岩手大学理工学部　2021年度　現代物理学１集中講義（後半）　2022年2月16-19日

相対性理論

アインシュタインはどこまで正しいのか

１．序論
２．特殊相対性理論
　時間の進み方は観測者によって異なる　　干渉計
　$E=mc^2$，原子核反応，星の一生　　GPS
３．一般相対性理論　　光格子時計
　時間の進み方は重力によって異なる
　ブラックホール，重力波

真貝寿明（しんかい ひさあき）
大阪工業大学 情報科学部 教授
武庫川女子大学 非常勤講師
理化学研究所 客員研究員
http://www.oit.ac.jp/is/shinkai/

ブラックホール解　いろいろ

Schwarzschild (1916)

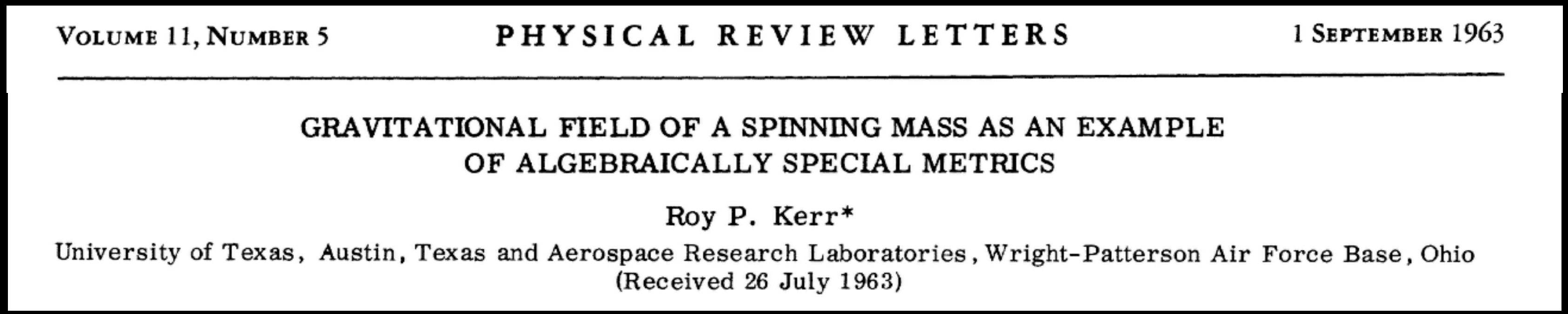
球対称，真空でのEinstein方程式の厳密解

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2)$$

	電荷なし	電荷あり
宇宙項なし	Schwarzschild 1916	Reissner-Nordstrom 1916, 1918
宇宙項あり	Sch-de Sitter (Kottler) 1918	RN-de Sitter

$$ds^2 = -V(R)dT^2 + \frac{dR^2}{V(R)} + R^2 d\Omega^2$$

$$V(R) = 1 - \frac{2M}{R} + \frac{Q^2}{R^2} - \frac{\Lambda}{3}R^2$$



VOLUME 11, NUMBER 5 PHYSICAL REVIEW LETTERS 1 SEPTEMBER 1963

GRAVITATIONAL FIELD OF A SPINNING MASS AS AN EXAMPLE OF ALGEBRAICALLY SPECIAL METRICS

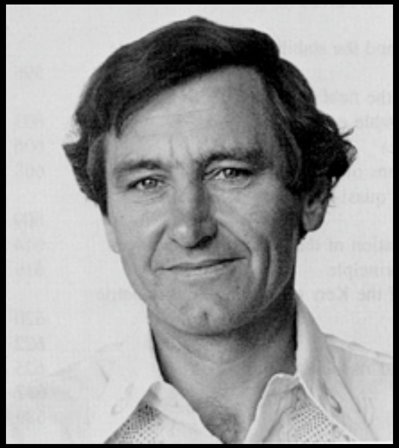
Roy P. Kerr*

University of Texas, Austin, Texas and Aerospace Research Laboratories, Wright-Patterson Air Force Base, Ohio

(Received 26 July 1963)

Kerr (1963)

軸対称，真空でのEinstein方程式の厳密解



$$\begin{aligned} ds^2 &= -\frac{\Delta_r}{\Sigma\Xi^2}[dt - a\sin^2\theta d\phi]^2 + \frac{\Sigma}{\Delta_r}dr^2 + \frac{\Sigma}{\Delta_\theta}d\theta^2 \\ &\quad + \frac{\Delta_\theta \sin^2\theta}{\Sigma\Xi^2}[(r^2+a^2)d\phi - adt]^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta_r &= r^2 - 2Mr + a^2 \\ \Delta_\theta &= 1 \\ \Sigma &= r^2 + a^2\cos^2\theta, \\ \Xi &= 1 \end{aligned}$$

	電荷なし	電荷あり
宇宙項なし	Kerr 1963	Kerr-Newman 1963
宇宙項あり	Kerr-de Sitter	KN-de Sitter

○○対称の牛アプローチ【時空】

「乳牛の乳の生産量を増やすにはどうしたらよいか」

「まず，球対称の牛がいた，と考えよう」

「次に，円筒対称の牛がいた，と考えよう」

「次に，面対称の牛がいた，と考えよう」

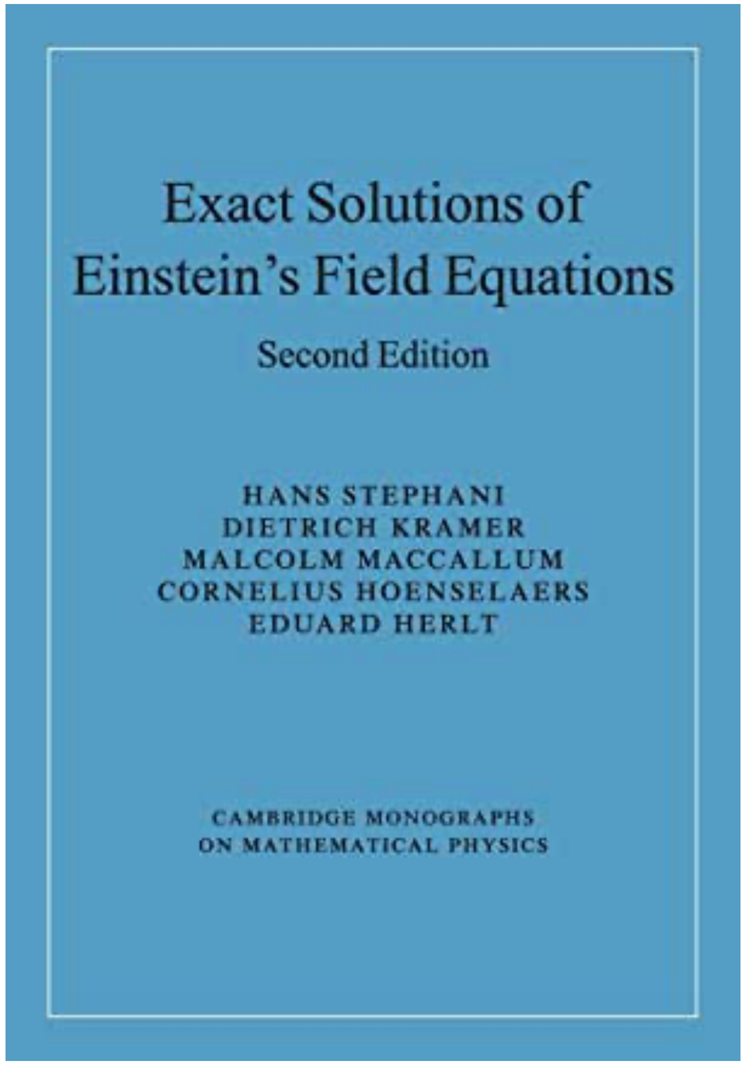
「次に，軸対称の牛がいた，と考えよう」

「次に，歪んだ牛がいた，と考えよう」

「次に，帯電した牛がいた，と考えよう」

「次に，膨張している牛がいた，と考えよう」

「次に，2頭の牛がいた，と考えよう」



Exact Solutions of
Einstein's Field Equations
Second Edition

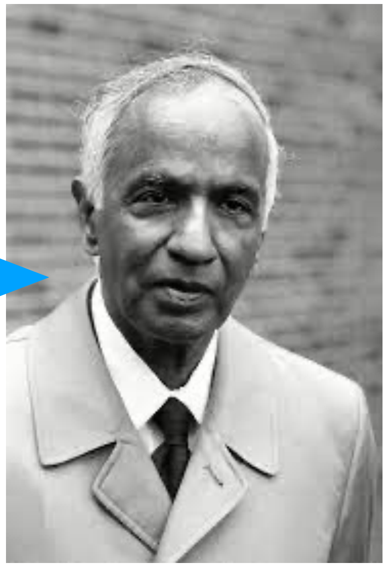
HANS STEPHANI
DIETRICH KRAMER
MALCOLM MACCALLUM
CORNELIUS HOENSELAERS
EDUARD HERLT

CAMBRIDGE MONOGRAPHS
ON MATHEMATICAL PHYSICS

- **出版社** ： Cambridge University Press; 第2版 (2009/9/24)
- **発売日** ： 2009/9/24
- **言語** ： 英語
- **ペーパーバック** ： 732ページ

Einstein方程式を解くのは簡単なはずだ．Exact Solutionの本には数百の解が載っている．

S. Chandrasekhar (伝聞)



BH解の安定性（stability）？

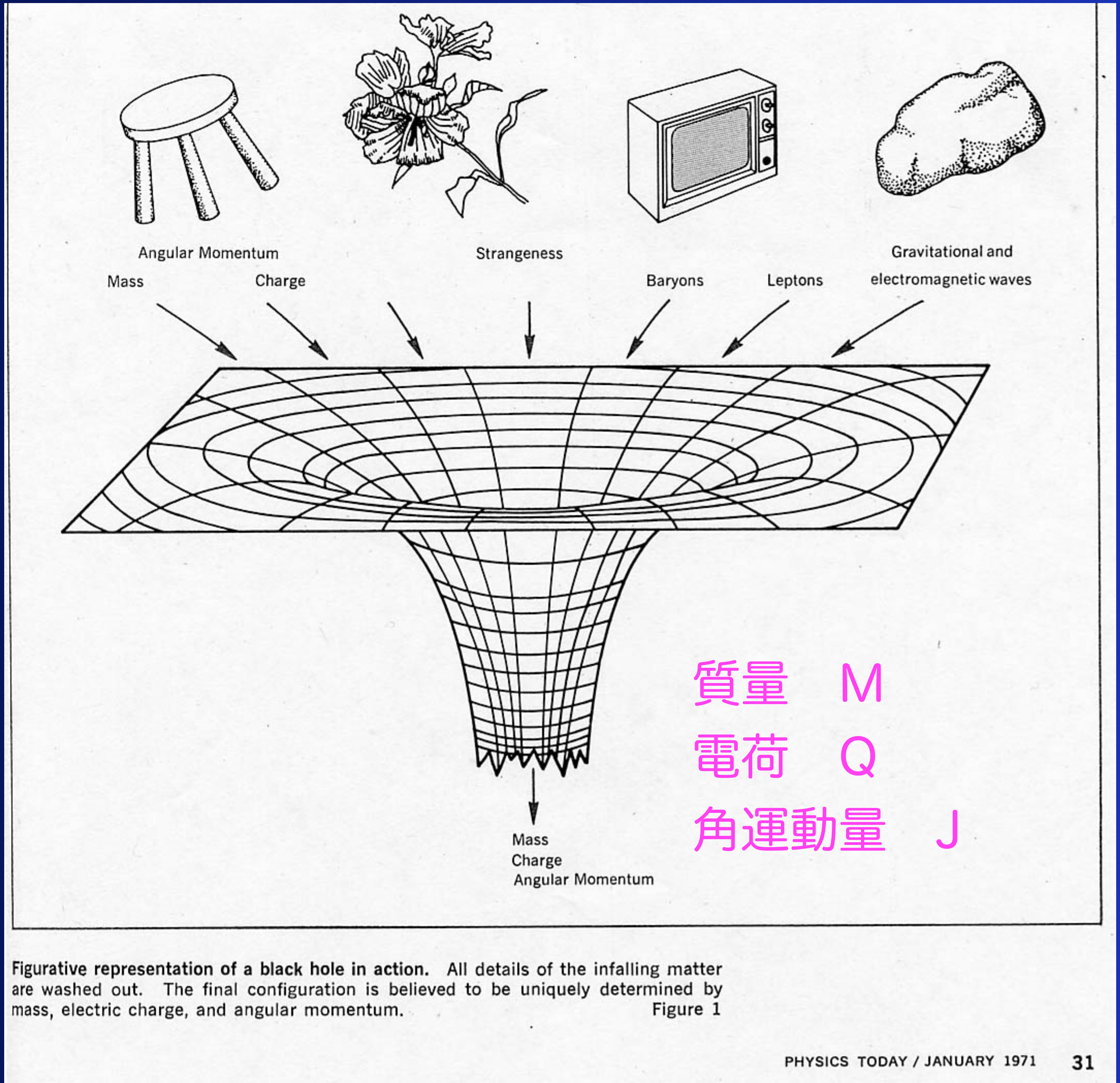
1957-69 Regge-Wheeler, Zerilli, Teukolsky-Press

BH解の唯一性 (uniqueness)？

1967-75 Israel, Carter, Robinson

ブラックホール脱毛定理

black-hole no-hair theorem

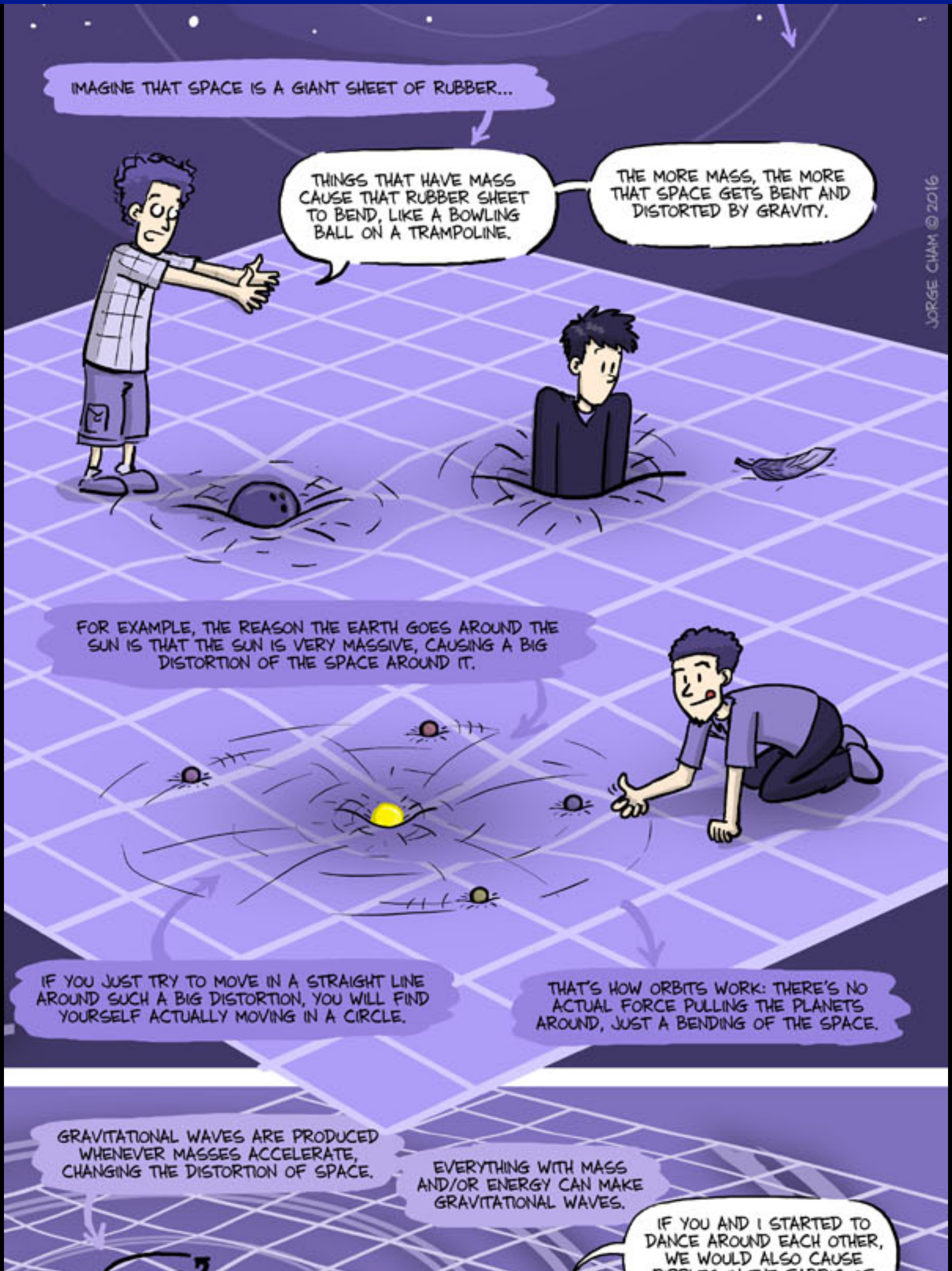


Figurative representation of a black hole in action. All details of the infalling matter are washed out. The final configuration is believed to be uniquely determined by mass, electric charge, and angular momentum. Figure 1

