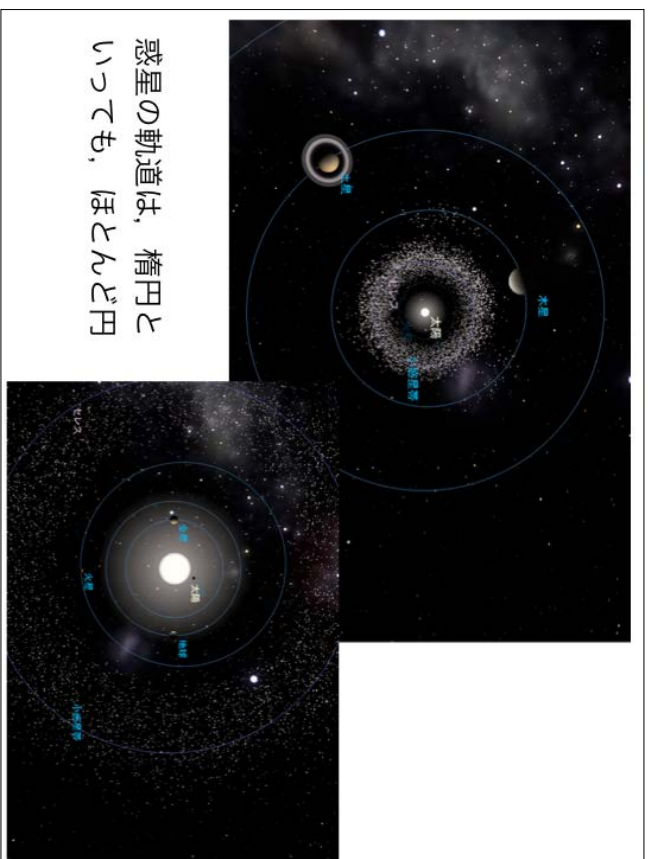
Isaac Newton
(1642-1727)



課題1 なぜ月は地球に落下してこないのか

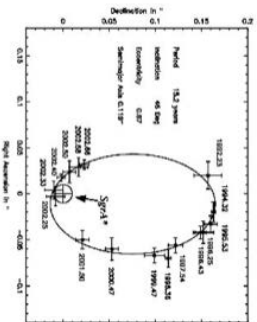
万有引力を考えると、すべての物体は近づいてゆくように思える。地球と月も万有引力で引っ張り合っているのにも関わらず、なぜ月が地球に落下してこないのだろうか。





フラックホールの存在はどうしてわかるのか？

周りの星の激しい運動から
強い重力源であることがわかる



落下していくガスが
高い温度で輝く
(降着円盤 accretion disk)

想像図
<http://www.skyandtelescope.com/astronomy-news/black-hole-spews-stellar/>

【宇宙物理】

2014年夏頃、銀河中心にガス雲が最接近 Simulations of the Origin and Fate of the Galactic Center Cloud G2 2012/10/19

The Astronomical Journal Volume 158 Number 2
M. Scharfmann et al. 2012, ApJ, 758, 155
<http://iopscience.iop.org/0004-637X/758/2/155>

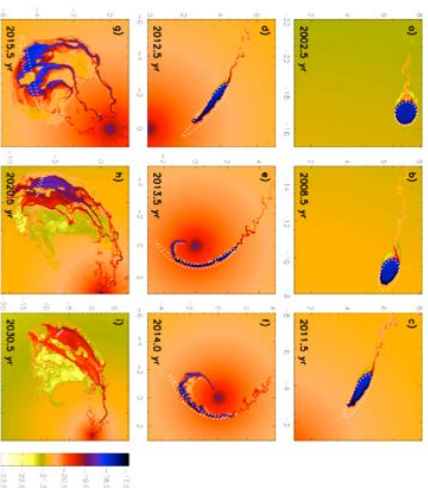
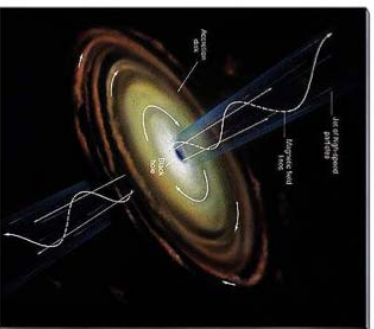


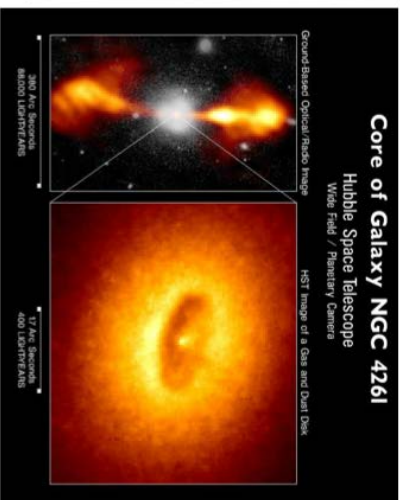
Figure 4. Density evolution of the compact cloud model C01. Overlaid on dotted white lines are the positions of new particles initially located at their cloud boundary. The new bodies are given in order (left-to-right). Solid lines represent the evolution of the model.

