微分方程式（真貝）
第１回中間テスト I

学生番号 ＿＿-＿＿＿ 氏名 ＿＿＿＿＿＿＿

【重要】解答は別紙に．答えだけではなく，導出の過程も記すこと．
解答順は自由．スペースが足りなければ，裏面を用いよ．

$\boxed{1}$ $y(t) = A\sin kt + B\cos kt$（$A, B$ は任意定数，k は定数）が，次式を満たすことを示せ．
Show that $y(t) = A\sin kt + B\cos kt$ $(A, B, k;\mathrm{const.})$ satisfies the following differential eq.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2y$$

$\boxed{2}$ $y(x)$ である．一般解を求めよ．初期値が与えられた式は特殊解を求めよ．
Let $y(x)$. Find the general solution. If an initial condition is given, find a special solution.

(a) $\dfrac{dy}{dx} - 2x = 0$

(b) $\dfrac{dy}{dx} - 2xy = 0$

(c) $\dfrac{dy}{dx} + 4y = 0,\ y(0) = 2$

(d) $\dfrac{dy}{dx} + 4y = 7e^{3x}$

(e) $\dfrac{dy}{dx} + 4y = 2\sin 2x + 6\cos 2x$

$\boxed{3}$ $y(x)$ に関する微分方程式　$y' + 2y = -e^{2x}y^2$　を解け．
ヒント：両辺を y^2 で割り，$u(x) = y^{-1}$ と置換．
Solve $y' + 2y = -e^{2x}y^2$ for $y(x)$. Hint: divide by y^2, then substitute y as $u(x) = y^{-1}$.

$\boxed{4}$ カップに入れた飲み物の温度の時間変化率は，そのときの室温との差に比例する．室温が 20 [°C] のとき，時刻 t におけるコーヒーの温度 $T(t)$ [°C] は，

$$\frac{dT}{dt} = -k(T-20)\ \ (k>0;\text{定数})$$

となる．いま，$t=0$ で 100 [°C] だったコーヒーが，2 分後に 80 [°C] になった．40 [°C] になるのは何分後か．$\log 3 = 1.099, \log 4 = 1.386$ とする．
The temperature T of a cup of coffee decreases with time t, obeying the above differential equation in the room with 20 [°C]. If T is 100 [°C] at $t=0$ and 80[°C] at $t = 2$(min), then when it decreases to $T = 40$ [°C]?

$\boxed{5}$ 一般解と特殊解の違いを説明せよ．
Explain the difference between general solution and special solution.