PHYSICS TODAY / JANUARY 1971 31

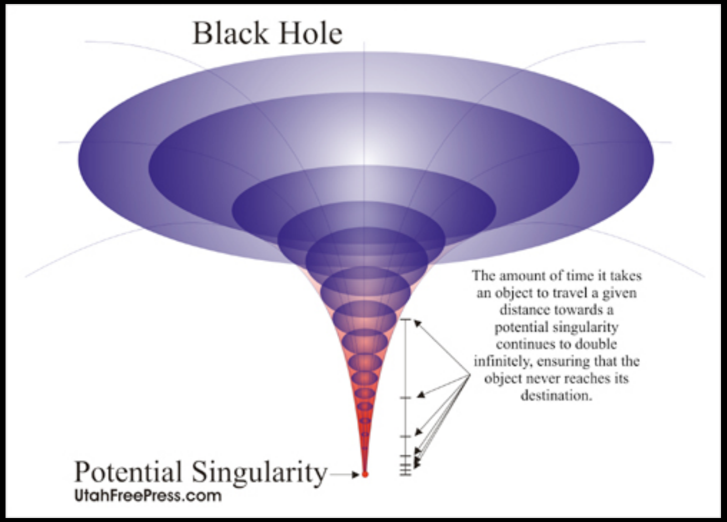
質量　M
電荷　Q
角運動量　J

ブラックホール


IMAGINE THAT SPACE IS A GIANT SHEET OF RUBBER...
THINGS THAT HAVE MASS CAUSE THAT RUBBER SHEET TO BEND, LIKE A BOWLING BALL ON A TRAMPOLINE.
THE MORE MASS, THE MORE THAT SPACE GETS BENT AND DISTORTED BY GRAVITY.
JORGE CHAM © 2016
FOR EXAMPLE, THE REASON THE EARTH GOES AROUND THE SUN IS THAT THE SUN IS VERY MASSIVE, CAUSING A BIG DISTORTION OF THE SPACE AROUND IT.
IF YOU JUST TRY TO MOVE IN A STRAIGHT LINE AROUND SUCH A BIG DISTORTION, YOU WILL FIND YOURSELF ACTUALLY MOVING IN A CIRCLE.
THAT'S HOW ORBITS WORK: THERE'S NO ACTUAL FORCE PULLING THE PLANETS AROUND, JUST A BENDING OF THE SPACE.
GRAVITATIONAL WAVES ARE PRODUCED WHENEVER MASSES ACCELERATE, CHANGING THE DISTORTION OF SPACE.
EVERYTHING WITH MASS AND/OR ENERGY CAN MAKE GRAVITATIONAL WAVES.
IF YOU AND I STARTED TO DANCE AROUND EACH OTHER, WE WOULD ALSO CAUSE


FailsShot

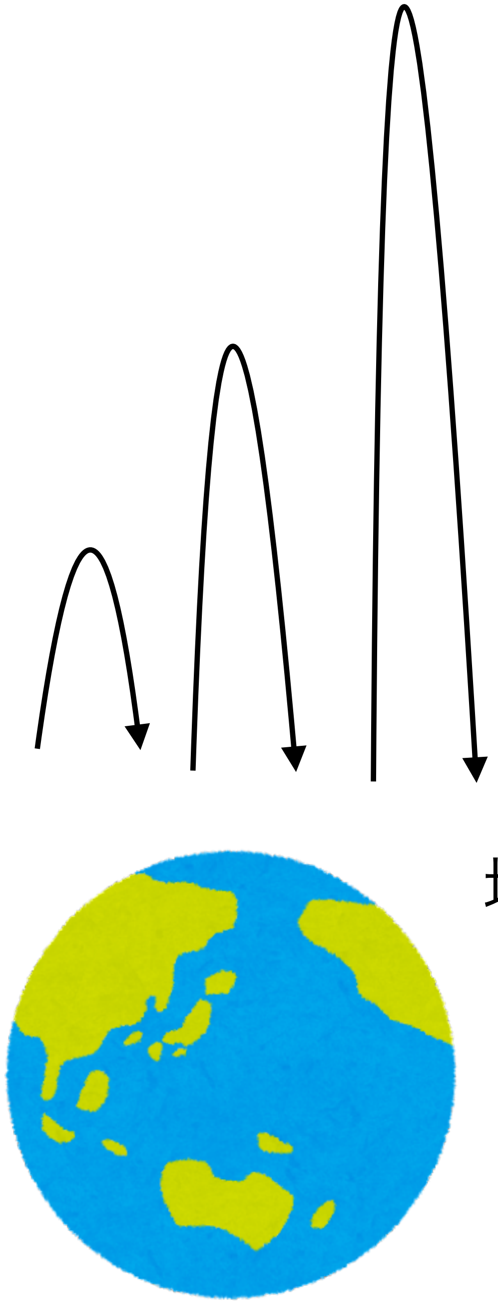

Subscribe

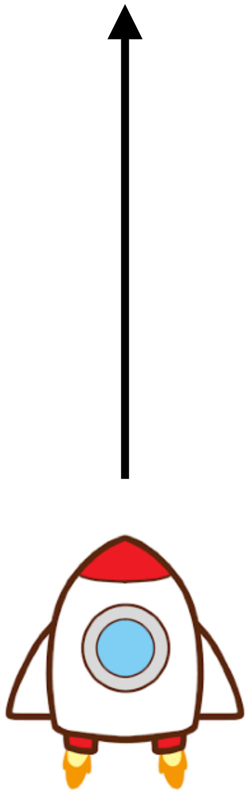

Black Hole
The amount of time it takes an object to travel a given distance towards a potential singularity continues to double infinitely, ensuring that the object never reaches its destination.
Potential Singularity
UtahFreePress.com

光も脱出できない天体とは・・・

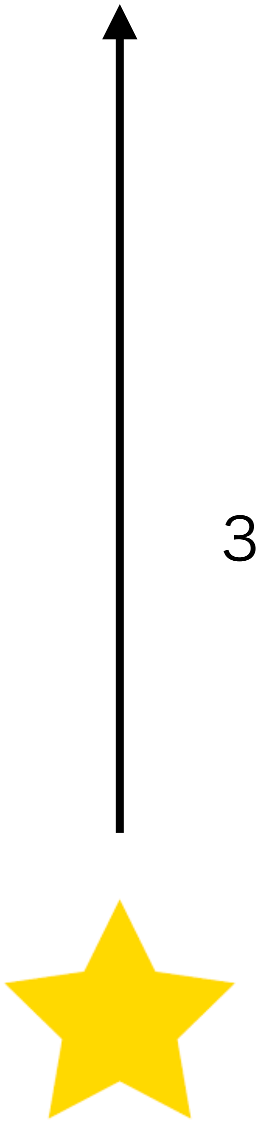
とてつもなく
重くて小さな天体では

ボールを速く投げ上げると,
高くまで飛ぶ



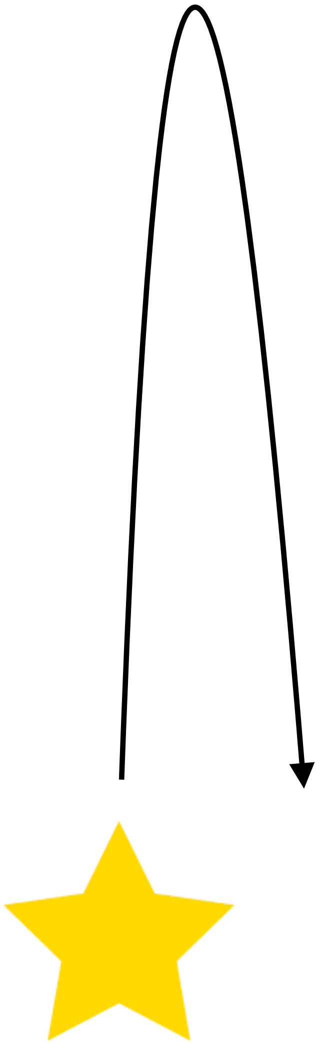


地球からの脱出速度
秒速 12 km

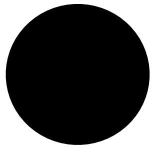


秒速
30万 km

光は当然
脱出できる

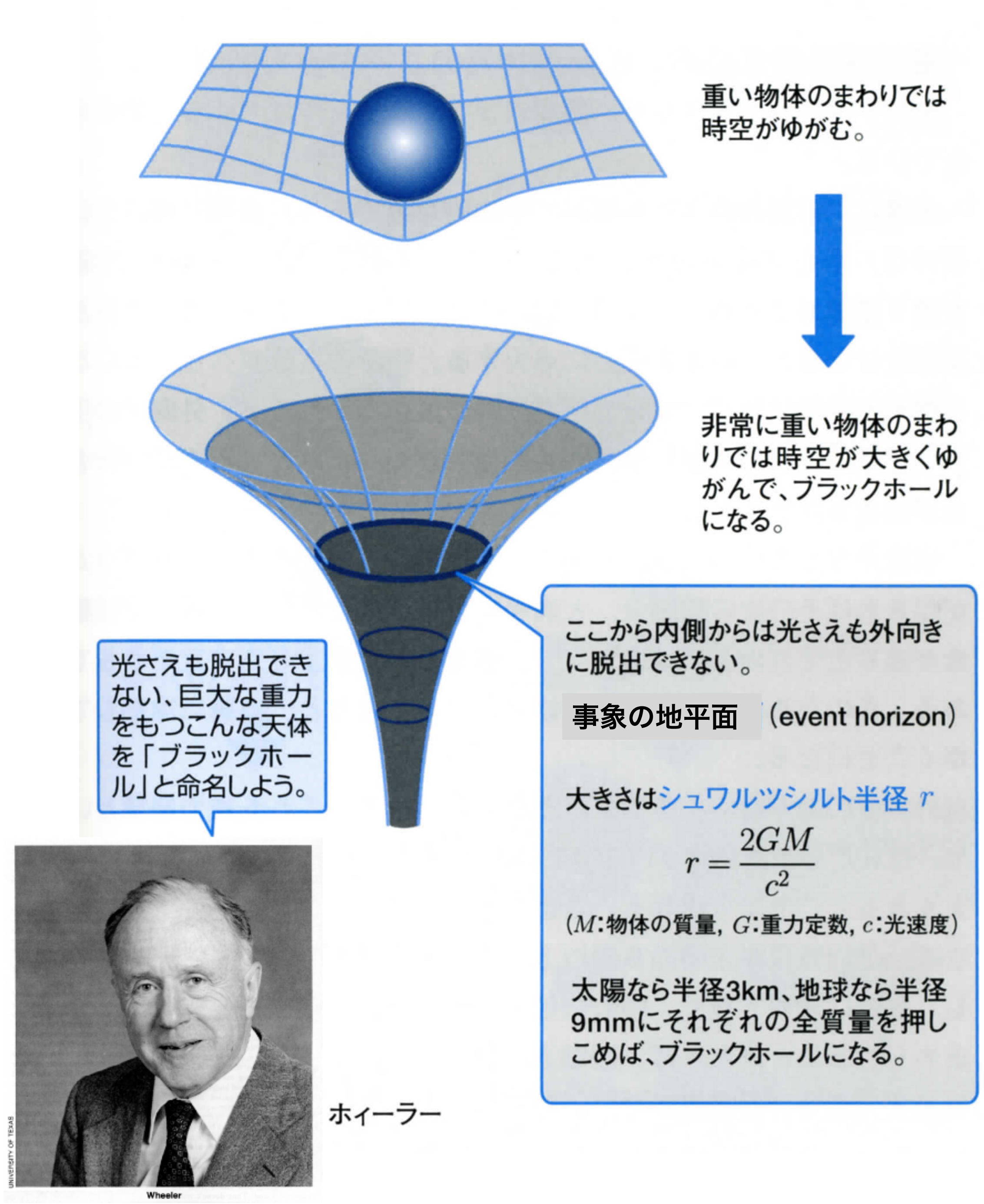


光も
脱出できない



地球質量が半径9mmに
なったら,
ブラックホール

ブラックホールの定義　（一般向け）



重い物体のまわりでは時空がゆがむ。

非常に重い物体のまわりでは時空が大きくゆがんで、ブラックホールになる。

ここから内側からは光さえも外向きに脱出できない。

事象の地平面（event horizon）

大きさはシュワルツシルト半径 r

$$r=\frac{2GM}{c^2}$$

（M:物体の質量, G:重力定数, c:光速度）

太陽なら半径3km、地球なら半径9mmにそれぞれの全質量を押しこめば、ブラックホールになる。

光さえも脱出できない、巨大な重力をもつこんな天体を「ブラックホール」と命名しよう。

ホィーラー

ブラックホール

＝重力が強く，光速でも脱出できない天体

＝因果的に隔離される領域

境界＝事象の地平面

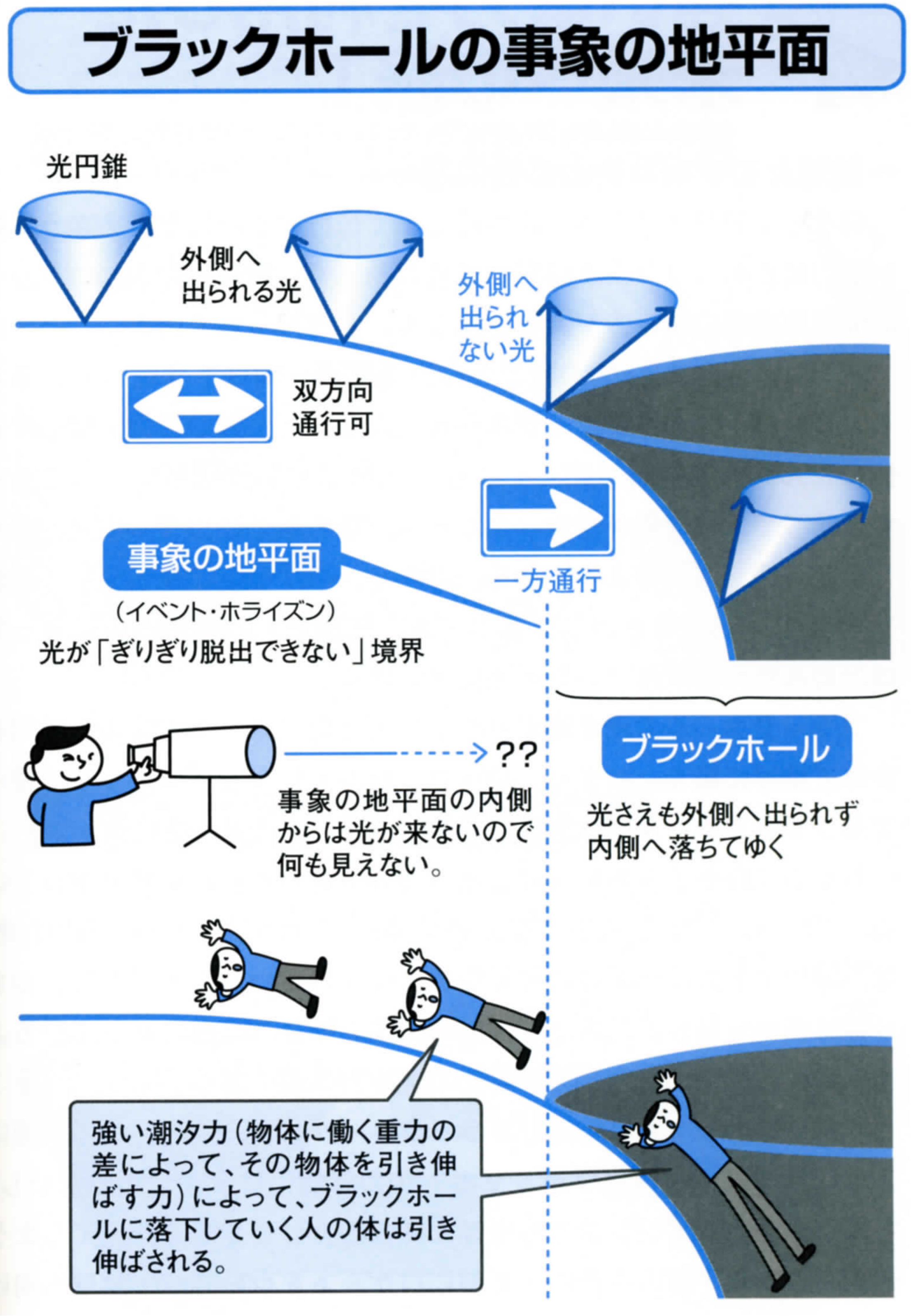
(event horizon)

$$R_{\mathrm{Sch}}=\frac{2GM}{c^2}$$

表 4.1: シュヴァルツシルト半径（対応するブラックホールの大きさ）．質量 M の物体がどの位の半径 R_{Sch} に押し込まれたらブラックホールになるか，という目安．Sgr A* は天の川銀河中心の超巨大ブラックホール．