左図は、Scharfmannらの計算結果。
しかし、この計算は、2次元計算であり、
東工大の牧野氏は、3次元で計算すると変
形の効果がより顕著になるが、フラック
ホールへの降着は少なくなり、この図と
はだいぶ様相が異なるようだ、と最近の
研究成果を話している。

フラックホールの存在はどうしてわかるのか？



<http://www2.astron.psu.edu/astrophot/lanchin.html> 想像図



銀河中心からジェットが吹き出す
(活動銀河核 active galactic nuclei)

G2 gas cloud simulation



2009

<http://www.youtube.com/watch?v=WB0ZyofND0s> (38s)

万有引力の法則は、どこまで正しいか

空間3次元 (4次元時空) なら 空間4次元 (5次元時空) なら

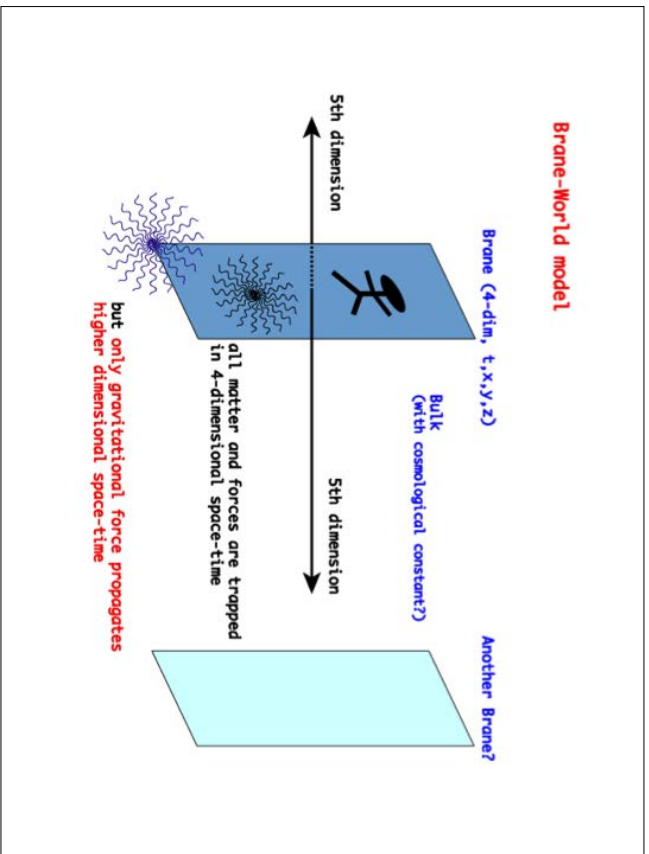
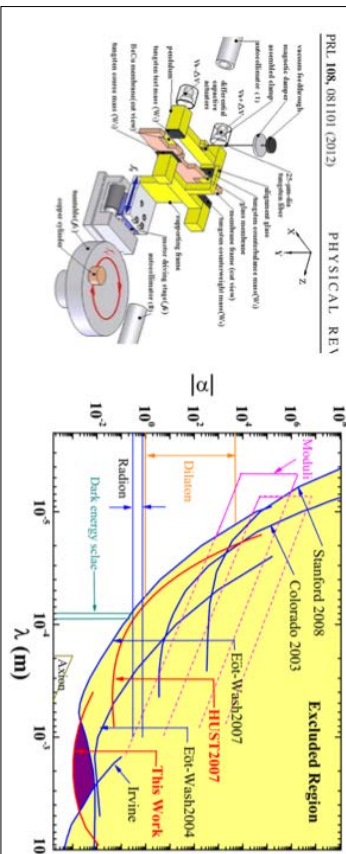
$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

$$F = G \frac{Mm}{r^3}$$

$$U = -G \frac{Mm}{r}$$

$$U = -G_5 \frac{Mm}{r^2}$$

$$U = -G \frac{Mm}{r} (1 + \alpha e^{-r/\lambda})$$



ワープする宇宙
Lisa Randall
Warped Passages
未来への躍進に出発
次元が存在する!

なか見! 検索
WARPED PASSAGES
UNRAVELING THE MYSTERIES OF THE UNIVERSE'S HIDDEN DIMENSIONS
LISA RANDALL

413

2. 相対性理論

特殊相対性理論と一般相対性理論

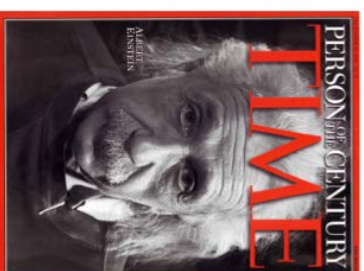
特殊相対性理論 (1905)

