

2007 年度後期 微分方程式 (1 年) 期末試験 2008 年 1 月 21 日実施

(亀島 , 平嶋 , 齋 , 真貝 : 出題は亀島先生)

1. 時刻 0 で高さ h にある質量 m の物体が静止状態から落下を始めた. 地面を原点として鉛直上向きに y 軸をとり, 時刻 t での物体の高さを $y(t)$ とする.

(1) このときの速度 $v(t)$ を $y(t)$ を用いて表せ.

(2) 加速度 $a(t)$ を $y(t)$ を用いて表せ.

2. $y(t) = e^{-\alpha t}$ が微分方程式

$$\frac{dy}{dt} = -\alpha y, \quad y(0) = 1$$

をみたすことを示せ. ただし α は定数とする.

3. つぎの微分方程式の解を求めよ. ただし α, β は定数とする.

$$\frac{dy}{dt} + \alpha y = \beta, \quad y(0) = 0$$

4. 微分方程式 $\frac{d^2y}{dt^2} + 9y = 0$ について以下の問に答えよ.

(1) $\sin 3t, \cos 3t$ が上記微分方程式をみたすことを示せ.

(2) 初期条件 $y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 9$ をみたす解を求めよ.

5. つぎの微分方程式について以下の問いに答えよ.

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2\frac{dy}{dt} + 5y = 10 \sin t$$

(1) 一般解を示せ.

(2) 初期条件 $y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 1$ をみたす解を求めよ.

6. つぎの微分方程式を解け.

(1) $y''' + 3y'' + 3y' + y = 0$

(2) $y'' - y' - 2y = 6e^{2t}$