

3.4 微分方程式の計算【1 階の微分方程式】

C.1 プログラム DE1.c と DE2.c で用いているのは、微分方程式を解く手段としては、最も基本的な前進 Euler 法と呼ばれるものである。教科書を読んで、原理を理解せよ。

教科書 §7.1.3 と §7.1.4.

C.2 以下の問題を解き、その答えを得た後、プログラム DE1.c で問題となる微分方程式と解答となる解析解を入力し、両者が一致することを確認せよ。

$$(1) y' = -2y, \quad y(x=0) = 2$$

$$(2) y' = 3y, \quad y(x=0) = 0.1$$

$$(3) y' = y(y-2), \quad y(x=0) = 1$$

$$(4) y' = y(y-2), \quad y(x=0) = -1$$

$$(5) yy' + x = 0, \quad y(x=0) = 2$$

$$(6) y' + y = 2x^2 + 4x - 1, \quad y(x=0) = 2$$

$$(7) y' + y = 2e^x, \quad y(x=0) = 1$$

$$(8) y' - y = 2e^{-x}, \quad y(x=0) = 0$$

$$(9) y' + 2y = e^{-2x}, \quad y(x=0) = -2$$

$$(10) y' + 3y = 5 \sin x - 5 \cos x, \quad y(x=0) = 2$$

C.3 積分の部分で、前進 Euler 法ではなく、台形公式やシンプソン公式を用いて改良してみよう。

余裕のある人のみ。

3.5 微分方程式の計算【2 階の微分方程式】

C.4 プログラム DE2.c では、2 階微分方程式を解いているが、どのように解いているか、解説せよ。

C.5 関数 $y(t)$ について以下の微分方程式を解け。プログラム DE2.c で問題となる微分方程式と解答となる解析解を入力し、両者が一致することを確認せよ。

$$(1) y'' + 4y = 0, \quad y(t=0) = 2, \quad y'(t=0) = 0$$

$$(2) y'' + 4y = 0, \quad y(t=0) = 0, \quad y'(t=0) = 2$$

$$(3) y'' - 4y = 0, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = 0$$

$$(4) y'' - 4y = 0, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = -1$$

C.6 関数 $y(t)$ について以下の微分方程式を解け。プログラム DE2.c で問題となる微分方程式と解答となる解析解を入力し、両者が一致することを確認せよ。

$$(1) y'' - y' - 6y = 0, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = -1$$

$$(2) y'' - y' - 6y = 0, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = -2$$

$$(3) y'' + 4y' + 4y = 0, \quad y(t=0) = 2, \quad y'(t=0) = 6$$

$$(4) y'' + 2y' + 10y = 0, \quad y(t=0) = 3, \quad y'(t=0) = 0$$

$$(5) y'' + 2y' - 8y = 18e^{-t}, \quad y(t=0) = -2, \quad y'(t=0) = 1$$

$$(6) y'' + 5y' + 6y = 5 \sin t, \quad y(t=0) = 3, \quad y'(t=0) = 0$$

$$(7) y'' + 4y = \sin 2t, \quad y(t=0) = 1, \quad y'(t=0) = 0$$

(6),(7) は $x = [0, 30]$ で plot せよ。

C.7 Runge-Kutta 法を用いて積分できるように、プログラムを改良せよ。

教科書 §7.1.5 参照。余裕のある人のみ。