光速に近い場合の運動方程式
「時間の進み方は相対的」
「質量はエネルギーと等価」

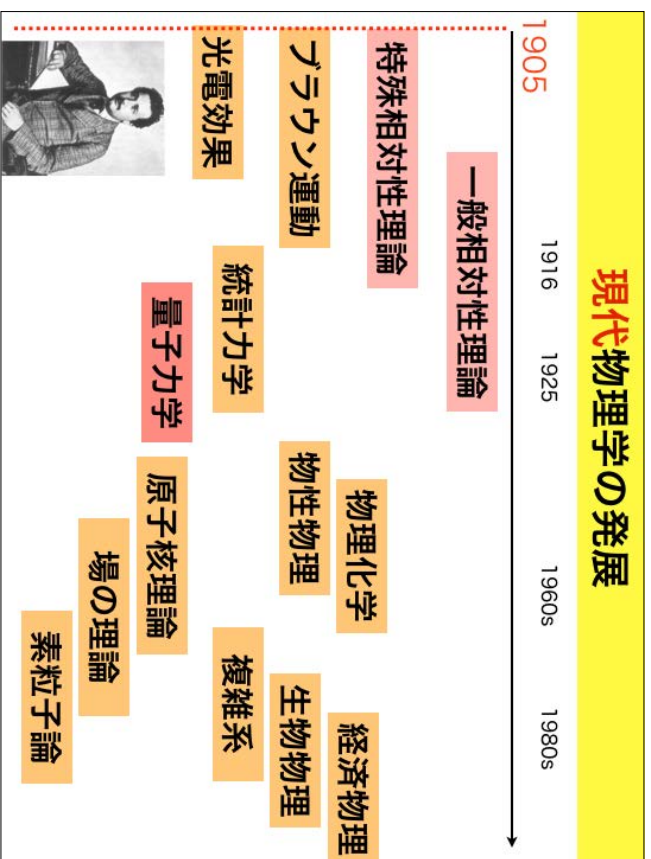
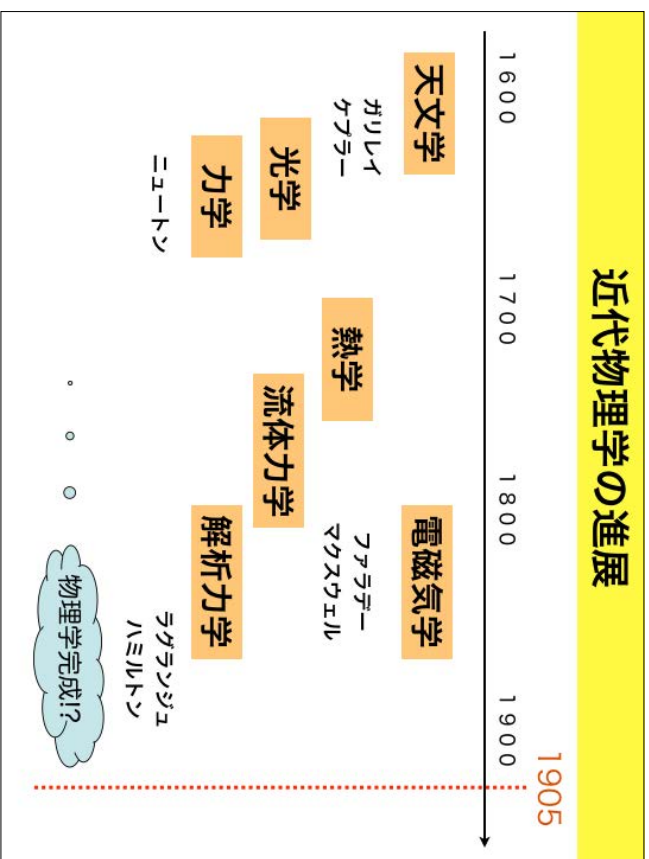
$$E = mc^2$$

一般相対性理論 (1905)

強い重力場での運動方程式
「時間も空間も歪む」



アルベルト・アインシュタイン
1879 (明治12)/3/14
~1955 (昭和30)/4/18



2. 特殊相対性理論：光速に近いときの力学

不思議の国のトムキンス

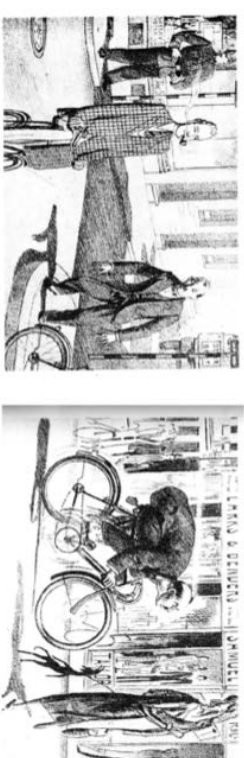


図4 ガモフ著『不思議の国のトムキンス』の挿絵。最高速度が時速30 km/sの世界では、自転車で移動する人からみると世界が歪んで見え、止まっている人から自転車の人を見ると平たく見える。

「不思議の国のトムキンス」効果の由来

準光速ロケットからの眺め
(1) 光のドップラー効果

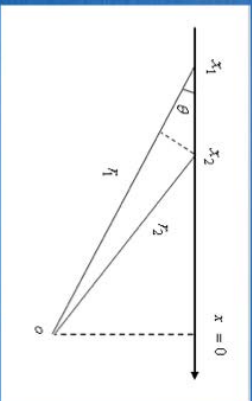


$$f_N = \frac{c + v_{\text{source}}}{c - v_{\text{obs}}} f_{\text{source}}$$

$$f_{SR} = \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^{1/2} f_{\text{source}}, \quad \beta = \frac{v_{\text{obs}}}{c}$$

「不思議の国のトムキンス」 効果の由来

準光速ロケットからの眺め
(2) 光の横ドップラー効果



$$f_{SR} = \frac{(1 - \beta^2)^{1/2}}{1 - \beta \cos \theta} f_{source}; \quad \beta = \frac{v_{obs}}{c}$$

準光速ロケットから見える世界(1)

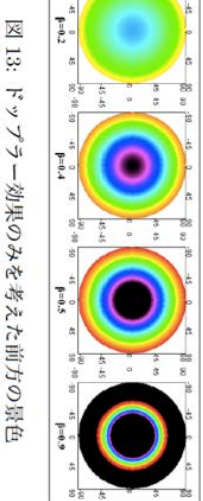


図 13: ドップラー効果のみを考えた前方の景色

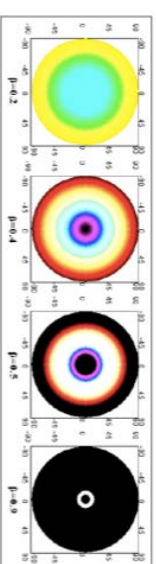
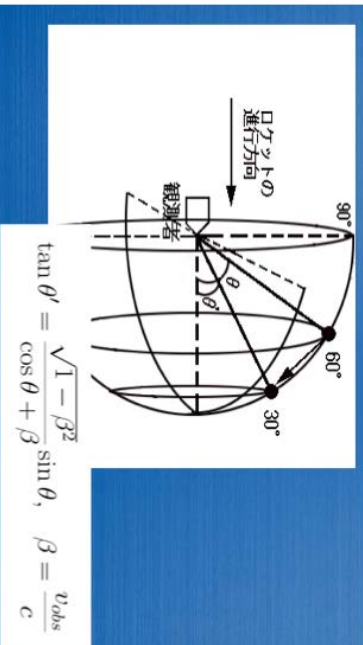


