微分方程式（真貝）
第 1 回中間テスト E

学生番号 ____-______ 氏名 ____________

【重要】解答は別紙に．答えだけではなく，導出の過程も記すこと．
解答順は自由．スペースが足りなければ，裏面を用いよ．

$\boxed{1}$ $y(t) = A\sin kt + B\cos kt$（$A, B$ は任意定数，k は定数）が，次式を満たすことを示せ．
Show that $y(t) = A\sin kt + B\cos kt$ (A, B, k; const.) satisfies the following differential eq.

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -k^2 y$$

$\boxed{2}$ $y(x)$ である．一般解を求めよ．初期値が与えられた式は特殊解を求めよ．
Let $y(x)$. Find the general solution. If an initial condition is given, find a special solution.

(a) $\dfrac{dy}{dx} - x = 0$

(b) $\dfrac{dy}{dx} - xy = 0$

(c) $\dfrac{dy}{dx} + 3y = 0,\ y(0) = 4$

(d) $\dfrac{dy}{dx} + 3y = 4e^{5x}$

(e) $\dfrac{dy}{dx} + 3y = 3\sin 2x + 2\cos 2x$

$\boxed{3}$ $y(x)$ に関する微分方程式　$y' + 2y = -e^{2x}y^2$　を解け．
ヒント：両辺を y^2 で割り，$u(x) = y^{-1}$ と置換．
Solve $y' + 2y = -e^{2x}y^2$ for $y(x)$. Hint: divide by y^2, then substitute y as $u(x) = y^{-1}$.

$\boxed{4}$ コップに入れた飲み物の温度の時間変化率は，そのときの室温との差に比例する．すなわち，室温が 30 [°C] のとき，時刻 t におけるアイスコーヒーの温度 $T(t)$ [°C] は，

$$\frac{dT}{dt} = k(T - 30)\ \ (k > 0; \text{定数})$$

となる．いま，$t = 0$ で 5 [°C] だったアイスコーヒーが，2 分後に 10 [°C] になった．6 分後は何 [°C] か．
The temperature T of a glass of drink increases with time t, obeying the above differential equation in the room with 30 [°C]. If T is 5 [°C] at $t = 0$ and 10[°C] at $t = 2$(min), then what is T at $t = 6$(min)?