注意	1．右の欄を正確に記入すること。 2．所属を○で囲むこと。 3．前記「1．2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日		所属	部	情報科学部				学生番号	－
		座席番号	－		学科	IC(IJ)	IS	IM	IN	フリガナ	組
					年次	1	2	3	4	氏名	

科目等履修生

微積分学 I　第1回 中間テスト（Hセット）解答例．＜真貝＞

[1] (1) $\mathrm{Cos}^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = x$ とおくと．

$\cos x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Cos^{-1} の値域

$0 \leq x \leq \pi$ の範囲で，この式をみたす

x は　$x = \dfrac{\pi}{6}$ 〃

(2) $\mathrm{Tan}^{-1}(-\sqrt{3}) = x$ とおくと

$\tan x = -\sqrt{3}$．

Tan^{-1} の値域

$-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で．この式をみたす

x は．$x = -\dfrac{\pi}{3}$．

[2]

$$右辺 = \frac{e^x+e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^y+e^{-y}}{2} + \frac{e^x-e^{-x}}{2}\cdot\frac{e^y-e^{-y}}{2}$$

$$= \frac{1}{4}\left\{e^{x+y} + e^{x-y} + e^{-x+y} + e^{-x-y}\right\}$$

$$+ \frac{1}{4}\left\{e^{x+y} - e^{x-y} - e^{-x+y} + e^{-x-y}\right\}$$

$$= \frac{1}{2}\left(e^{x+y} + e^{-x-y}\right)$$

$$= \cosh(x+y) = 左辺 \quad〃$$

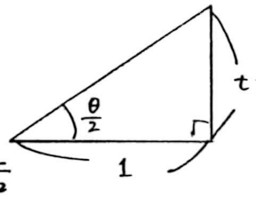
[3] (1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1+\left(\frac{5}{7}\right)^n}{1-\left(\frac{5}{7}\right)^n} = +1$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2-2n}-n\right)\times\frac{\sqrt{n^2-2n}+n}{\sqrt{n^2-2n}+n}$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{\cancel{n^2}-2n-\cancel{n^2}}{\sqrt{n^2-2n}+n}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\frac{-2}{\sqrt{1-\frac{2}{n}}+1} = -1.$$

[4] $t = \tan\dfrac{\theta}{2}$ は．右図の三角形の辺の比を表すので．



$\sin\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}$，$\cos\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

である．これらより

$$\begin{cases} \sin\theta = \sin\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right) = 2\sin\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2} = \dfrac{2t}{1+t^2} \\ \cos\theta = \cos\left(\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right) = \cos^2\frac{\theta}{2} - \sin^2\frac{\theta}{2} = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ \tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2t}{1-t^2} \end{cases}$$

となる．

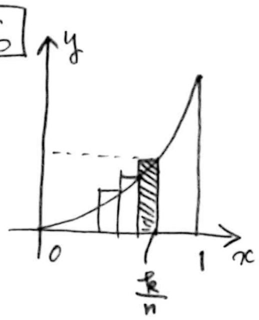
[5] 2項定理より

$$(1+x)^n = \sum_{k=0}^{n}\binom{n}{k}1^k\cdot x^{n-k}$$

$$= \binom{n}{0}\cdot x^n + \binom{n}{1}x^{n-1} + \binom{n}{2}x^{n-2} + \cdots$$

$$= x^n + n\,x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2}x^{n-2} + \cdots$$

[6]



$x = [0,1]$ を n 等分し短冊状に分割して考える．左から k 番目の長方形の面積 a_k は

$$a_k = \underbrace{4\left(\frac{k}{n}\right)^3}_{タテ}\cdot\underbrace{\frac{1}{n}}_{ヨコ} \quad より．$$

長方形 n 個の和 S_n は

$$S_n = \sum_{k=1}^{n}a_k = \frac{4}{n^4}\sum_{k=1}^{n}k^3 = \frac{4}{n^4}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$n\to\infty$ の limit では

$$S = \lim_{n\to\infty}S_n = \lim_{n\to\infty}\frac{4n^2(n+1)^2}{4n^4}$$

$$= \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 = 1.$$

$\left(結局 \displaystyle\int_0^1 4x^3\,dx = \left[x^4\right]_0^1 = 1 \ と同じ\right)$

所属	科　年・科目等履修生	学生番号	－	氏名	