図 14: 図 13 に光行差及び明るさ変化を取り入れた前方の景色

2012年度卒業論文 (靉矢景淑君) から

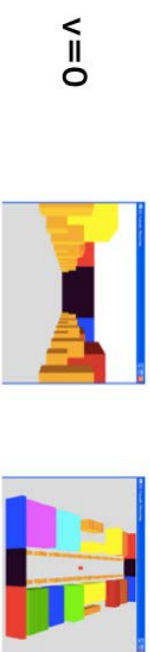
「不思議の国のトムキンス」 効果の由来

準光速ロケットからの眺め
(3) 光行差現象

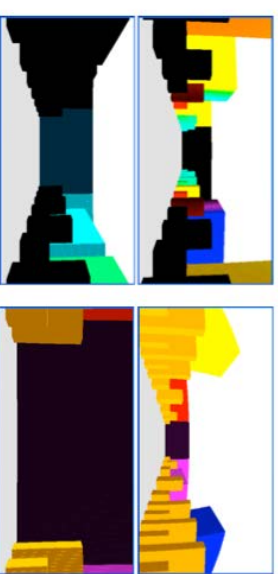


$$\tan \theta' = \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\cos \theta + \beta} \sin \theta, \quad \beta = \frac{v_{obs}}{c}$$

準光速ロケットから見える世界(2)



$v=0.8c$



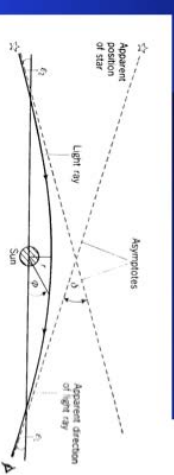
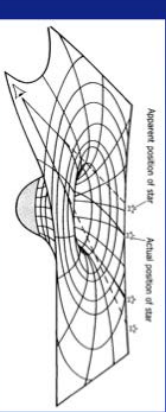
2012年度卒業論文 (靉矢景淑君) から

一般相対性理論 General Relativity

一般相対性理論は、重力の理論。
重い天体は、時空を曲げる。

一般相対性理論の予言【光の曲がり】

光は時空を直進するが、重い天体の周りでは、
時空の歪みにより、曲がって進むことになる。



1919年、エディントングが、
皆既日食を利用して、光の
曲がりを確認(0.875秒角)
一般相対性理論は正しい

一般相対性理論【Einstein方程式】

重力場の方程式 (1916)

空間の曲がりか毛ノ運動を決める ⇔ 毛ノがあると空間が曲がる

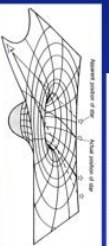
$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

アインシュタイン曲率テンソル
<空間の歪み>

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} &\equiv \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}(\partial_{\mu}g_{\beta\nu} + \partial_{\nu}g_{\beta\mu} - \partial_{\beta}g_{\mu\nu}) \\ R^{\mu}_{\nu\alpha\beta} &\equiv \partial_{\alpha}\Gamma_{\beta\nu}^{\mu} - \partial_{\beta}\Gamma_{\alpha\nu}^{\mu} + \Gamma_{\alpha\sigma}^{\mu}\Gamma_{\beta\nu}^{\sigma} - \Gamma_{\beta\sigma}^{\mu}\Gamma_{\alpha\nu}^{\sigma} \\ R_{\alpha\beta} &\equiv R^{\mu}_{\alpha\mu\beta} \equiv \partial_{\mu}\Gamma_{\alpha\beta}^{\mu} - \partial_{\beta}\Gamma_{\alpha\mu}^{\mu} + \Gamma_{\alpha\sigma}^{\mu}\Gamma_{\beta\mu}^{\sigma} - \Gamma_{\beta\sigma}^{\mu}\Gamma_{\alpha\mu}^{\sigma} \\ R &= g^{\alpha\beta}R_{\alpha\beta} \end{aligned}$$

エネルギー運動量テンソル
<毛ノ分布>

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_{\mu}u_{\nu} + pg_{\mu\nu}$$



Taken from the 22 November 1919 edition
of the Illustrated London News.

Coverage in the (more excitable)
New York Times.

**LIGHTS ALL ASKEW!
IN THE HEAVENS!**

Men of Science More or Less
Agog Over Results of Eclipse
Observations.

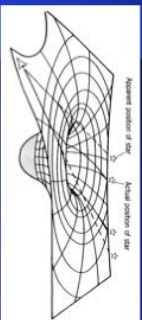
EINSTEIN THEORY TRIUMPHS

Stars Not Where They Seemed
or Were Calculated to be,
but Nobody Need Worry.

A BOOK FOR 12 WISE MEN

No More in All the World Could
Comprehend It, Said Einstein When
His Daring Publishers Accepted It.