天体	M	R_{Sch}
地球	6.0×10^{24} kg	8.9 mm
太陽	$M_\odot=2.0\times10^{30}$ kg	2.95 km
Sgr A*	$4.2\times10^{6}M_\odot$	1.24×10^{7} km

ブラックホールの定義　（一般向け）



ブラックホール

＝重力が強く，光速でも脱出できない天体

＝因果的に隔離される領域

境界＝事象の地平面

(event horizon)

$$R_{\rm Sch} = \frac{2GM}{c^2}$$

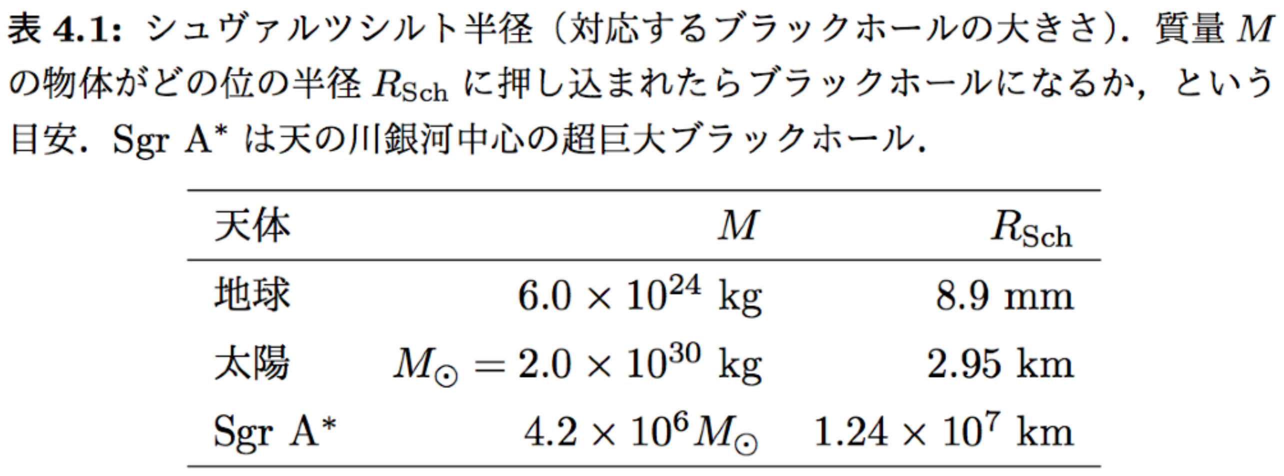


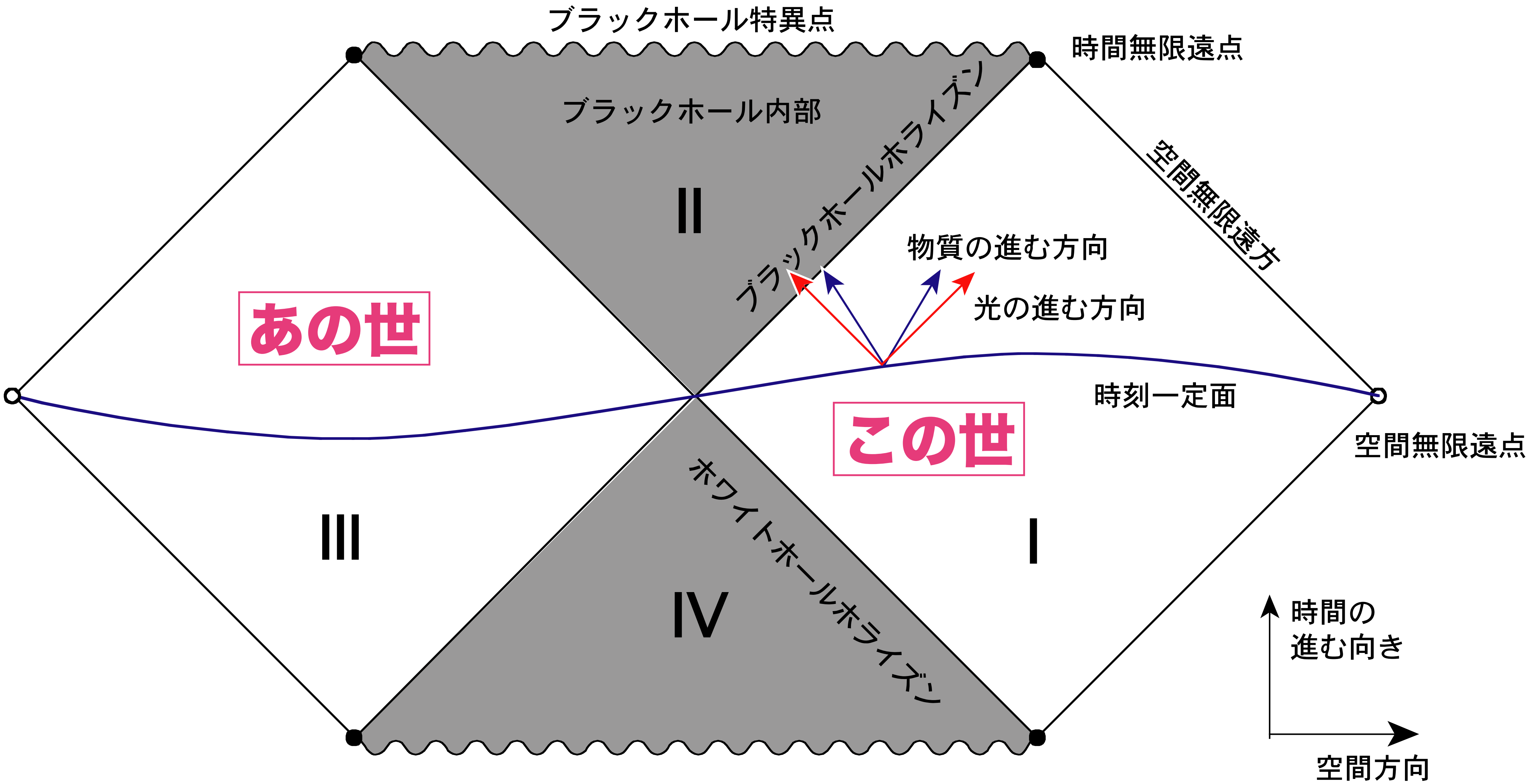
表 4.1: シュヴァルツシルト半径（対応するブラックホールの大きさ）．質量 M の物体がどの位の半径 $R_{\rm Sch}$ に押し込まれたらブラックホールになるか，という目安．Sgr A* は天の川銀河中心の超巨大ブラックホール．

天体	M	$R_{\rm Sch}$
地球	6.0×10^{24} kg	8.9 mm
太陽	$M_\odot = 2.0 \times 10^{30}$ kg	2.95 km
Sgr A*	$4.2 \times 10^6 M_\odot$	1.24×10^7 km

