注意
1. 右の欄を正確に記入すること。
2. 所属を○で囲むこと。
3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

試験日		所属	部	情報科学部			
座席番号	–		学科	ID	IC	IS	IM	IN
			年次	1	2	3	4

科目等履修生

学生番号 □□□–□□□

フリガナ

氏名

組

微積分学Ⅰ（真貝） 中間テスト 第2回（N2） 解答例.

1

(1) $y_1' = e^x + 0 + 12x^3 + 5\cos x - 6\sin x$

(2) $y_2' = -\dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} - 3e^{-3x} + \dfrac{1}{x} + \dfrac{5}{\cos^2 x}$

$\nearrow$ $(\log 4x)' = \dfrac{1}{4x}(4x)'$

(3) $y_3' = \dfrac{0-(\sin x)'}{(\sin x)^2} = \dfrac{-\cos x}{\sin^2 x}$

(4) $y_4' = \left\{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\right\}'$

$= \dfrac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \cdot (1-x^2)' = -\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(5) $y_5 = \cos^{-1} x. \iff x = \cos y.$

$\dfrac{dx}{dy} = -\sin y.$

$\therefore \dfrac{dy_5}{dx} = -\dfrac{1}{\sin y} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-\cos^2 y}} = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(6) $y_6' = \left(\dfrac{\sinh x}{\cosh x}\right)'$

$= \dfrac{(\sinh x)'\cosh x - \sinh x(\cosh x)'}{\cosh^2 x}$

$= \dfrac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \dfrac{1}{\cosh^2 x}$

2

$y = x\log x$

$y' = 1\cdot\log x + x\cdot\dfrac{1}{x} = \log x + 1.$

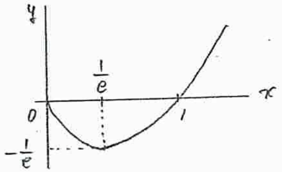
$y'=0$ となるのは $\log x = -1$ のとき

$\therefore$ $x = e^{-1}$ のとき

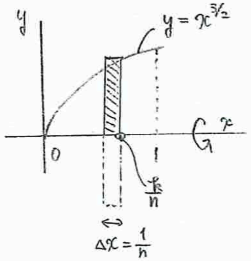
増減表は

x	0		$\frac{1}{e}$	
y'		$-$	0	$+$
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{e}$	$\nearrow$

これより グラフは 次のようになる



5



$x \in [0,1]$ を n 等分し、考える回転体を $\Delta x = \frac{1}{n}$ の幅で輪切りにする。原点から k 番目の円柱の体積 V_k は、半径が $\left(\frac{k}{n}\right)^{3/2}$ の円を底面にして高さ Δx のものとなるので $V_k = \pi\left(\frac{k}{n}\right)^3 \cdot \Delta x = \pi\frac{k^3}{n^4}$

したがって 求める体積 V は

$$V = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} V_k = \lim_{n\to\infty}\pi\frac{1}{n^4}\sum_{k=1}^{n}k^3 = \lim_{n\to\infty}\pi\frac{1}{n^4}\cdot\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

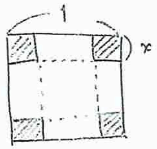
$$= \lim_{n\to\infty}\pi\cdot\frac{1}{4}\left(1\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^2 = \frac{\pi}{4}$$

所属 科 年・科目等履修生 学生番号 □□□–□□□ 氏名

注意
1. 右の欄を正確に記入すること。
2. 所属を○で囲むこと。
3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

試験日 座席番号 – 所属 部 情報科学部 学科 ID IC IS IM IN 年次 1 2 3 4 科目等履修生 学生番号 □□□–□□□ フリガナ 氏名 組

3



切り取る正方形の一辺の長さを x とする。

つくられる箱の体積 $V(x)$ は。

$V(x) = (1-2x)^2 \cdot x$ である。

$= x - 4x^2 + 4x^3$

ビブンして

$V'(x) = 1 - 8x + 12x^2$

$= (1-6x)(1-2x)$

$V'(x) = 0$ となるのは $x = \frac{1}{6}, \frac{1}{2}$ のとき。

増減表を $0 \leqq x \leqq \frac{1}{2}$ の範囲で考えると、

x	0		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{2}$
V'		$+$	0	$-$	0
V		$\nearrow$		$\searrow$	

となるので $x = \frac{1}{6}$ のとき $V(x)$ は最大となる。

$V\left(\frac{1}{6}\right) = \left(1-\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{9}\cdot\frac{1}{6} = \frac{2}{27}$

4

$y = (x^2+2x)e^{3x}$

$f(x) = x^2+2x$, $g(x) = e^{3x}$ として

ライプニッツの公式を用いる。

$f'(x) = 2x+2$

$f''(x) = 2$

$f^{(k)}(x) = 0$ $k = 3, 4, 5, \cdots$

及び

$g^{(k)}(x) = 3^k e^{3x}$ より

$$y^{(n)} = \binom{n}{0}\cdot f(x)\cdot g^{(n)}(x) + \binom{n}{1}f'(x)\cdot g^{(n-1)}(x) + \binom{n}{2}\cdot f''(x)g^{(n-2)}(x) + 0 + 0 + \cdots$$

$$= (x^2+2x)3^n \cdot e^{3x} + 2n(x+1)\cdot 3^{n-1}\cdot e^{3x} + \frac{n(n-1)}{2}\cdot 2\cdot 3^{n-2}\cdot e^{3x}$$

$$= \left\{9(x^2+2x) + 6n(x+1) + n(n-1)\right\}3^{n-2}e^{3x}$$

$$= \left(9x^2 + (18+6n)x + n^2+5n\right)3^{n-2}e^{3x}$$

所属 科 年・科目等履修生 学生番号 □□□–□□□ 氏名