一般相対性理論の予言 【光の曲がり】 重力レンズ



アインシュタイン方程式の解

【シュワルツシルド解】

Schwarzschild (1916)
球対称、真空での方程式の厳密解

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$$



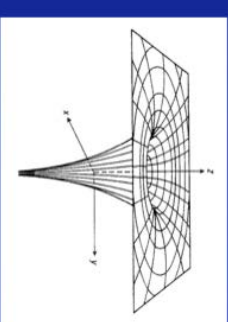
困ったことに、……

$r=0$ で特異点

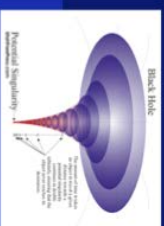
⇒ 今でも困ってる

$r=2GM/c^2$ でも特異点

⇒ ブラックホールの境界



ブラックホール Black-hole



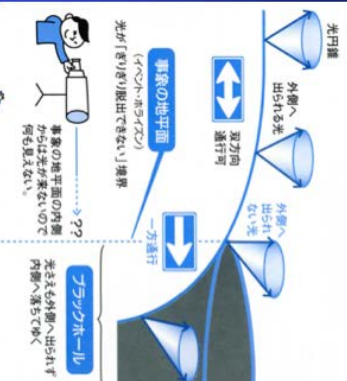
まず、方程式を解いたのは、シュバルツシルドだった。

アインシュタインは信じなかったが、
この答えは、ブラックホールを意味していた。

ブラックホール

= 重力が強すぎて、光さえも出られない天体
= 因果的に隔離される領域 境界 = 地平面 (ホライズン)

ブラックホールの事象の地平面



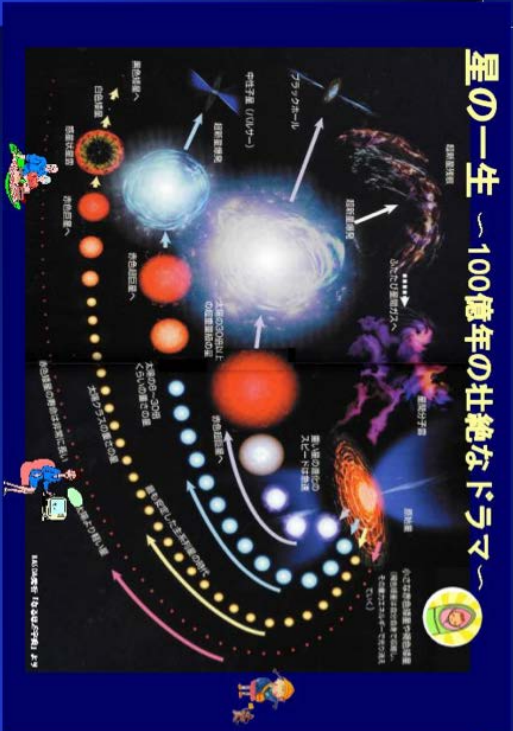
Newton力学でも偶然同じ値が出てくる

$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mv^2 = -\frac{GMm}{\infty} + \frac{1}{2}mv^2 > 0$$

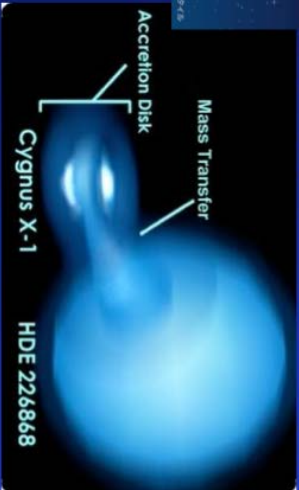
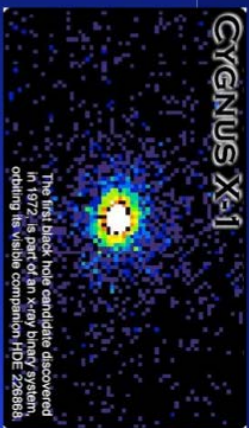
$$R < \frac{2GM}{c^2}$$

$r=2GM/c^2$
太陽なら2Km, 地球なら0.9cm

重い星が燃え尽きるとブラックホールに

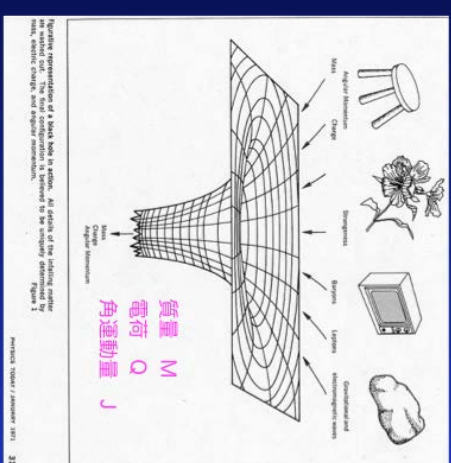


はくちょう座 X-1はブラックホール



ブラックホール脱毛定理

black-hole no-hair theorem

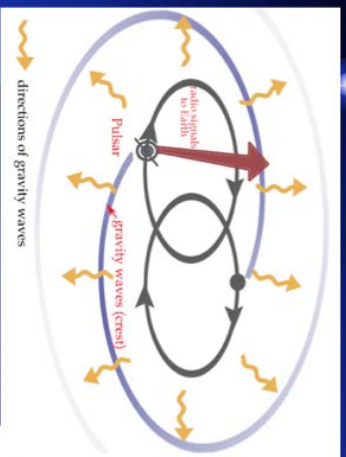


重力波 gravitational wave

重力を伝える波が存在するはず。

現在の、一般相対性理論研究の中心課題。

一般相対性理論の予言【連星パルサー】



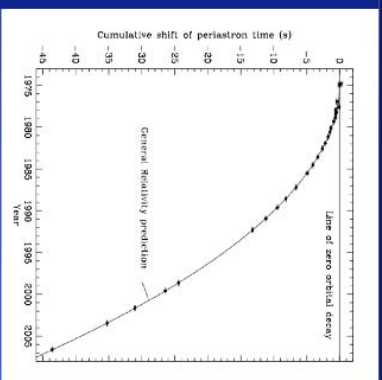
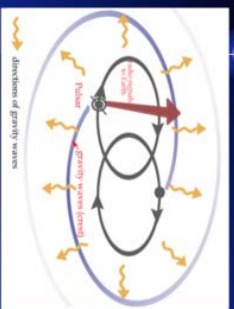
Russell A. Hulse

Joseph H. Taylor Jr.