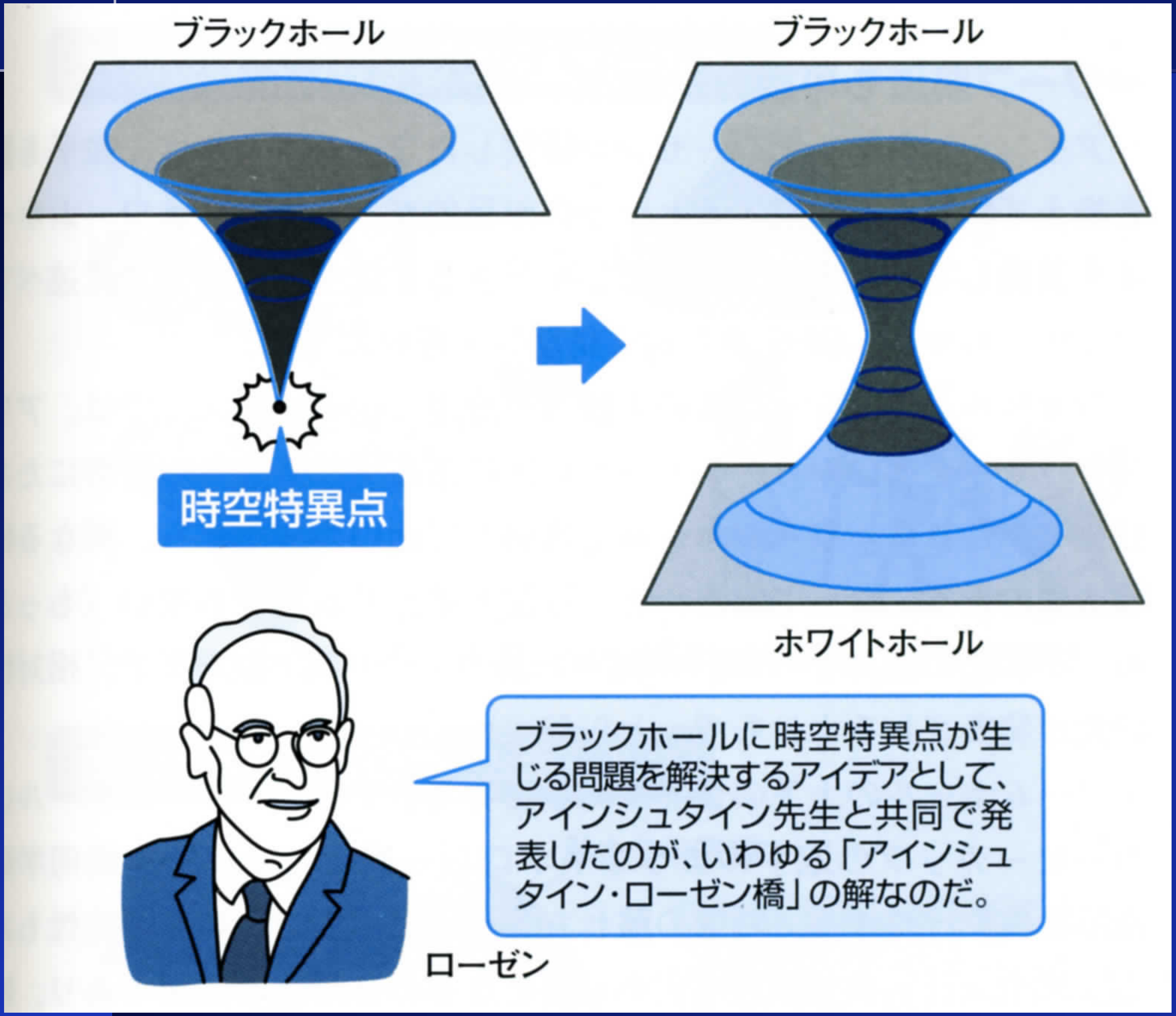
ブラックホールの定義　（専門家向け）

ブラックホール＝光が空間無限遠方に到達できない時空領域

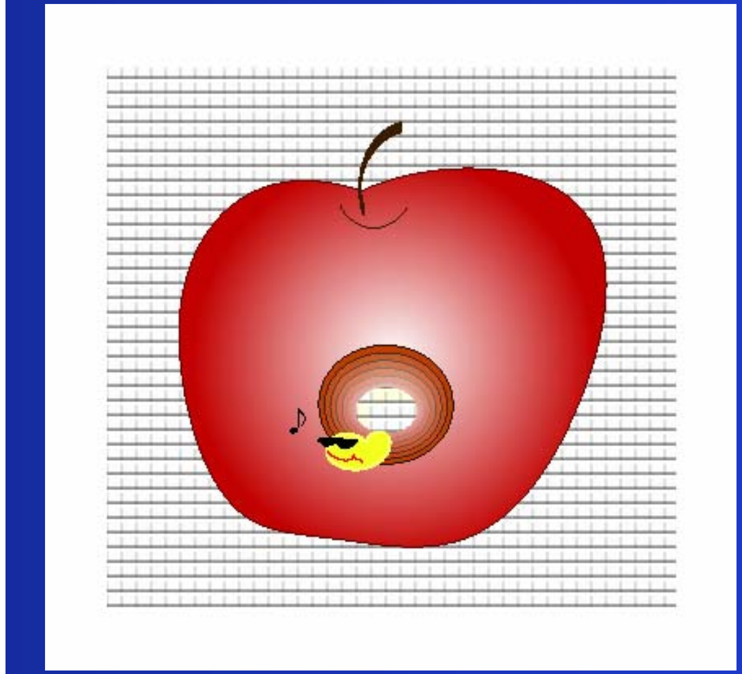
Schwarzschild Black HoleのPenrose図



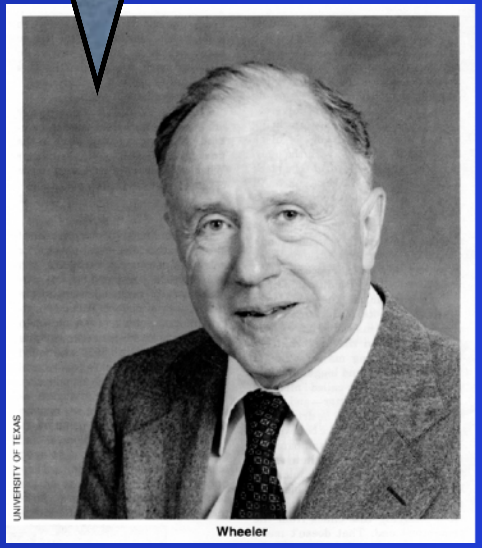
アインシュタイン・ローゼン　ブリッジ



ブラックホールに時空特異点が生じる問題を解決するアイデアとして、アインシュタイン先生と共同で発表したのが、いわゆる「アインシュタイン・ローゼン橋」の解なのだ。



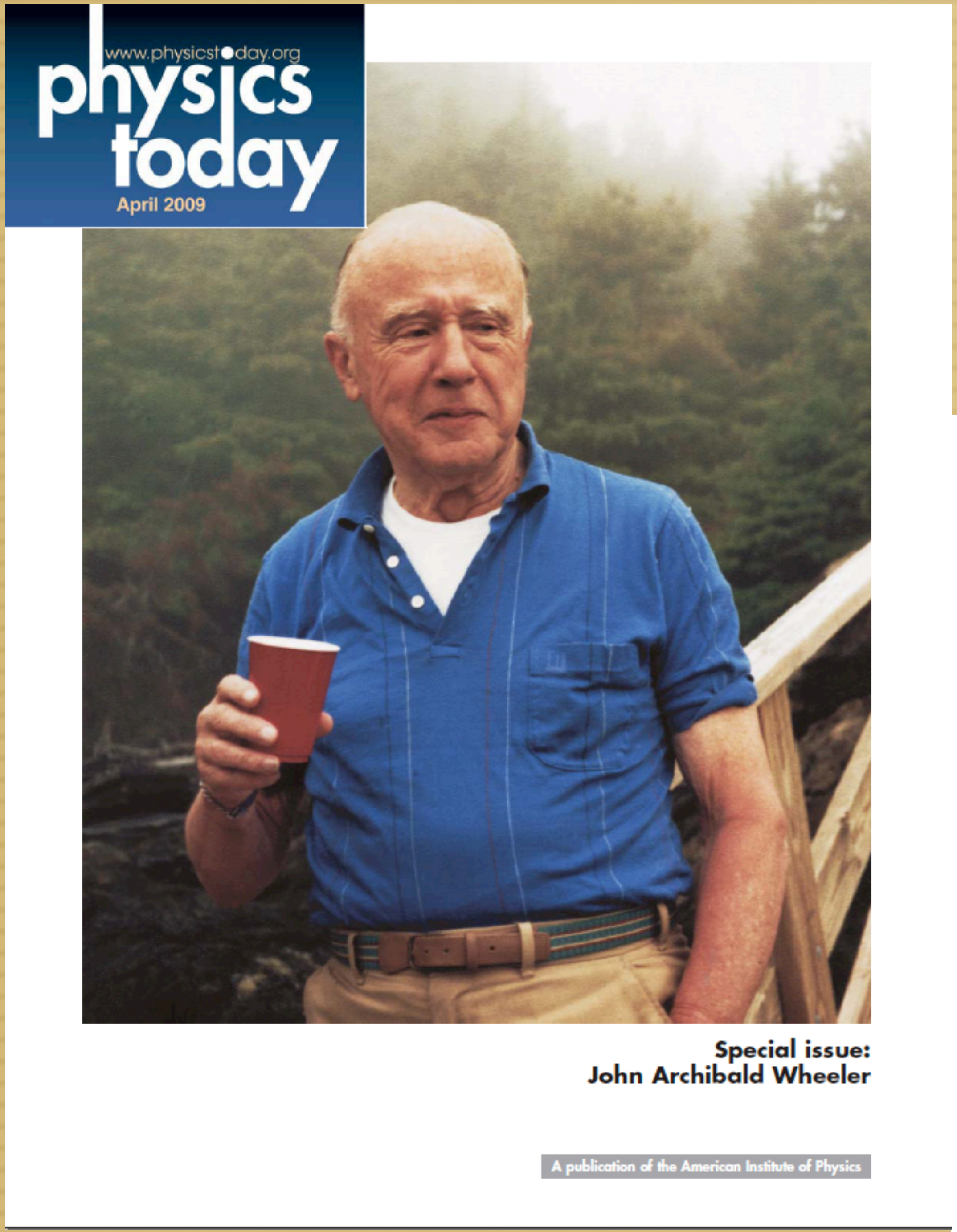
ワームホール
と呼ぼう



ホイーラー

John A. Wheeler

(July 9, 1911 – April 13, 2008)



www.physicstoday.org
physics today
April 2009

Special issue:
John Archibald Wheeler

A publication of the American Institute of Physics

Physics Today, 2009-4

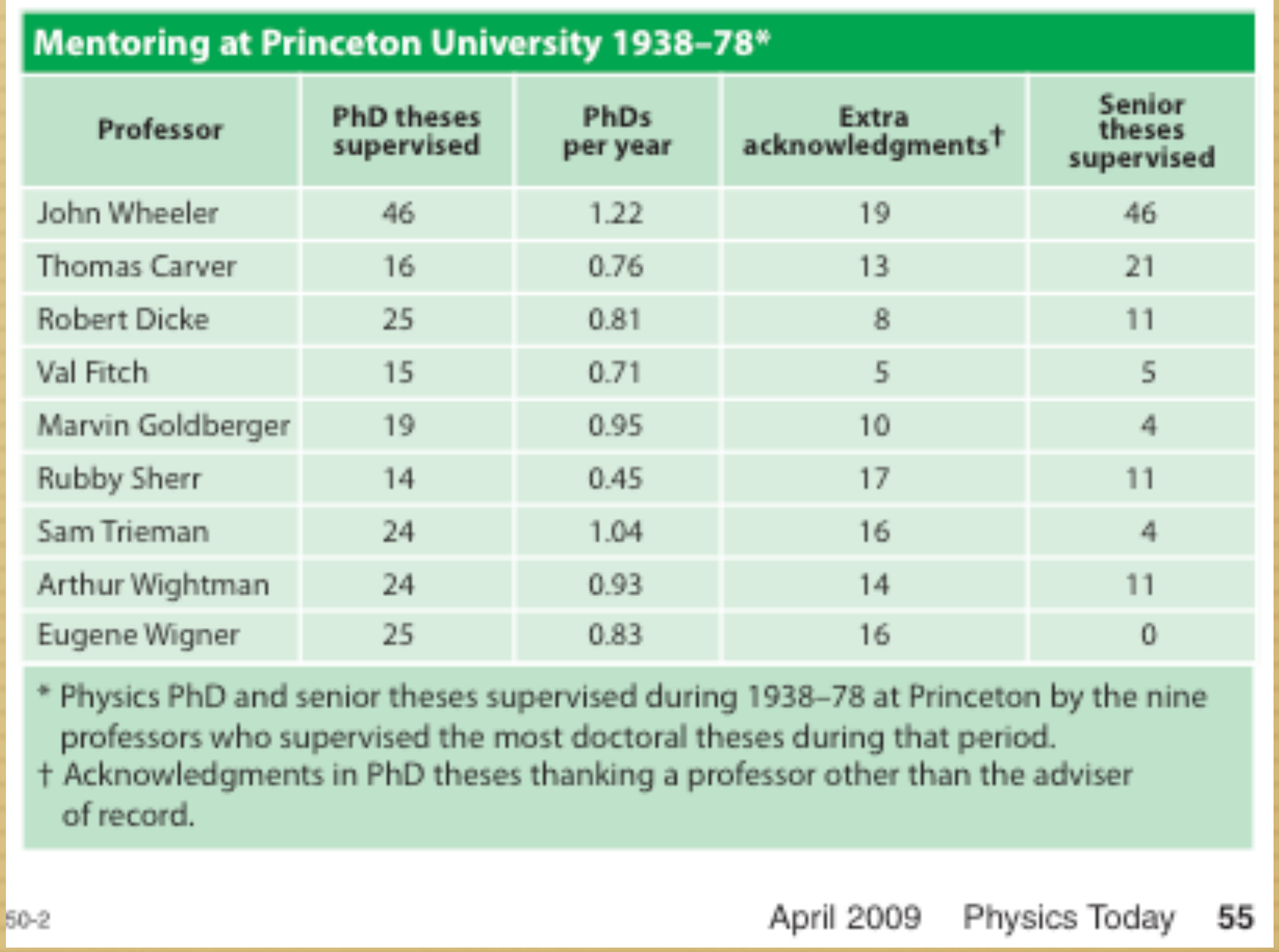
Figure 1. John Wheeler lecturing at a conference in Cambridge, UK, in 1971. Wheeler's style was to cover the blackboard with inspirational colored-chalk diagrams and phrases before the lecture, then work his way through them, one by one.

KIP THORNE

Wheelerの育てた人材

Richard Feynman (PhD 1942)
Hugh Everett (PhD 1956)
Charles Misner (PhD 1957)
David Sharp (AB 1960)
Richard Lindquist (PhD 1962)
Kip Thorne (PhD 1965)
Robert Geroch (PhD 1967)
Yavuz Nutku (PhD 1969)
Wojciech Zurek (PhD 1979)
William Unruh (PhD 1971)
Demetrios Christodoulou (PhD 1971)
Robert Wald (PhD 1972)
Jacob Bekenstein (PhD 1972)
Warner A. Miller (PhD 1986)

……..



Mentoring at Princeton University 1938–78*

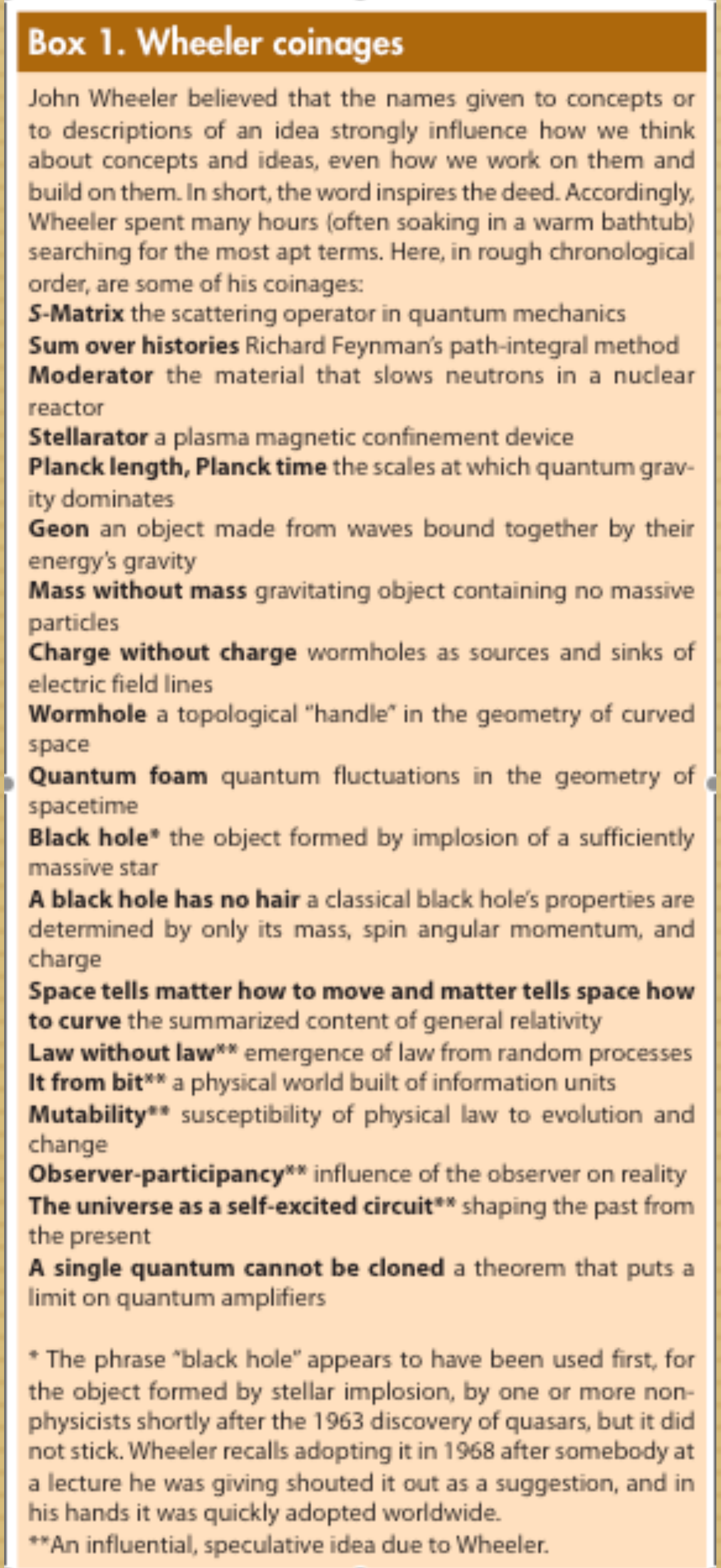
Professor	PhD theses supervised	PhDs per year	Extra acknowledgments†	Senior theses supervised
John Wheeler	46	1.22	19	46
Thomas Carver	16	0.76	13	21
Robert Dicke	25	0.81	8	11
Val Fitch	15	0.71	5	5
Marvin Goldberger	19	0.95	10	4
Rubby Sherr	14	0.45	17	11
Sam Trieman	24	1.04	16	4
Arthur Wightman	24	0.93	14	11
Eugene Wigner	25	0.83	16	0

* Physics PhD and senior theses supervised during 1938–78 at Princeton by the nine professors who supervised the most doctoral theses during that period.
† Acknowledgments in PhD theses thanking a professor other than the adviser of record.

50-2 April 2009 Physics Today 55

Physics Today, 2009-4

Wheelerの創った言葉



Box 1. Wheeler coinages

John Wheeler believed that the names given to concepts or to descriptions of an idea strongly influence how we think about concepts and ideas, even how we work on them and build on them. In short, the word inspires the deed. Accordingly, Wheeler spent many hours (often soaking in a warm bathtub) searching for the most apt terms. Here, in rough chronological order, are some of his coinages:

S-Matrix the scattering operator in quantum mechanics
Sum over histories Richard Feynman's path-integral method
Moderator the material that slows neutrons in a nuclear reactor
Stellarator a plasma magnetic confinement device
Planck length, Planck time the scales at which quantum gravity dominates
Geon an object made from waves bound together by their energy's gravity
Mass without mass gravitating object containing no massive particles
Charge without charge wormholes as sources and sinks of electric field lines
Wormhole a topological "handle" in the geometry of curved space
Quantum foam quantum fluctuations in the geometry of spacetime
Black hole* the object formed by implosion of a sufficiently massive star
A black hole has no hair a classical black hole's properties are determined by only its mass, spin angular momentum, and charge
Space tells matter how to move and matter tells space how to curve the summarized content of general relativity
Law without law** emergence of law from random processes
It from bit** a physical world built of information units
Mutability** susceptibility of physical law to evolution and change
Observer-participancy** influence of the observer on reality
The universe as a self-excited circuit** shaping the past from the present
A single quantum cannot be cloned a theorem that puts a limit on quantum amplifiers

* The phrase "black hole" appears to have been used first, for the object formed by stellar implosion, by one or more nonphysicists shortly after the 1963 discovery of quasars, but it did not stick. Wheeler recalls adopting it in 1968 after somebody at a lecture he was giving shouted it out as a suggestion, and in his hands it was quickly adopted worldwide.
**An influential, speculative idea due to Wheeler.

S-Matrix,
Sum over histories,
Planck length,
Planck time,
Wormhole,
Black Hole,
Geon,
Quantum foam,
A BH has no hair,
law without law,
it from bit, ...

