注意
1. 右の欄を正確に記入すること。
2. 所属を○で囲むこと。
3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

試験日 | 座席番号 —

所属 部 情報科学部 | 学科 ID IC IS IM IN | 年次 1 2 3 4 | 科目等履修生

学生番号 | フリガナ | 氏名 | 組

微積分学Ⅰ(真貝) 中間テスト 第2回 (N3) 解答例.

1

(1) $y_1' = e^x + 0 + 12x^3 + 5\cos x - 6\sin x$

(2) $y_2' = -\frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}} - 3e^{-3x} + \frac{1}{x} + \frac{5}{\cos^2 x}$

$(\log 4x)' = \frac{1}{4x}(4x)'$

(3) $y_3' = \frac{0-(\sin x)'}{(\sin x)^2} = \frac{-\cos x}{\sin^2 x}$

(4) $y_4' = \{(1-x^2)^{\frac{1}{2}}\}'$

$= \frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1-x^2)' = -\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

(5) $y_5 = \cos^{-1}x \iff x = \cos y$.

$\frac{dx}{dy} = -\sin y$.

$\therefore \frac{dy_5}{dx} = -\frac{1}{\sin y} = -\frac{1}{\sqrt{1-\cos^2 y}} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(6) $y_6' = \left(\frac{\sinh x}{\cosh x}\right)'$

$= \frac{(\sinh x)'\cosh x - \sinh x(\cosh x)'}{\cosh^2 x}$

$= \frac{\cosh^2 x - \sinh^2 x}{\cosh^2 x} = \frac{1}{\cosh^2 x}$

2

$y = x\log x$

$y' = 1\cdot\log x + x\cdot\frac{1}{x} = \log x + 1$

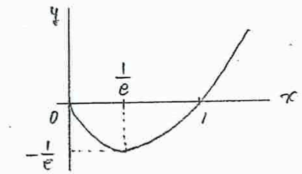
$y'=0$ となるのは $\log x = -1$ のとき

$\therefore x = e^{-1}$ のとき

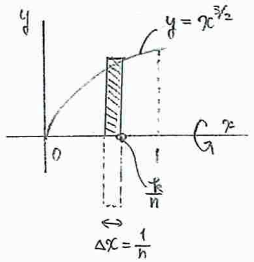
増減表は

x	0		$\frac{1}{e}$	
y'		$-$	0	$+$
y	0	↘	$-\frac{1}{e}$	↗

これよりグラフは次のようになる



5



$x\in[0,1]$ を n 等分し、考える回転体を $\Delta x = \frac{1}{n}$ の幅で輪切りにする。

原点から k 番目の円柱の体積 V_k は、半径が $\left(\frac{k}{n}\right)^{3/2}$ の円を底面にして高さ Δx のものとなるので $V_k = \pi\left(\frac{k}{n}\right)^3\cdot\Delta x = \pi\frac{k^3}{n^4}$

したがって 求める体積 V は

$$V = \lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n} V_k = \lim_{n\to\infty}\pi\cdot\frac{1}{n^4}\sum_{k=1}^{n}k^3 = \lim_{n\to\infty}\pi\frac{1}{n^4}\cdot\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

$$= \lim_{n\to\infty}\pi\cdot\frac{1}{4}\left(1\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)\right)^2 = \frac{\pi}{4}$$

M3

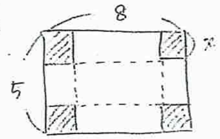
注意
1. 右の欄を正確に記入すること。
2. 所属を○で囲むこと。
3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。

試験日 | 座席番号 —

所属 部 情報科学部 | 学科 ID IC IS IM IN | 年次 1 2 3 4 | 科目等履修生

学生番号 | フリガナ | 氏名 | 組

3



切り取る正方形の一辺の長さを x とする。

つくられる箱の体積 $V(x)$ は.

$V(x) = (5-2x)(8-2x)\cdot x$

$= 4x^3 - 26x^2 + 40x$ となる.

$V'(x) = 12x^2 - 52x + 40$

$= 4(3x^2 - 13x + 10)$

$= 4(x-1)(3x-10)$

$V'(x) = 0$ となるのは $x = 1, \frac{10}{3}$.

$0 \le x \le \frac{5}{2}$ の範囲で増減を考えると.

x	0		1		$\frac{5}{2}$
V'		$+$	0	$-$	
V		↗		↘	

これより $x=1$ のとき V は最大になる.

$V(1) = 4 - 26 + 40 = 18$.

4

$y = (x^2-2x)e^{2x}$

$f(x) = x^2 - 2x$, $g(x) = e^{2x}$ として.

ライプニッツの公式を用いる.

$f'(x) = 2x - 2$

$f''(x) = 2$

$f^{(k)}(x) = 0 \quad (k = 3, 4, 5, \cdots)$

及び $g^{(k)}(x) = 2^k e^{2x}$ より

$$y^{(n)} = \binom{n}{0}f(x)\cdot g^{(n)}(x) + \binom{n}{1}f'(x)\cdot g^{(n-1)}(x) + \binom{n}{2}f''(x)\cdot g^{(n-2)}(x) + 0 + 0 + \cdots$$

$$= 1\cdot(x^2-2x)\,2^n e^{2x} + n(2x-2)\cdot 2^{n-1}e^{2x} + \frac{n(n-1)}{2}\cdot 2\cdot 2^{n-2}e^{2x}$$

$$= \{4(x^2-2x) + 4n(x-1) + n(n-1)\}2^{n-2}e^{2x}$$

$$= (4x^2 + 4(n-2)x + n^2 - 5n)\,2^{n-2}e^{2x}$$