注意	1. 右の欄を正確に記入すること。 2. 所属を○で囲むこと。 3. 前記「1. 2」を守らない答案は採点されないことがある。	試験日		所属	部	情報科学部					学生番号	□□□ − □□□
		座席番号	−		学科	ID	IC	IS	IM	IN	フリガナ	組
					年次	1	2	3	4	科目等履修生	氏名	

微積分学I 第3回 中間テスト (01セット) 解答例 <真貝>

1

$f(x)=x^2$, $g(x)=e^{2x}$ としてライプニッツの公式を使う.

$\left.\begin{array}{l} f'(x)=2x \\ f''(x)=2 \end{array}\right)$ より $k\geqq 3$ に対して $f^{(k)}(x)=0$ である.

$\left.\begin{array}{l} g'(x)=2e^{2x} \\ g''(x)=2^2e^{2x} \end{array}\right)$ などから $g^{(k)}(x)=2^k e^{2x}$ である.

ゆえに

$$(f\cdot g)^{(n)}=\binom{n}{0}f\cdot g^{(n)}+\binom{n}{1}f'g^{(n-1)}+\binom{n}{2}f''g^{(n-2)}+0+0+\cdots$$

$$=1\cdot x^2\,2^n e^{2x}+n\cdot 2x\cdot 2^{n-1}e^{2x}+\frac{n(n-1)}{2}\cdot 2\cdot 2^{n-2}\cdot e^{2x}$$

$$=(4x^2+4nx+n(n-1))\,2^{n-2}e^{2x}$$

2

(1) $f(x)=(1+x)^{\frac{1}{3}}$, $f(0)=1$.

$f'(x)=\frac{1}{3}(1+x)^{-\frac{2}{3}}$, $f'(0)=\frac{1}{3}$.

$f''(x)=-\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3}(1+x)^{-\frac{5}{3}}$, $f''(0)=-\frac{2}{9}$.

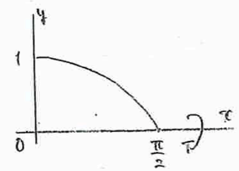
これより $f(x)\simeq 1+\frac{1}{3}x-\frac{2}{9}\cdot\frac{1}{2!}x^2=1+\frac{1}{3}x-\frac{1}{9}x^2$ となる.

(2) $\sqrt[3]{100}=\sqrt[3]{125-25}=5\left(1-\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$

(1)で得た近似式より $\left(1-\frac{1}{5}\right)^{\frac{1}{3}}\simeq 1+\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{5}\right)-\frac{1}{9}\left(-\frac{1}{5}\right)^2=1-\frac{1}{15}-\frac{1}{9\cdot 25}=0.92\dot{8}$

したがって $\sqrt[3]{100}\simeq \underline{4.6\dot{4}}$ (本当の値は 4.6415…)

4



$$V=\int_0^{\pi/2}\pi(\cos x)^2\,dx=\pi\int_0^{\pi/2}\frac{1+\cos 2x}{2}\,dx$$

$$=\frac{\pi}{2}\left[x+\frac{1}{2}\sin 2x\right]_0^{\pi/2}$$

$$=\frac{\pi}{2}\left\{\left(\frac{\pi}{2}+0\right)-0\right\}=\frac{\pi^2}{4}$$

3

C を積分定数とする.

(1) $I_1=\int(\sin x+\cos 2x+e^{3x})\,dx$

$=-\cos x+\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{3}e^{3x}+C$

(2) $I_2=\int\frac{dx}{\tan x}=\int\frac{\cos x}{\sin x}\,dx$

$=\int\frac{(\sin x)'}{\sin x}\,dx$

$=\log|\sin x|+C$

(3) $I_3=\int\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\,dx$

$=\int\frac{(e^x+e^{-x})'}{e^x+e^{-x}}\,dx$

$=\log\underbrace{(e^x+e^{-x})}_{}+C$

(常に正なので絶対値不要)

(4) $I_4=\int x^n\cdot\log x\,dx$

$=\int\left(\frac{1}{n+1}x^{n+1}\right)'\cdot\log x\,dx$

$=\frac{1}{n+1}x^{n+1}\cdot\log x-\int\frac{x^{n+1}}{n+1}\cdot\frac{1}{x}\,dx$

$=\frac{1}{n+1}x^{n+1}\log x-\frac{1}{(n+1)^2}x^{n+1}+C$

(5) 部分分数分解として

$\frac{1}{x^2-1}=\frac{A}{x-1}+\frac{B}{x+1}$ とすると

右辺を通分した分子 $=(A+B)x+A-B$.

なので $\begin{cases}A+B=0\\A-B=1\end{cases}$ $\therefore A=\frac{1}{2}, B=-\frac{1}{2}$

を得る.

したがって

$I_5=\int\left\{\frac{1/2}{x-1}-\frac{1/2}{x+1}\right\}dx$

$=\frac{1}{2}\log|x-1|-\frac{1}{2}|x+1|+C$

$=\log\sqrt{\left|\frac{x-1}{x+1}\right|}+C$

(6) $x=\tan\theta$ とおくと.

$\frac{dx}{d\theta}=\frac{1}{\cos^2\theta}$ 　 $\begin{array}{c|c} x & 0\to 1 \\ \hline \theta & 0\to \pi/4\end{array}$ より

$I_6=\int_0^1\frac{dx}{x^2+1}=\int_0^{\pi/4}\frac{1}{\tan^2\theta+1}\frac{d\theta}{\cos^2\theta}$

$=\int_0^{\pi/4}d\theta=[\theta]_0^{\pi/4}=\frac{\pi}{4}$

(7) $x=2\sin\theta$ とおくと

$\frac{dx}{d\theta}=2\cos\theta$ 　 $\begin{array}{c|c} x & 0\to 1 \\ \hline \theta & 0\to \cancel{\pi/3}\ \pi/6\end{array}$ より

$I_7=\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$

$=\int_0^{\cancel{\pi/3}}\frac{2\cos\theta}{\sqrt{4-4\sin^2\theta}}\,d\theta$

$=\cancel{\tfrac{2}{2}}\int_0^{\pi/6}d\theta=\cancel{\tfrac{2}{2}}[\theta]_0^{\pi/6}=\frac{\pi}{6}$

所属	科	年・科目等履修生	学生番号	□□□ − □□□	氏名	