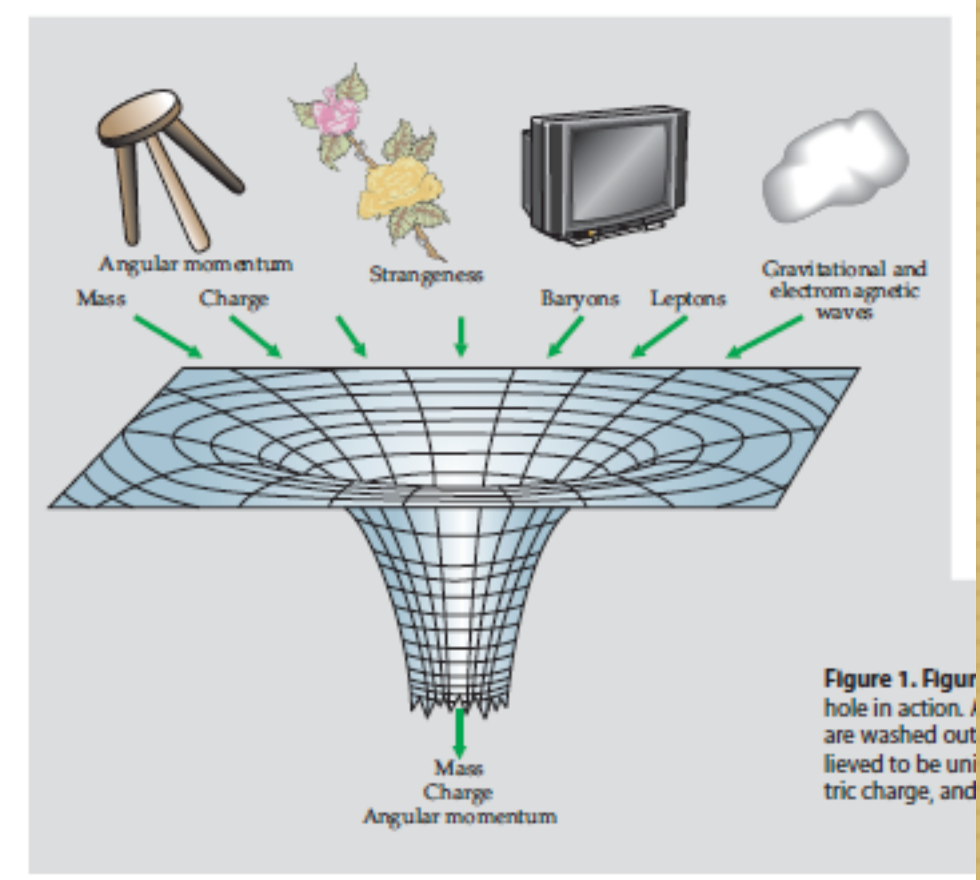


Figure 1. Figur
hole in action.
are washed out
lieved to be uni
tric charge, and

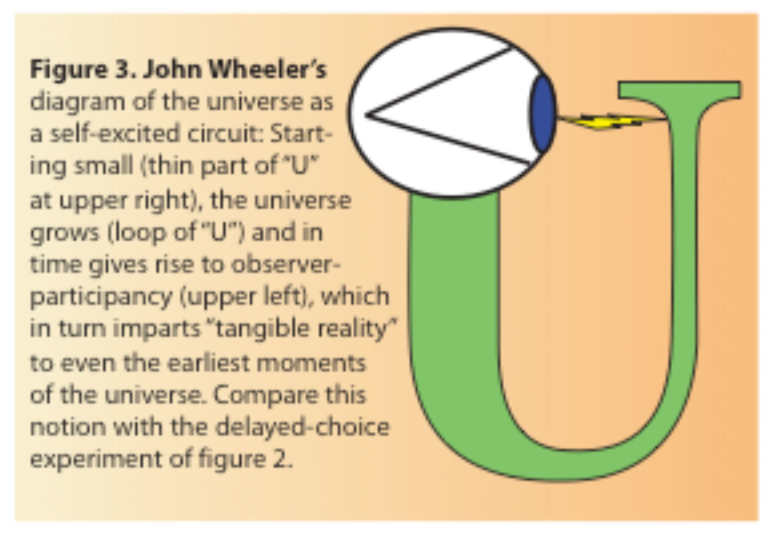
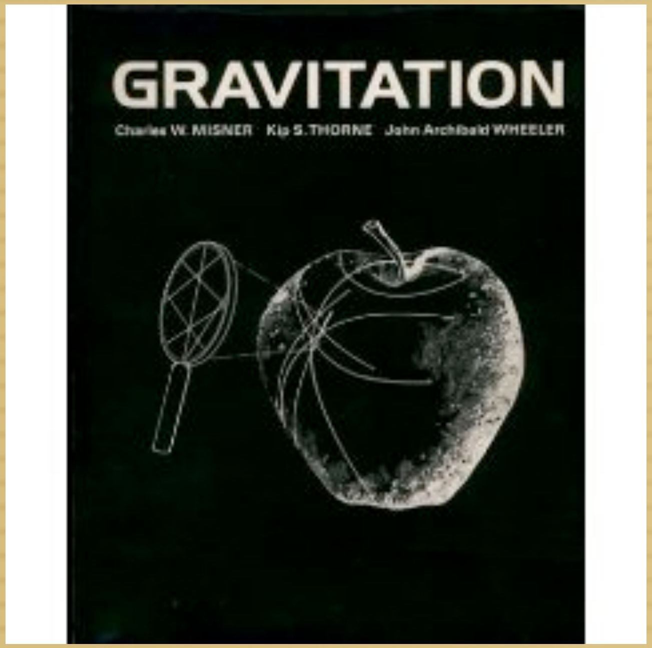
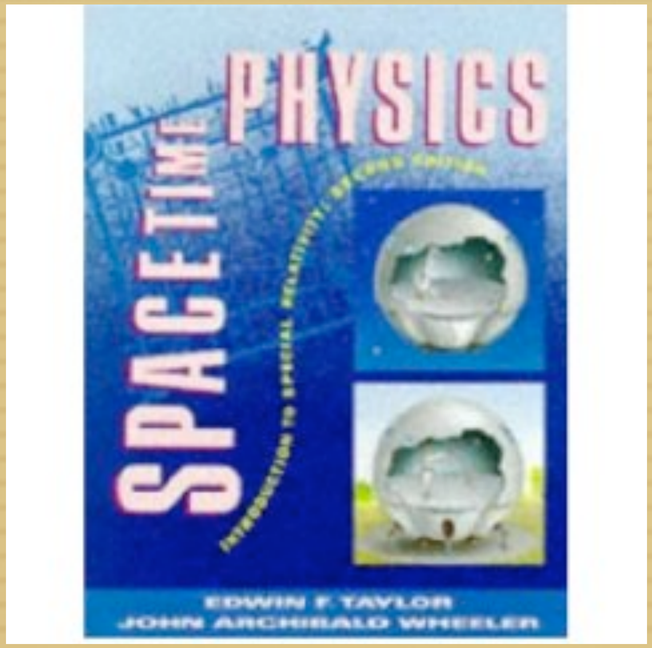
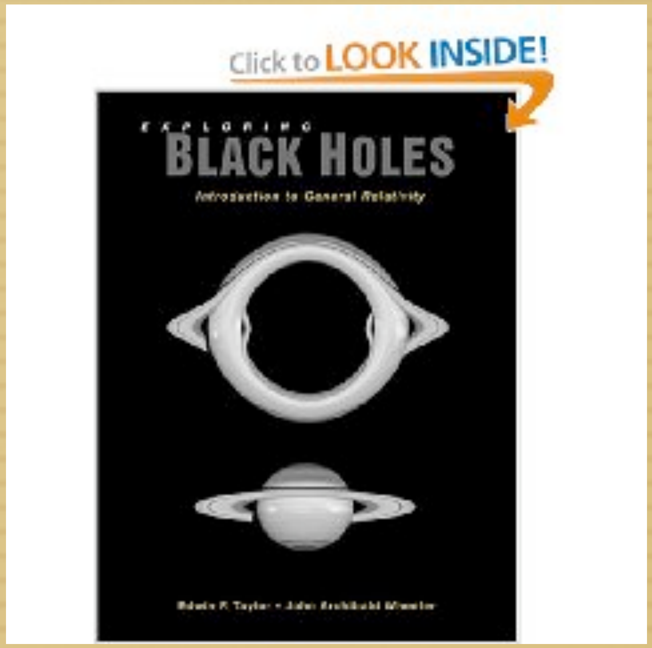


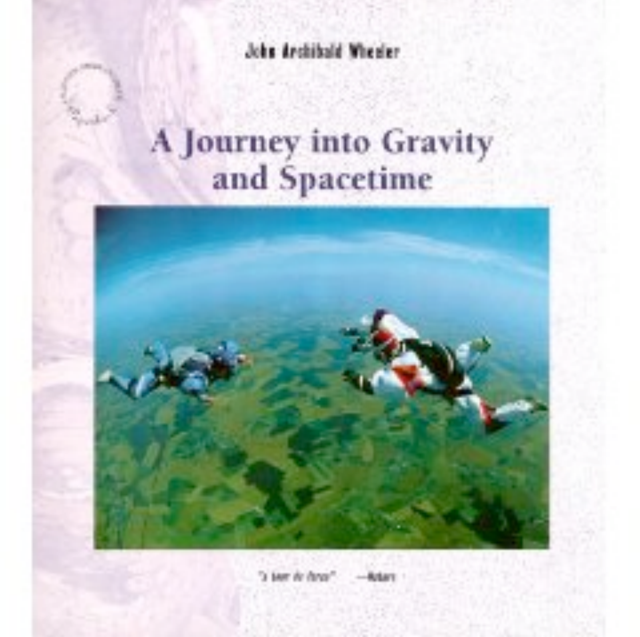
Figure 3. John Wheeler's diagram of the universe as a self-excited circuit: Starting small (thin part of "U" at upper right), the universe grows (loop of "U") and in time gives rise to observer-participancy (upper left), which in turn imparts "tangible reality" to even the earliest moments of the universe. Compare this notion with the delayed-choice experiment of figure 2.

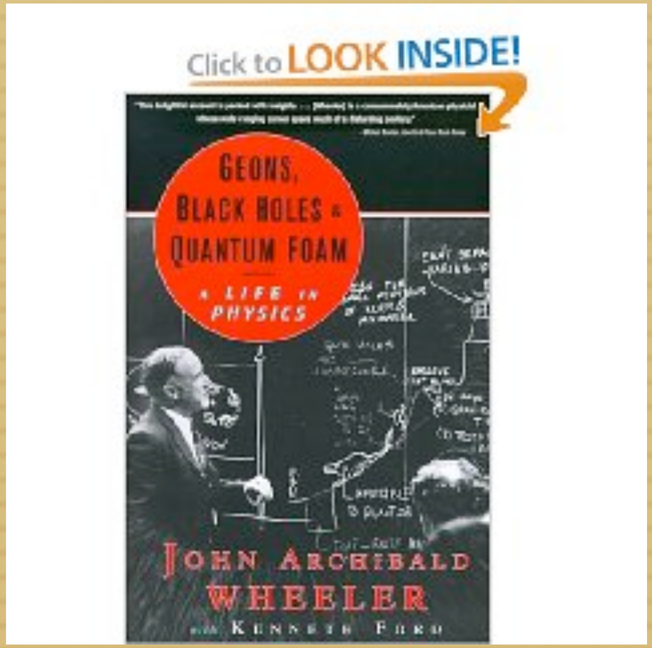
Physics Today, 2009-4

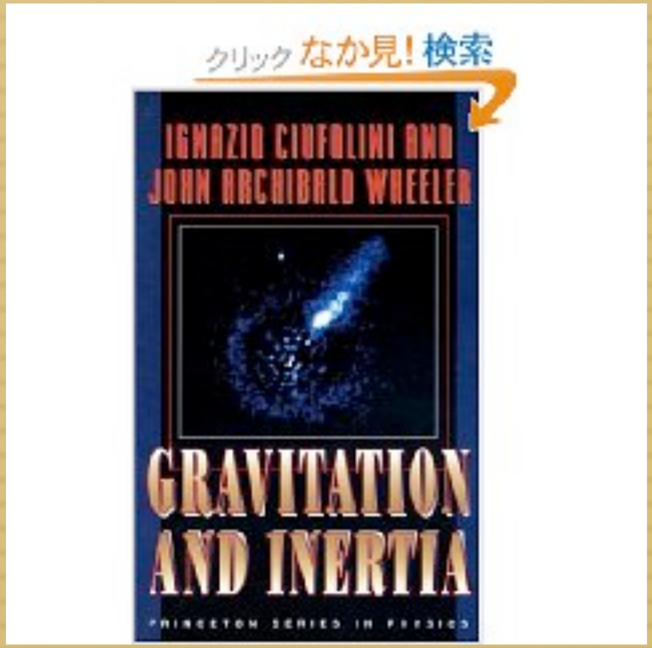

GRAVITATION
Charles W. MISNER Kip S. THORNE John Archibald WHEELER


SPACETIME PHYSICS
INTRODUCTION TO SPECIAL RELATIVITY SECOND EDITION
EDWIN F. TAYLOR
JOHN ARCHIBALD WHEELER


Click to LOOK INSIDE!
EXPLORING BLACK HOLES
Introduction to General Relativity
Edwin F. Taylor • John Archibald Wheeler


John Archibald Wheeler
A Journey into Gravity and Spacetime


Click to LOOK INSIDE!
GEONS, BLACK HOLES & QUANTUM FOAM
A LIFE IN PHYSICS
JOHN ARCHIBALD WHEELER
with KENNETH FORD


クリック なか見！検索
IGNAZIO CIUFOLINI AND JOHN ARCHIBALD WHEELER
GRAVITATION AND INERTIA
PRINCETON SERIES IN PHYSICS

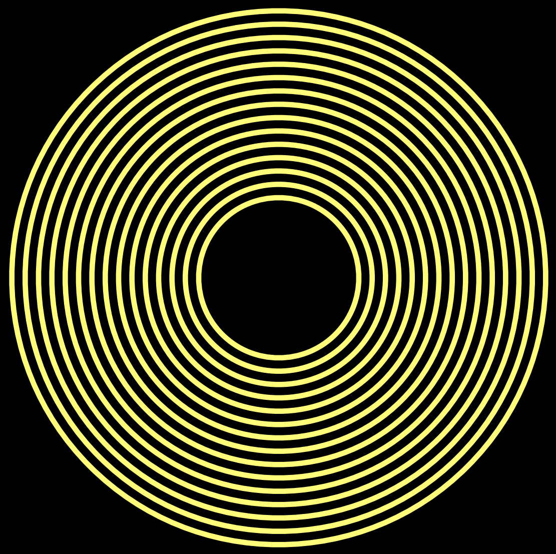
互いに「相手の時計が遅れている」というパラドックス

ブラックホールに落ち込むまでには無限の時間がかかる

ブラックホールに落下していくロケットが 10 秒ごとに SOS の信号を地球に向けて発信していたとする．地球では，だんだんと信号の間隔が伸びてきて，ロケットがブラックホールに落ち込むまでに無限の時間がかかる．

ロケットは，まだブラックホールの手前にいる！

本当



中心にあるブラックホールへ落ちていく宇宙ロケットが,
同じ間隔でパルス光信号を周囲に放つときの光信号の伝播
（光が次第にブラックホール近くから出てくるのに時間がかかる）

