注意	1．右の欄を正確に記入すること。 2．所属を○で囲むこと。 3．前記「1．2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日		所属	部	情報科学部				科目等履修生	学生番号	−
		座席番号	−		学科	IC(IJ)	IS	IM	IN		フリガナ	組
					年次	1	2	3	4		氏名	

微積分学I 第1回中間テスト(Iセット) 解答例 真貝

$\boxed{1}$ (1) $\sin^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = x$ とおくと

$\sin x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 　$\sin^{-1}$ の値域

$-\dfrac{\pi}{2} \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲で、この式をみたす

x は、$x = \dfrac{\pi}{3}$ である。

(2) $\mathrm{Tan}^{-1}(-\sqrt{3}) = x$ とおくと

$\tan x = -\sqrt{3}$ 　Tan^{-1} の値域

$-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}$ の範囲では、$x = -\dfrac{\pi}{3}$

$\boxed{2}$ (1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\left(\frac{3}{5}\right)^n - 1}{\left(\frac{3}{5}\right)^n + 1} = -1$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+n} - n\right) \times \frac{\sqrt{n^2+n} + n}{\sqrt{n^2+n} + n}$

$\displaystyle = \lim_{n\to\infty} \frac{\cancel{n^2} + n - \cancel{n^2}}{\sqrt{n^2+n} + n}$

$\displaystyle = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{n}} + 1} = \frac{1}{2}$

$\boxed{3}$

$\text{右辺} = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}\,\dfrac{e^y + e^{-y}}{2} - \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}\,\dfrac{e^y - e^{-y}}{2}$

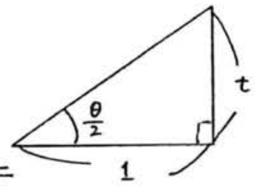
$= \dfrac{1}{4}\left\{ \cancel{e^{x+y}} + e^{x-y} - e^{-x+y} - \cancel{e^{-x-y}} \right\}$

$-\dfrac{1}{4}\left\{ \cancel{e^{x+y}} - e^{x-y} + e^{-x+y} - \cancel{e^{-x-y}} \right\}$

$= \dfrac{1}{2}\left(e^{x-y} - e^{-x+y} \right)$

$= \sinh(x-y) = \text{左辺}$ //

$\boxed{4}$ $t = \tan\dfrac{\theta}{2}$ は、右図の三角形の辺の比を表すので、



$\sin\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{t}{\sqrt{1+t^2}}$, $\cos\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{1+t^2}}$

である。これらより

$$\begin{cases} \sin\theta = \sin\left(\dfrac{\theta}{2} + \dfrac{\theta}{2}\right) = 2\sin\dfrac{\theta}{2}\cdot\cos\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{2t}{1+t^2} \\ \cos\theta = \cos\left(\dfrac{\theta}{2} + \dfrac{\theta}{2}\right) = \cos^2\dfrac{\theta}{2} - \sin^2\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{1-t^2}{1+t^2} \\ \tan\theta = \dfrac{\sin\theta}{\cos\theta} = \dfrac{2t}{1-t^2} \end{cases}$$

となる。

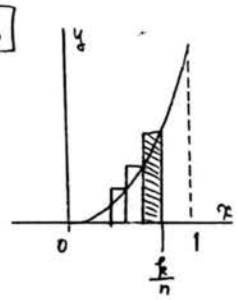
$\boxed{5}$ 2項定理より

$\displaystyle (1+x)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 1^k \cdot x^{n-k}$

$\displaystyle = \binom{n}{0}\cdot x^n + \binom{n}{1} x^{n-1} + \binom{n}{2} x^{n-2} + \cdots$

$\displaystyle = x^n + n\,x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{2} x^{n-2} + \cdots$

$\boxed{6}$



$x = [0,1]$ を n 等分し、短冊状に分割して考える。左から k 番目の長方形の面積 a_k は $a_k = \left(\dfrac{k}{n}\right)^3 \cdot \dfrac{1}{n}$ であるから

長方形 n 個の和 S_n は、

$\displaystyle S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \frac{1}{n^4}\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{1}{n^4}\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

$n\to\infty$ の limit では

$\displaystyle S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2(n+1)^2}{4n^4}$

$\displaystyle = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 = \frac{1}{4}$ //

(結局 $\displaystyle\int_0^1 x^3\,dx = \left[\frac{1}{4}x^4\right]_0^1 = \frac{1}{4}$ と同じ)

所属	科 年・科目等履修生	学生番号	−	氏名	