

(亀島, 斎, 真貝 : 出題は亀島先生)

1. (自然現象と微分方程式) 放射性物質が単位時間に崩壊する量はその時点での物質の量 y に比例することがわかっている .

- (1) y の時間的変化を表す微分方程式を示せ.
(2) $y(t)$ の概形を示せ.

2. (微分方程式と初期値) $y(t) = \cos \omega t$ が微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega^2 y, \quad y(0) = 1, \quad \frac{dy(0)}{dt} = 0$$

をみたすことを示せ . ただし ω は定数とする .

3. (入力の影響) つぎの微分方程式の解を求めよ . ただし α, β は定数とする .

$$\frac{dy}{dt} + \alpha y = \beta, \quad y(0) = 0$$

4. (指数関数と微分方程式) 関数 $y = e^{\lambda t}$ が微分方程式

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 5y = 0$$

をみたすとする .

- (1) λ が満足する 2 次方程式を示せ.
(2) 上記微分方程式の一般解を求めよ.
5. (未定係数法) つぎの微分方程式を考える .

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 2 \frac{dy}{dt} + 5y = 10 \sin t$$

- (1) 特殊解を示せ.
(2) 初期条件 $y(0) = 0, \frac{dy(0)}{dt} = 1$ をみたす解を求めよ.

6. つぎの微分方程式を解け .

- (1) $\frac{dy}{dx} = (x+1)(y-3)$
(2) $\frac{dy}{dx} + 2y = 4 \cos 2x$
(3) $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} = e^{-x}$