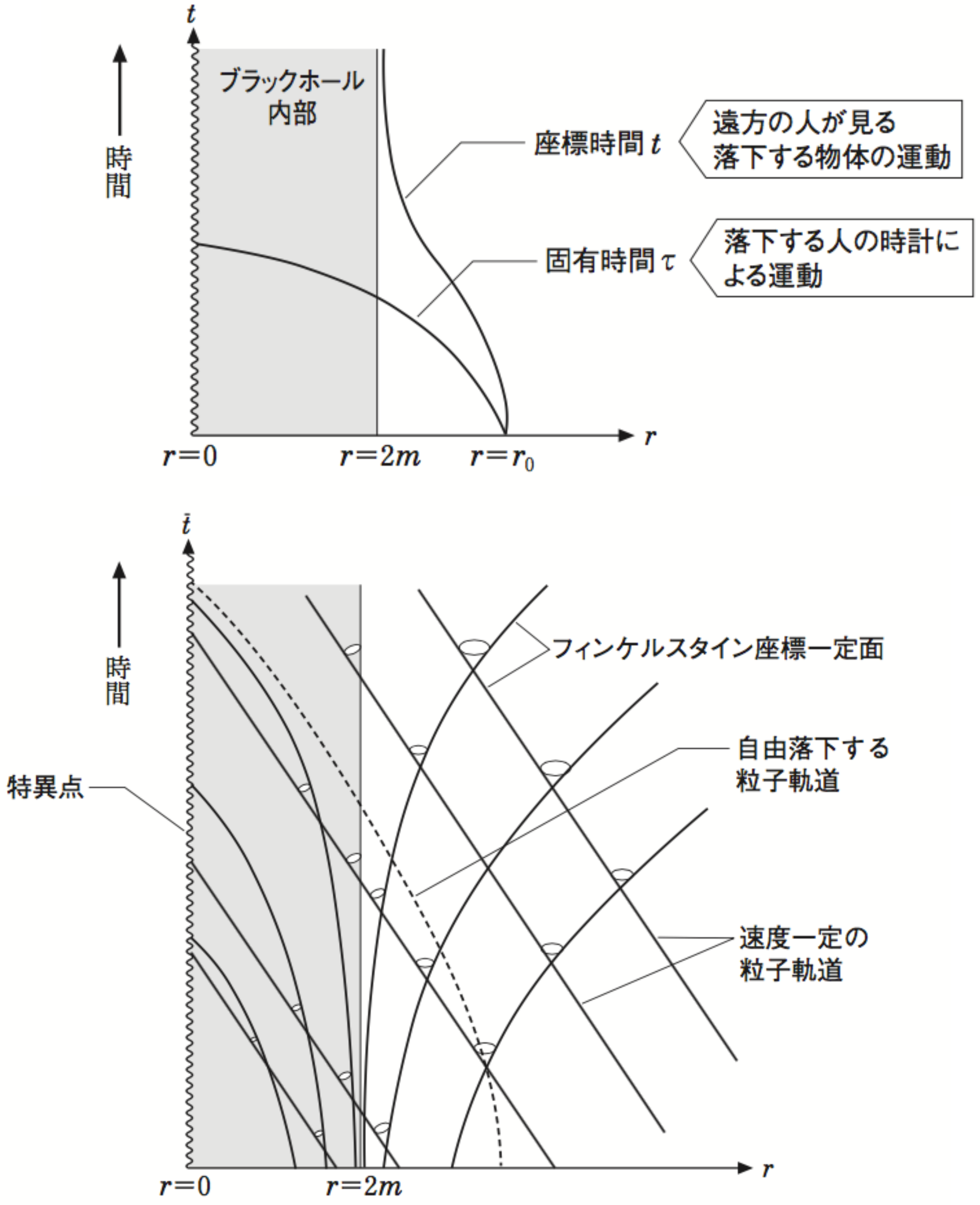
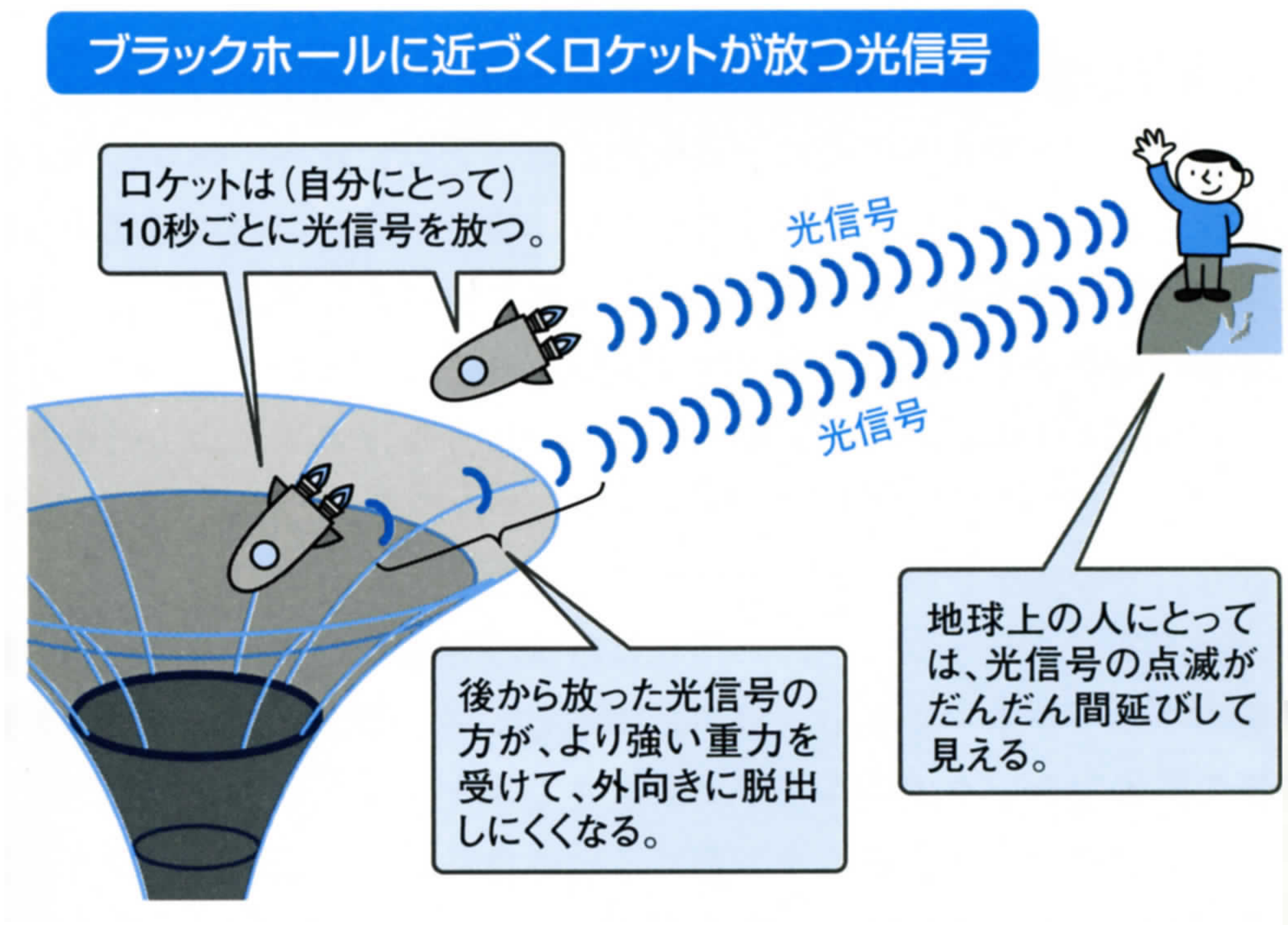
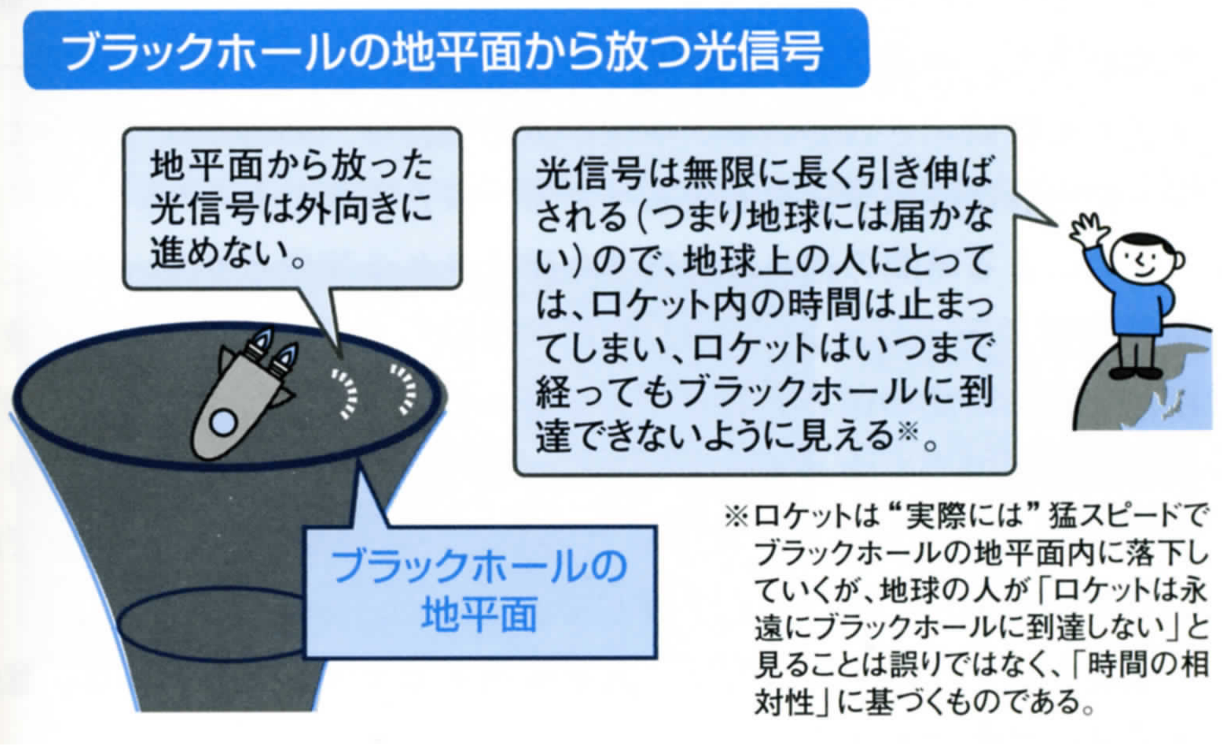


図27　シュヴァルツシルト解の振る舞い　〔上〕もともとの座標で見ると、星が重力崩壊して落ち込んでいく人は有限時間で落下するが、遠方から見ている人にとっては無限の時間が経っても地平面までしか到達しないように見える。〔下〕縦軸と横軸がもとのシュヴァルツシルト座標で、フィンケルスタインの考案した座標は図中の実線。フィンケルスタインの考案した座標を使うと、地平面を通過して扱うことが可能になる。各時刻と位置から光を出した時の円錐も描いてある。

ブラックホール・膨張宇宙・重力波
一般相対性理論の100年と展開
真貝寿明
光文社新書
774

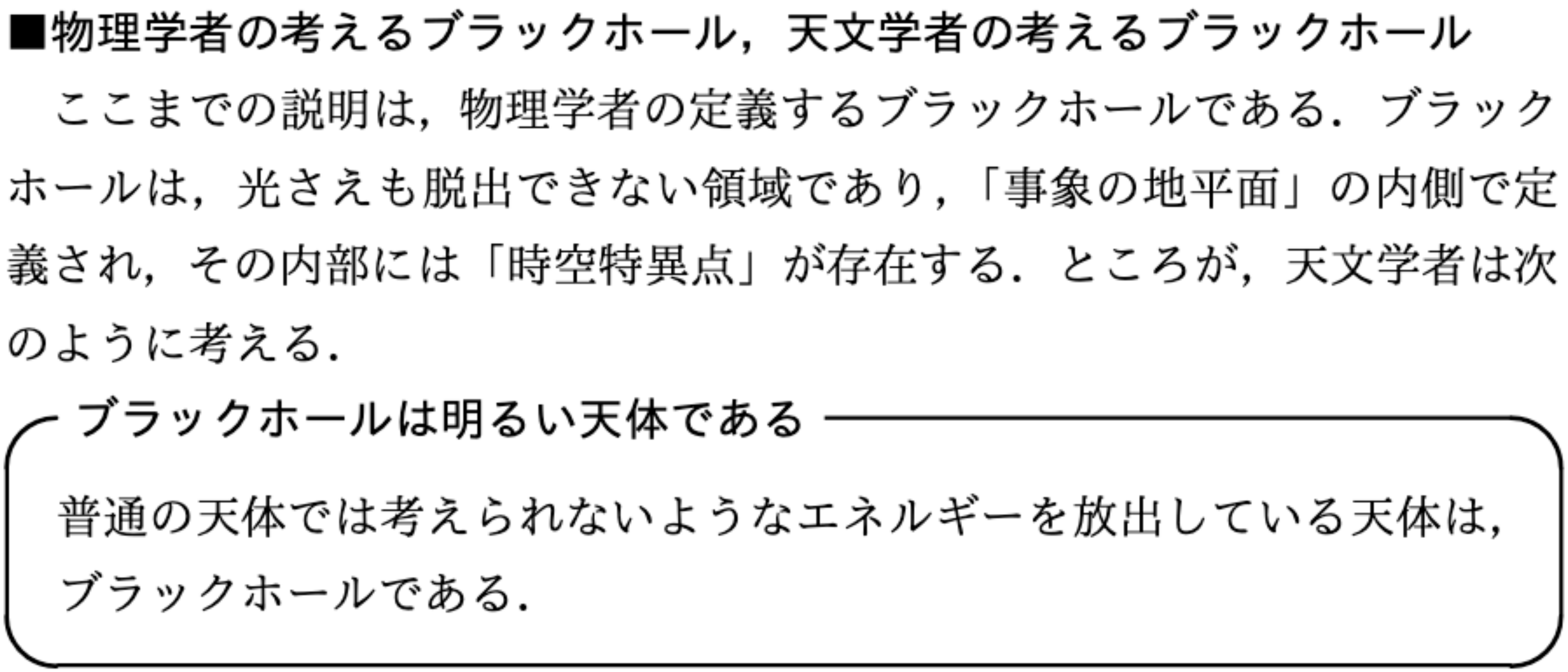
互いに「相手の時計が遅れている」というパラドックス





重力が強いところでは，時間の進み方は相対的に遅くなる.

ブラックホールは明るい天体である



■物理学者の考えるブラックホール，天文学者の考えるブラックホール

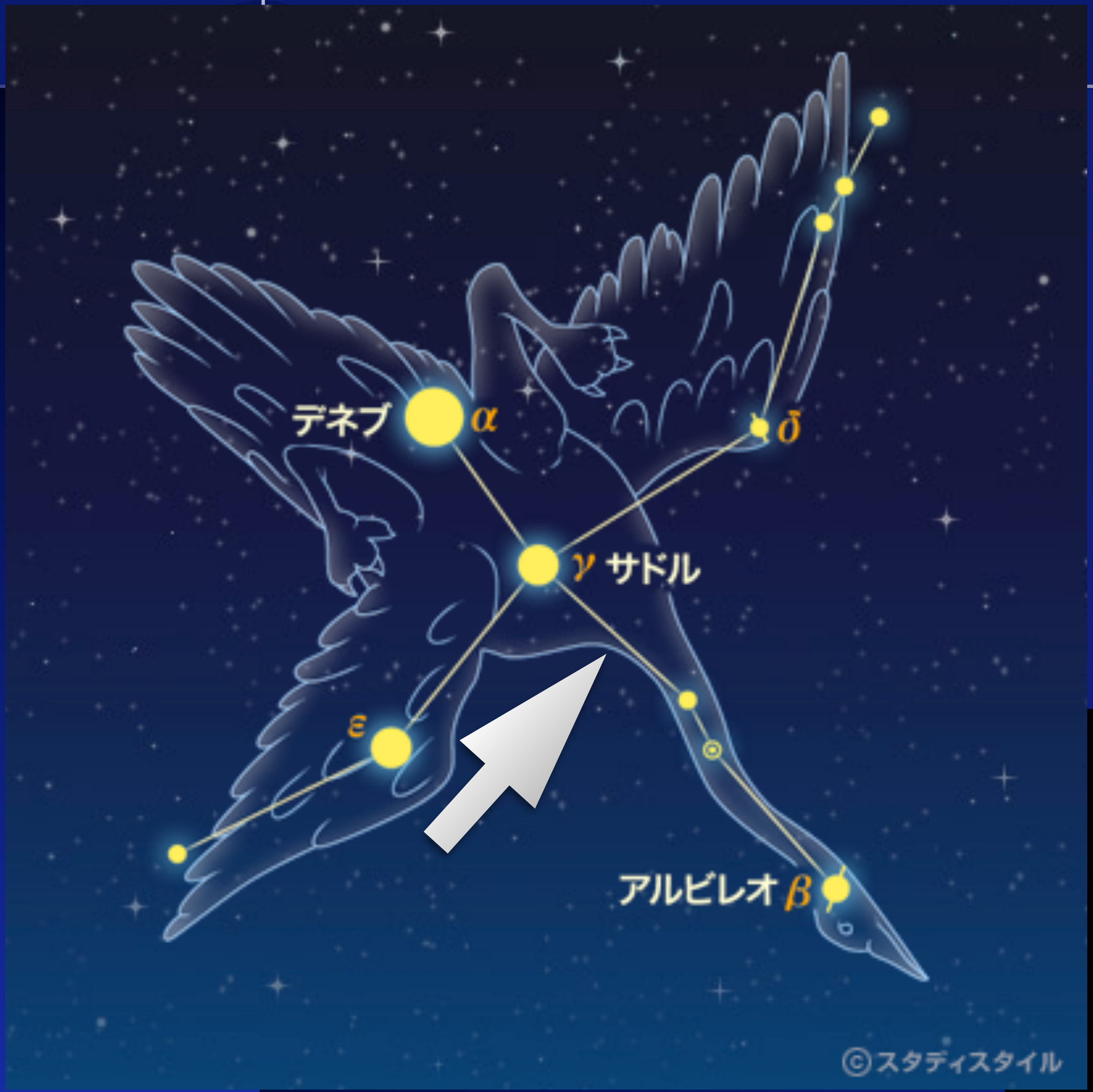
ここまでの説明は，物理学者の定義するブラックホールである．ブラックホールは，光さえも脱出できない領域であり，「事象の地平面」の内側で定義され，その内部には「時空特異点」が存在する．ところが，天文学者は次のように考える．