1974年
パルサーの間隔から、連星であることがわかった。

図 36: 連星パルサーを拾っている電波のデータ。

一般相対性理論の予言【連星パルサー】



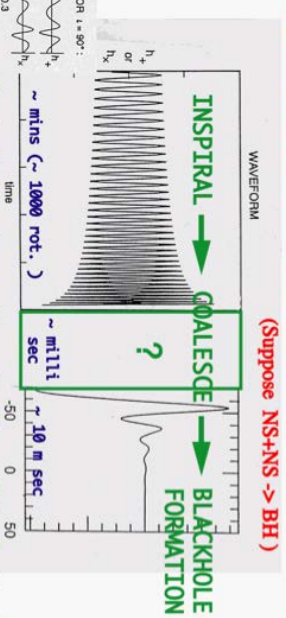
重力波を放出してエネルギーを失うので、星が近づいてゆく。

重力波の存在が間接的に確かめられた。

一般相対性理論は正しい

What can we learn from gravitational waveform?

(Suppose NS+NS → BH)



Post Newtonian Approx. Numerical Relativity BH. Perturbation

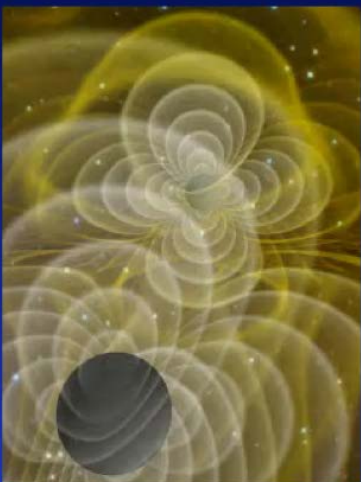
- amplitude up \Rightarrow chirp mass, $M_c = (M_1 M_2)^{3/5} / (M_1 + M_2)^{1/5}$
- waveform h_x/h_y \Rightarrow inclination
- modulation \Rightarrow eccentricity
- \Rightarrow spin, ...
- ISCO freq \Rightarrow EOS of NS, Formation of BH or NS, BH mass, BH angular momentum, ...
- statistics \Rightarrow cosmological parameters

ブラックホールの合体シミュレーション



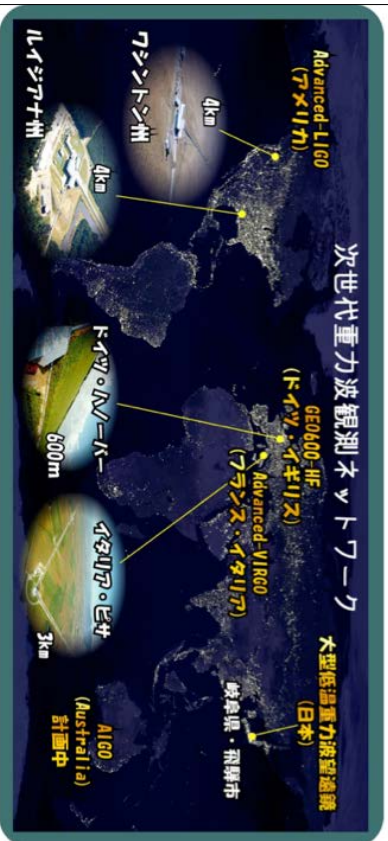
2つのブラックホールの合体と重力波放出
(90年代, NCSAグループ)

ブラックスホールの合体シミュレーション



Louisiana Univ. Cactus team

世界の重力波干渉計



<http://gwcenter.icrr.u-tokyo.ac.jp/>

KAGRA (大型低温重力波望遠鏡)

Kamioka Gravitational wave detector, (Large-scale Cryogenic Gravitational wave Telescope)

大型低温重力波望遠鏡

望遠鏡の大きさ：基線長 3km

望遠鏡を神岡鉱山内に建設
地面振動が小さい岐阜県飛騨市にある神岡鉱山

鏡をマイナス250度 (20K) まで

冷却

熱雑音を小さくするため

鏡の材質としてサファイア

光学特性に優れ、低温に冷却すると熱伝導や機械的損失が少なくなる



<http://gwcenter.icrr.u-tokyo.ac.jp/plan/history>

相対性理論の描く世界

特殊相対性理論

時間の遅れ, $E=mc^2$, GPS

一般相対性理論

空間の歪み, 重力レンズ, GPS

ブラックホール, ラムホール, 重力波

膨張宇宙, 高次元宇宙

まだまだ未解決の問題がたくさんあります。
若い方、どんどんこの分野へも参入してください。



* 研究テーマ

一般相対性理論の描く時空のダイナミクスの研究
 天文学・宇宙物理学を題材とした教育教材の開発
 自然現象・社会現象のモデル化と数理科学的解析
 数値シミュレーションに関する数学的背景の研究



* 研究概要

宇宙論やブラックホールなどの非線形な重力現象を数値シミュレーションを含めて研究する。また、一般相対性理論の数値解析の方法論も研究課題とする。
 学生指導では、天文学・物理学・数学に関する教育ソフトウェアの開発や、社会現象のモデル解析も含め、広く数理科学の話題を扱う。

