注意	1．右の欄を正確に記入すること。 2．所属を○で囲むこと。 3．前記「1．2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日		所属	部	情報科学部				学生番号	□□□－□□□	
		座席番号	－		学科	IC(IJ)	IS	IM	IN	フリガナ		組
					年次	1	2	3	4	氏名		

科目等履修生

微積分学I 第1回中間テスト（G_2セット） 解答例. 真貝

1 (1) $\mathrm{Sin}^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = x$ とおくと.

$\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.　Sin^{-1} の値域

$-\dfrac{\pi}{2} \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で, この式をみたす

x は. $x = \dfrac{\pi}{3}$ である.

(2) $\mathrm{Tan}^{-1}(-\sqrt{3}) = x$ とおくと

$\tan x = -\sqrt{3}$.　Tan^{-1} の値域

$-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲では. $x = -\dfrac{\pi}{3}$.

2 (1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n - 1}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 1} = -1$.

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+n}-n\right)\times\frac{\sqrt{n^2+n}+n}{\sqrt{n^2+n}+n}$

$\displaystyle = \lim_{n\to\infty}\frac{\cancel{n^2}+n-\cancel{n^2}}{\sqrt{n^2+n}+n}$

$\displaystyle = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}}+1} = \frac{1}{2}$

3

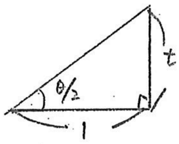
$$右辺 = \frac{e^x-e^{-x}}{2}\,\frac{e^y+e^{-y}}{2} \cancel{+}- \frac{e^x+e^{-x}}{2}\,\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$

$$= \frac{1}{4}\left\{e^{x+y}+e^{x-y}-e^{-x+y}-e^{-x-y}\right\}$$

$$\cancel{+}- \frac{1}{4}\left\{e^{x+y}-e^{x-y}+e^{-x+y}-e^{-x-y}\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left(e^{x\cancel{+}-y}-e^{-x\cancel{-}+y}\right)$$

$$= \sinh(x\cancel{+}-y) = 左辺 \;/\!/$$

4 

図より $\sin\frac{\theta}{2} = \dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}$, $\cos\frac{\theta}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

となる. これらより

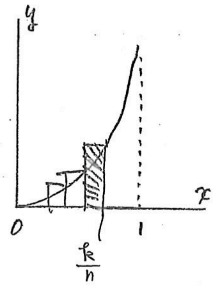
$$\begin{cases} \sin\theta = \sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right) = 2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2} = \dfrac{2t}{1+t^2} \;/\!/ \\ \cos\theta = \cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right) = \cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2} = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \;/\!/ \\ \tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2t}{1-t^2}. \end{cases}$$

5 二項定理より

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}1^k\cdot x^{n-k}$$

$$= \binom{n}{0}\cdot x^n + \binom{n}{1}\cdot x^{n-1} + \binom{n}{2}x^{n-2} + \cdots$$

$$= x^n + nx^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2} + \cdots$$

6 

$x\in[0,1]$ を n 等分し, 面積を長方形に分割して考える.

左から k 番目の長方形の面積 a_k は

$a_k = \underset{ヨコ}{\dfrac{1}{n}}\cdot\underset{タテ}{4\left(\dfrac{k}{n}\right)^3} = 4\dfrac{k^3}{n^4}$

である.

すべての長方形の面積の和 S_n は

$$S_n = \sum_{k=1}^{n}a_k = \frac{4}{n^4}\sum_{k=1}^{n}k^3 = \frac{4}{n^4}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2 = \frac{n^2(n+1)^2}{n^4}$$

$n\to\infty$ の極限を考えると

$$S = \lim_{n\to\infty}S_n = \lim_{n\to\infty}\frac{n^2(n+1)^2}{n^4}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n^2}\right)^2 = 1 \;/\!/$$

（結局 $\displaystyle\int_0^1 4x^3\,dx = \left[x^4\right]_0^1 = 1$ と一致する）

所属	科　年・科目等履修生	学生番号	□□□－□□□	氏名	