ブラックホールは明るい天体である

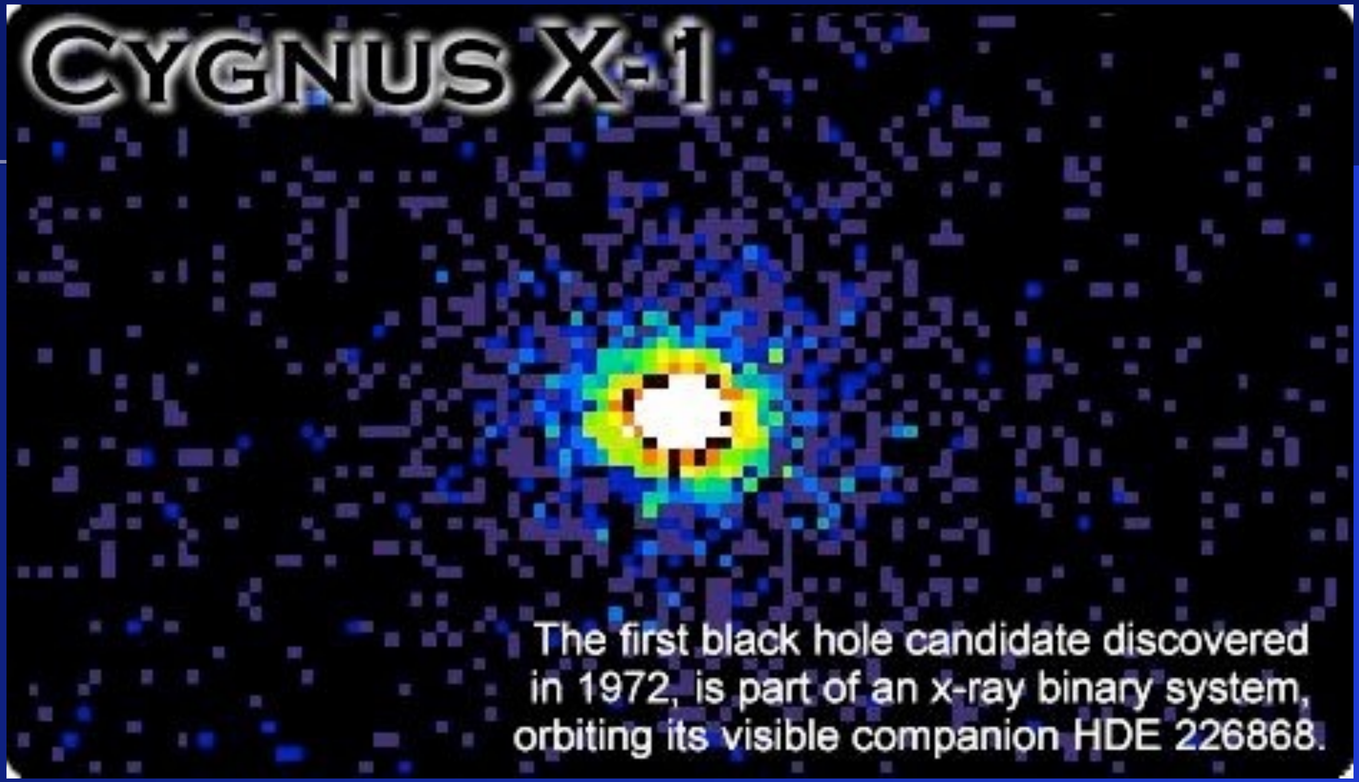
普通の天体では考えられないようなエネルギーを放出している天体は，ブラックホールである．

本当

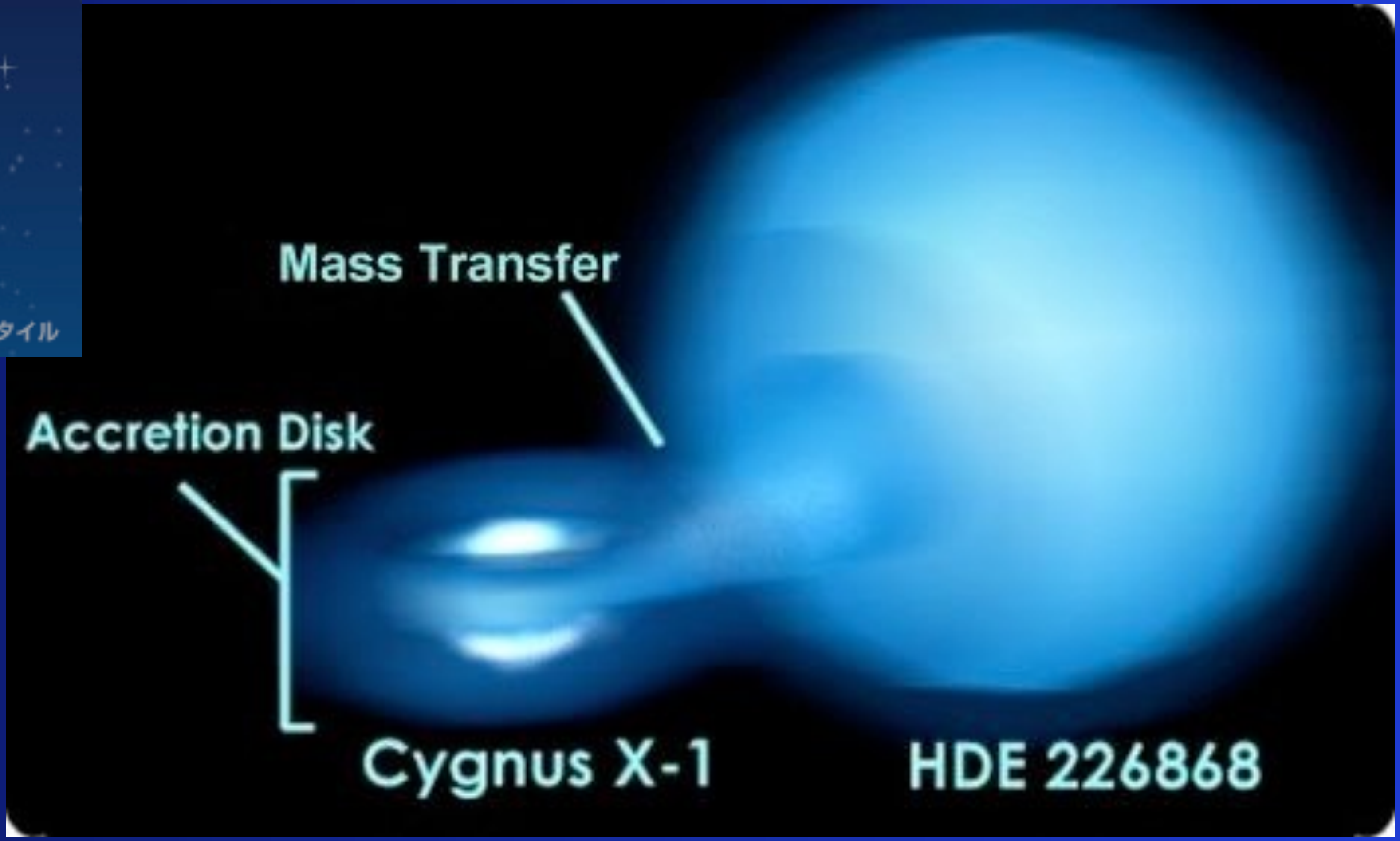
はくちょう座 X-1はブラックホール

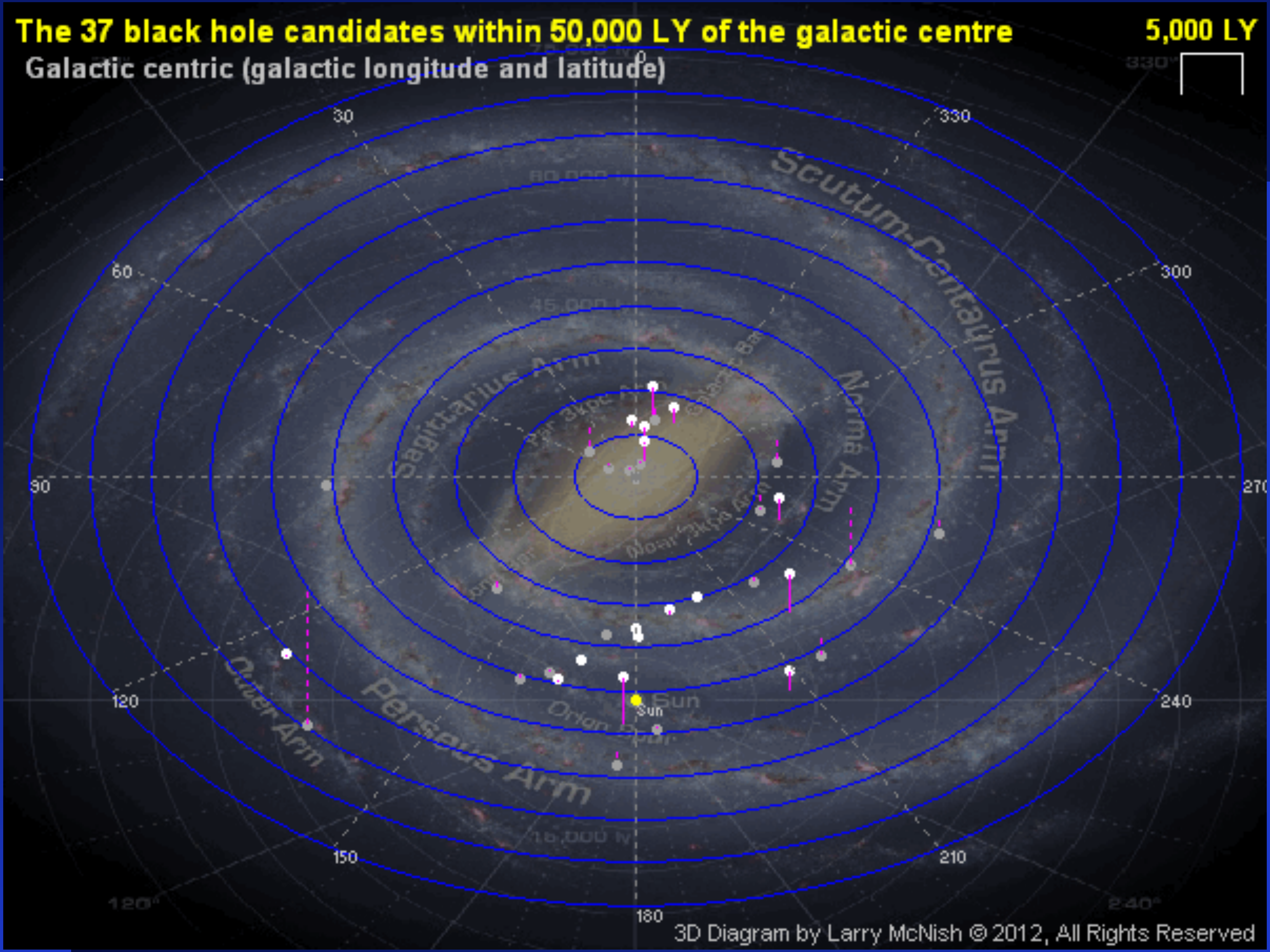


6000光年先



The first black hole candidate discovered in 1972, is part of an x-ray binary system, orbiting its visible companion HDE 226868.

