

【重要】解答は別紙に．答えだけでなく，導出の過程も記すこと．
解答順は自由．スペースが足りなければ，裏面を用いよ．

1 次の微分方程式を立式せよ．必要であれば，各自で文字を補え．

- (1) xy 平面上の各点で，法線の傾きが $\cos x$ である曲線がみたす微分方程式．
- (2) 時間に対して一定の割合で成長してゆく雪の結晶の大きさを求める微分方程式．
- (3) x 方向の加速度が，原点からの距離に反比例することを示す微分方程式．
- (4) フライパンに毎秒一定量の油を少しずつ注ぐと，油の膜厚が一定で円状に広がる．円の半径を r とすると，円の面積 $S(r)$ は $S(r) = \pi r^2$ である．時間 t を変数として， r がみたす微分方程式はどうなるか．
ヒント．微小量 Δr だけ半径が増加する時の面積増加分 ΔS は， $\Delta S = S(r + \Delta r) - S(r)$ で計算できる． $(\Delta r)^2$ は微小量として無視してよい．

2 $y(x)$ に対する次の微分方程式について，一般解を求めよ．初期条件が与えられているものは，特殊解を求めよ．

- (1) $y'' = -9y$
- (2) $y'' = -9y$ 初期条件： $y(0) = 5, y'(0) = 2$
- (3) $y'' + 2y' + 10y = 0$
- (4) $y'' + y' = 2e^{-x}$
- (5) $y'' + 9y = 24 \sin x$

3 乾燥機に入れられた衣類は，その含水量に比例した速度で水分を失うものとする．10分で衣類の含水量を半分にする乾燥機について，次の問いに答えよ．

- (1) 衣類の水分 y を時間 t の関数 $y(t)$ であるとして，微分方程式を立てて解け．
- (2) 衣類が事実上乾燥する（90%の水分が失われる）のは何分後か．
必要ならば， $\log 2 = 0.6931, \log 5 = 1.609$ を用いよ．

4 抵抗値 R の抵抗，インダクタンス L のコイル，容量 C のコンデンサで構成される RLC 回路を考える． E を回路の起電力とすると，キルヒホッフの法則により，時間 t を変数にする電流 $I(t)$ に対して次の微分方程式が成り立つ．

$$L \frac{dI^2}{dt^2} + R \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} I = \frac{dE}{dt} \quad (*)$$

R, L, C は正の定数とする．

- (1) 右边をゼロとした同次微分方程式の一般解を求めよ．
（特性方程式の解が，2つの異なる実数解のとき，重解のとき，及び虚数解のときの，3種類の解をすべて記せ）
- (2) 回路理論では上で求めた一般解はあまり重要ではなく，(*) の特殊解のみを調べるのが常である．この理由は何か．

5 2階微分方程式を求める際の「基本解の1次独立性」について説明せよ．