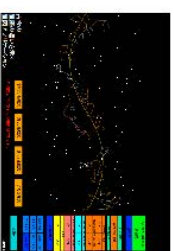
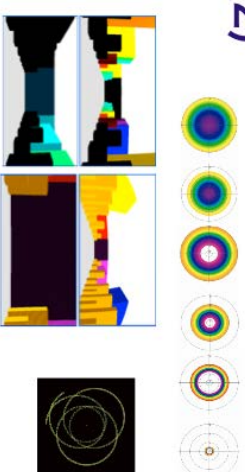
実際は、自分の好きなテーマで、
 研究を進めてもらって構わない。

卒業研究テーマ例(2)

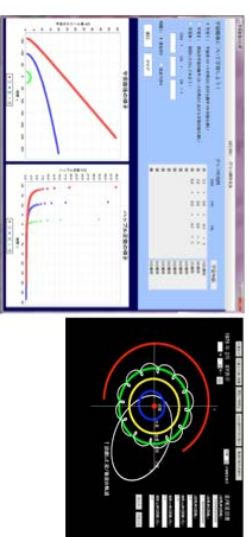
☆可視化・教材系

高速コンピュータから見える世界・時間の流れ
 古代日本の星座を描く星座盤作成
 3次元太陽系シミュレータ
 宇宙モデル表示教材

宇宙の膨張と重力相互作用



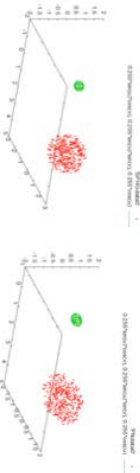
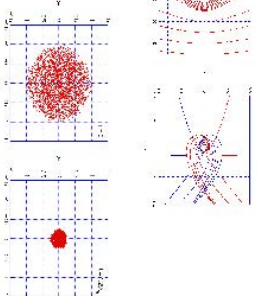
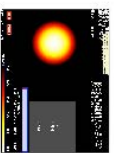
河津 真貝
 天文教育2008年5月号掲載
 二間謙「宇宙と日本人」(2013. 朝日新聞)で紹介された



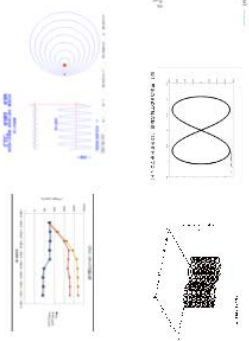
卒業研究テーマ例(1)

☆宇宙物理系

宇宙検閲官仮説とブラックホール形成条件の判定
 ブラックホール潮汐力による星の破壊条件
 回転ブラックホールによる重力レンズ
 ブラックホールと流体力学のアナロジー
 多体問題の安定性と初期値依存性
 GPUを用いた科学的数値計算
 レイトレーシング法による太陽光



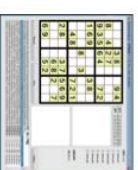
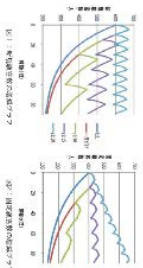
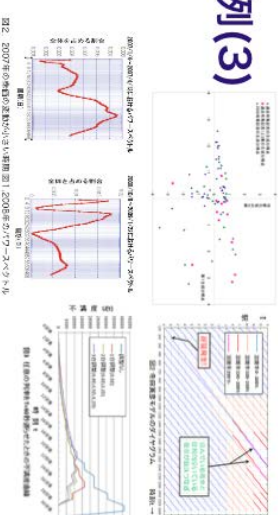
ブラックホール潮汐力による星の破壊条件 (2009年度 掲載)
 (左) Newtonianブラックホール, (右) Schwarzschildブラックホール



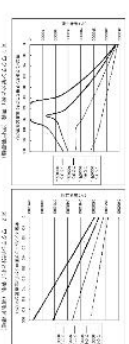
卒業研究テーマ例(3)

☆数理科学系

数独パズルの難易度判定
 数独ダイヤ修飾の判定関数の提案
 集合モデルとマーズインク解読
 インソルエンザロガチン配布モデル
 日経平均株面のフーリエ解析
 競馬の勝ち馬栗因の多成分分析
 木の葉の落下運動
 ホールジャグリングの組み合わせ



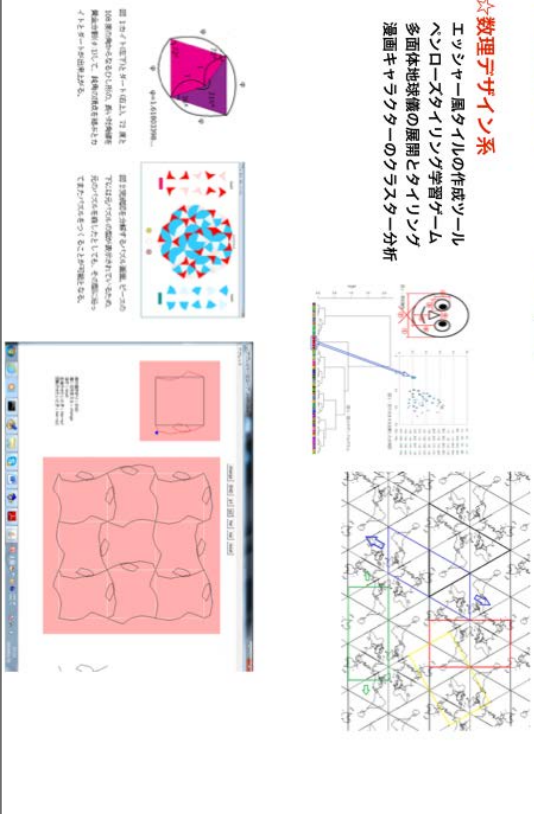
土出 真貝
 大阪工業大学紀要2011年1号掲載



卒業研究テーマ例(3)

☆数理学サイオン系

エンジャー風タイルの作成ツール
ペンローエタイル学習ゲーム
多面体地球儀の展開とタイル学習
漫画キャラクターのフラステー分析



Black objects and hoop conjecture in five-dimensional space-time

Yuta Yamada and Hisashi Shinkai

Faculty of Information Science and Technology, Ooka Institute of Technology, 1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan

E-mail: yamada@oita.ac.jp and shinkai@oita.ac.jp

Received 15 September 2009, in final form 20 December 2009
Published 20 January 2010
Online at stacks.iop.org/CQG/27/04S012

Abstract
We numerically investigated the sequence of initial data of a thin spindle and a thin ring in five-dimensional space-time in the context of the cosmic censorship conjecture. We modeled the matter in non-rotating homogeneous spheroidal or toroidal configurations under the momentarily static assumption, solved the Hamiltonian constraint equation and searched the apparent horizons. We discuss when 5^d (black-hole) or 3^d × 5^d (black-ring) horizons (black objects) appear. We also discuss the formation of naked singularity or naked ring under special situations. It is suggested. We also discuss the validity of the hoop-conjecture using a minimum area around the object, and show that the appearance of the ring horizons does not match with this hoop.

IOP Publishing
Class. Quantum Grav. 27 (2010) 04S012 (15pp)

Quantum and Gravity Gateway
doi:10.1088/0264-9318/27/04S012

Formation of naked singularities in five-dimensional space-time

Yuta Yamada^{1,*} and Hisashi Shinkai^{1,2,†}

¹Faculty of Information Science and Technology, Ooka Institute of Technology,
1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan

²Computational Astrophysics Laboratory, Institute of Physical and Chemical Research (RIKEN),
Hirosaki, Aomori 035-0858, Japan

(Received 18 December 2010; published 4 March 2011)

We numerically investigate the gravitational collapse of collisionless particles in spheroidal configurations both in four- and five-dimensional (5D) space-time. We report the simulation performed by Shapiro and Teukolsky (1991) that announced an appearance of a naked singularity, and also find similar results in the 5D version. That is, in a collapse of a highly prolate spheroid, the Kretschmann invariant becomes infinite at the center of the object. We also find that the collapse time is shorter than in 4D, and the critical mass for the formation of a naked singularity is smaller than in 4D. We also show how collisions differ with axial symmetries comparing 5D evolutions in single-axisymmetry, SO(3), and those in double-axisymmetry, U(1) × U(1).

with a and b (Fig. 1), or eccentricity $e = \sqrt{1 - b^2/a^2}$. Our model becomes practically a (2+1)-dimensional problem. We construct our numerical grids with the Cartesian coordinate (k, z), and apply the so-called Cauchy method [21] to recover the symmetry of space-time. We solve the Einstein equations with the Bode-Müller (ADM) evolution equations. It is known that the

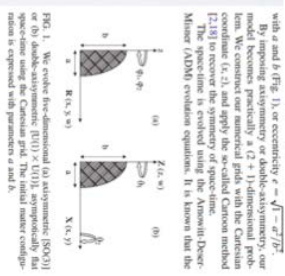


FIG. 1. We evolve five-dimensional (a) axisymmetric (SO(3)) or (b) double-axisymmetric, U(1) × U(1), asymptotically flat space-time using the Cauchy grid. The initial matter configuration is represented with parameters a and b .

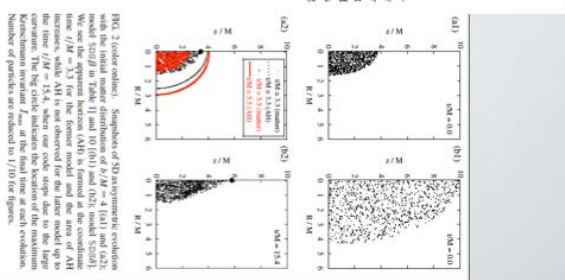


FIG. 2 (color online). Snapshots of 5D axisymmetric evolution model (a) and (b) in Table II and (b) and (b2) (solid (b2)). We use the apparent horizon (AH) is formed at the coordinate line $r/M = 3.3$ for the former model and the axis of AH formation is at $r/M = 15.4$, when our code stops due to the large curvature. The circle indicates the location of the maximum Kretschmann invariant K_{max} at the failure at each evolution. Number of particles are reduced to $1/10$ for figures.

2011 Shanghai Asia-Pacific School and Workshop on Gravitation
International Journal of Modern Physics: Conference Series
Vol. 7 (2012) 148–157
© 2012 International Society for Modern Physics
DOI: 10.1142/S201001412002127



NUMERICAL INVESTIGATION OF FIVE-DIMENSIONAL GRAVITATIONAL COLLAPSES

HISASHI SHINKAI

Faculty of Information Science and Technology, Ooka Institute of Technology,
1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan

Computational Astrophysics Laboratory,
Institute of Physical and Chemical Research (RIKEN),
Hirosaki, Aomori 035-0858, Japan
shinkai@ipc.riken.ac.jp

YUTA YAMADA
Faculty of Information Science and Technology, Ooka Institute of Technology,
1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan
yamada@oita.ac.jp

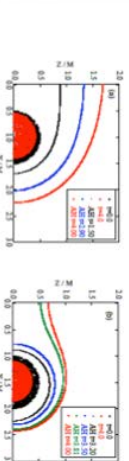


Fig. 6. Snapshots of evolutions of ring-shaped matter for the initial data of (a) $R/M = 1.00$ and (b) 1.00 , both with no AHs on the initial hypersurface. The matter distribution at $t = 0.00$ and $t = 4.00$, and the location of AHs are plotted on X, Z coordinates. We see that AH topology switches from toroidal to spherical in (b).