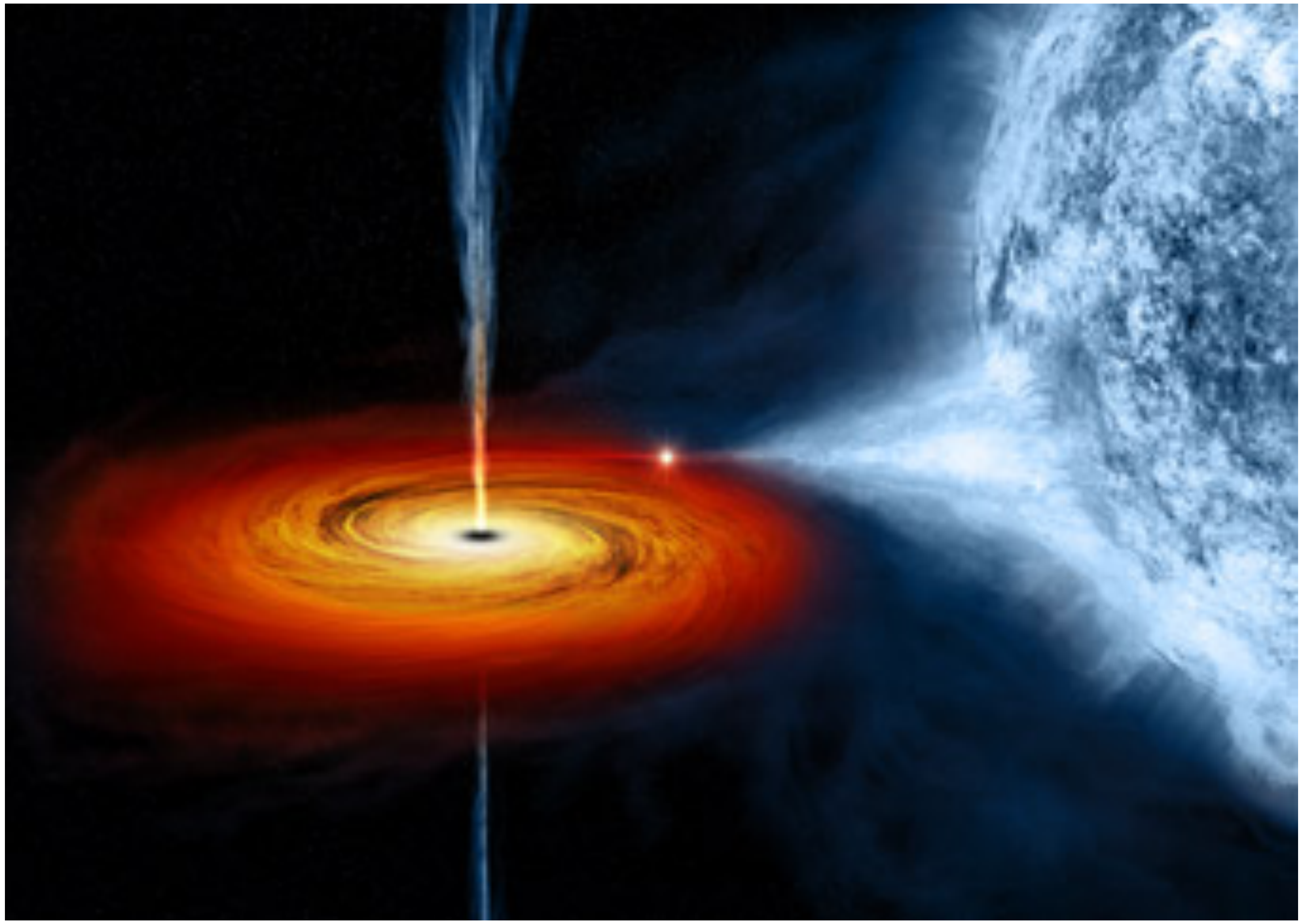




http://calgary.rasc.ca/blackholes.htm

ブラックホールの存在はどうしてわかるのか？

落下していくガスが高い温度で輝く
（降着円盤 accretion disk）

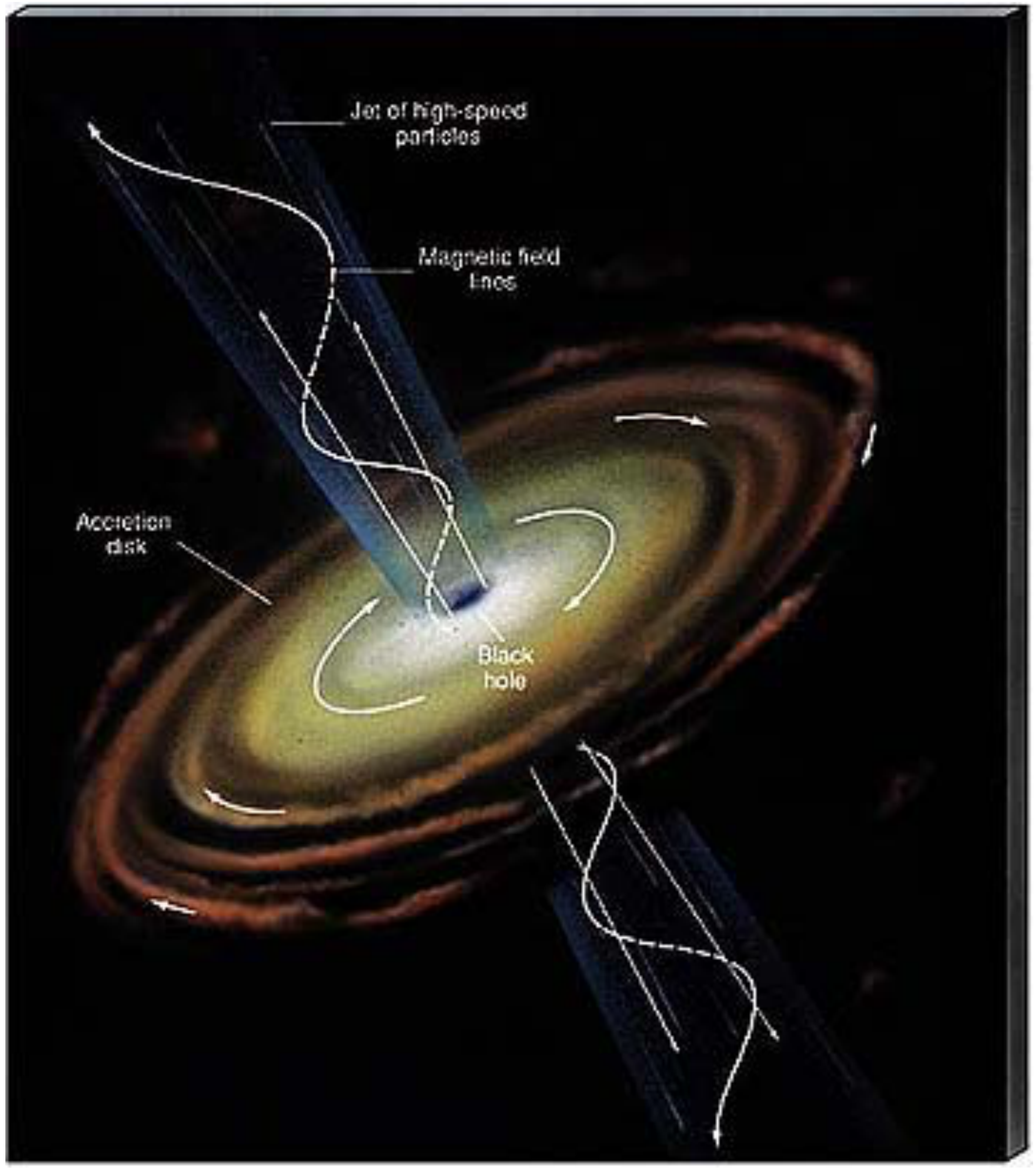


想像図

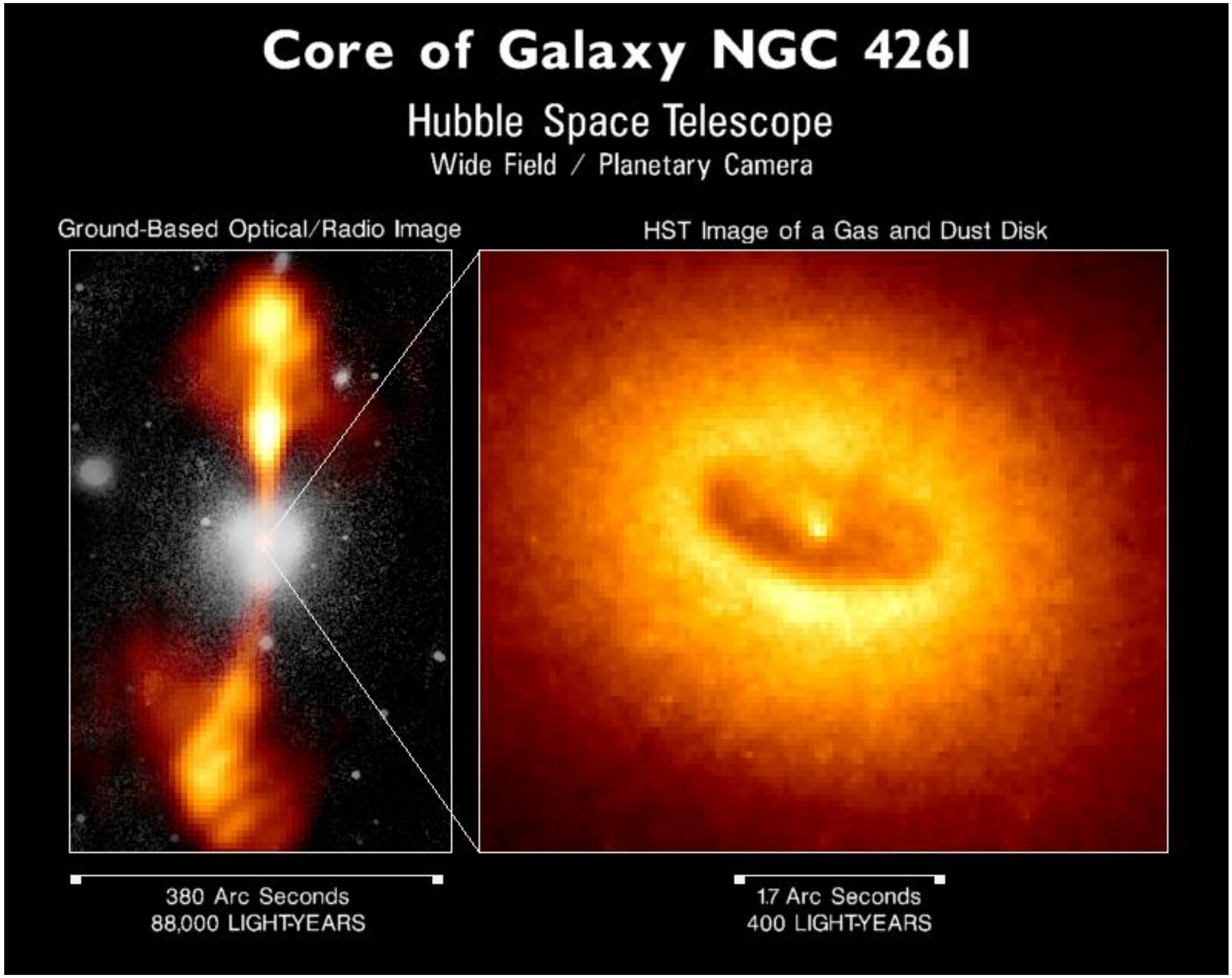
http://www.skyandtelescope.com/astronomy-news/black-hole-spews-atoms/

すべてのガスが吸い込まれるわけではない
軸方向にジェットが吹き出す

ブラックホールの存在はどうしてわかるのか？



http://www2.astro.psu.edu/users/rbc/a1/lec26n.html　想像図



銀河中心からジェットが吹き出す

（活動銀河核 active galactic nuclei）

2020年のノーベル物理学賞　受賞者

http://www.nobelprize.org/

“ブラックホール”

ロジャー・ペンローズ（89）英オックスフォード大
「ブラックホール形成が一般相対性理論におけるごく自然な帰結となることの発見に対して」

ラインハルト・ゲンツェル（68）独マックスプランク研究所
アンドレア・ゲズ（55）　米カリフォルニア大ロサンゼルス校
「天の川銀河の中心に超大質量なコンパクト天体を発見したことに対して」

Roger Penrose “for the discovery that black hole formation is a robust prediction of the general theory of relativity"
Reinhard Genzel and **Andrea Ghez** "for the discovery of a supermassive compact object at the centre of our galaxy".

「ブラックホール」でまとめたノーベル物理学賞

理論家ペンローズの並外れた業績と、「謎」を「実在」に転換させた長年の天文観測

真貝寿明　大阪工業大学教授（相対性理論、宇宙物理学、天文学史）

ノーベル賞 | ブラックホール | 基礎科学 | 宇宙　2020年10月13日

イラストはNASA提供

2020年のノーベル物理学賞

～脚注の多い解説～

真貝寿明（大阪工業大学）

1.　今年も宇宙分野、に驚く

ノーベル物理学賞は、ここのところしばらくは、宇宙・素粒子分野と物性物理分野を毎年交互に授賞対象としていた。昨年の物理学賞は、宇宙論の理論を開拓したピーブルズ[1]と太陽系外惑星を初めて発見したマイヨールとケローだった[2]。そのため、私を含め多くの方は、今年は宇宙以外の分野に贈賞されるものと想定していた。ところが、10 月 6 日夕方に発表された今年の受賞者は、ブラックホール研究でまとめられた 3 氏だった。嬉しい誤算である。本稿では、受賞者の業績[3]を含め、最近のブラックホール研究について紹介したい。教育者向けの余談を盛り込んだところ、脚注の多い解説になってしまったことを先にお断りしておく。

今年の受賞者は、英オックスフォード大のロジャー・ペンローズ（Roger Penrose, 89）、独マックスプランク研究所のラインハルト・ゲンツェル（Reinhard Genzel, 68）、米カリフォルニア大ロサンゼルス校のアンドレア・ゲズ（Andrea Ghez, 55）の 3 氏である。贈賞理由は、ペンローズは「ブラックホール形成が一般相対性理論におけるごく自然な帰結となることの発見に対して[4]」、ゲンツェルとゲズは「天の川銀河の中心に超大質量なコンパクト天体を発見したことに対して[5]」となっている。ペンローズは「特異点定理」をはじめとして一般相対性理論分野を中心に世界をリードしてきた理論物理学者・数学者であり、ゲンツェルとゲズはそれぞれ独立に私たちのいる天の川銀河の中心を観測して、超大質量ブラックホールが存在していることを示した天文学者である。

図 1　左からペンローズ、ゲンツェル、ゲズの似顔絵。ノーベル財団が受賞者発表に用いたもの。

---

[1] P.J.E. Peebles（1935～）。よく「ピーブルス」と発音され、表記されているが、「ピーブルズ」と表記するのが正しいそうだ。（2020 年 9 月の日本物理学会での須藤靖氏の講演から）

[2] ノーベル賞は各部門での受賞者が毎年 3 名までと定められている。昨年の 3 名の組み合わせはやや強引に感じた。今年も当初はそう感じさせる 3 名であったが、ノーベルの遺言にある「物理学の分野で最も重要な発見または発明をした人物」という点については誰も異論を唱えないだろう。

[3] 受賞者の業績など、ノーベル財団の発表した資料は、Web ページ（英語）から取得できる。 https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2020/press-release/

[4] 原文は「for the discovery that black hole formation is a robust prediction of the general theory of relativity」。robust という単語は、辞書では「強靭な、頑丈な」と出てくるが、研究分野では「多少のゆらぎは問題とならない」という意味で使われる。ここでは、ブラックホール形成が特殊なものではなく一般的に発生する、という意味になるので、「自然な帰結」と訳した。ペンローズの業績がこのタイトルの通り「発見」と言えるかどうかは、本稿読後の皆様の判断に任せたい。

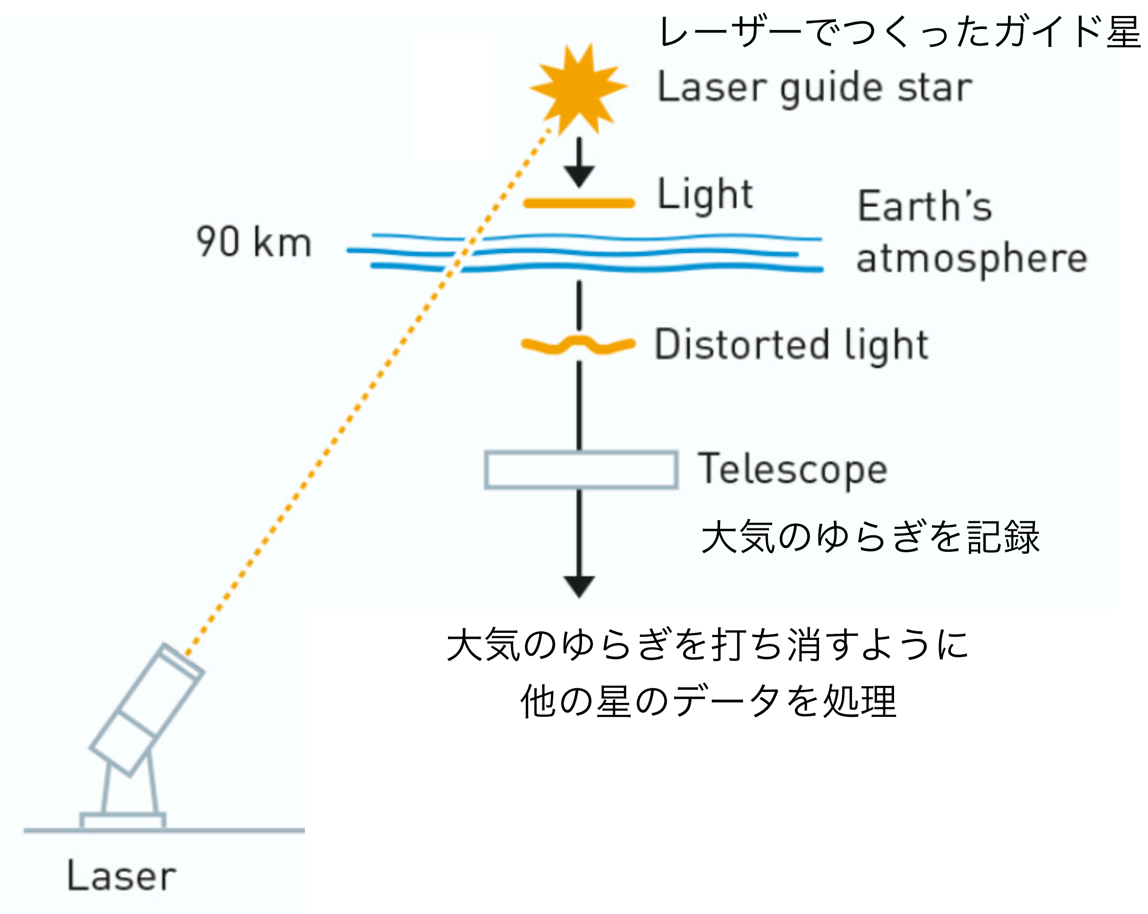
[5] 原文は「for the discovery of a supermassive compact object at the centre of our galaxy」

天文教育 2020 年 11 月号（Vol.32 No.6）

https://webronza.asahi.com/science/articles/2020101000005.html

ラインハルト・ゲンツェル　アンドレア・ゲズ

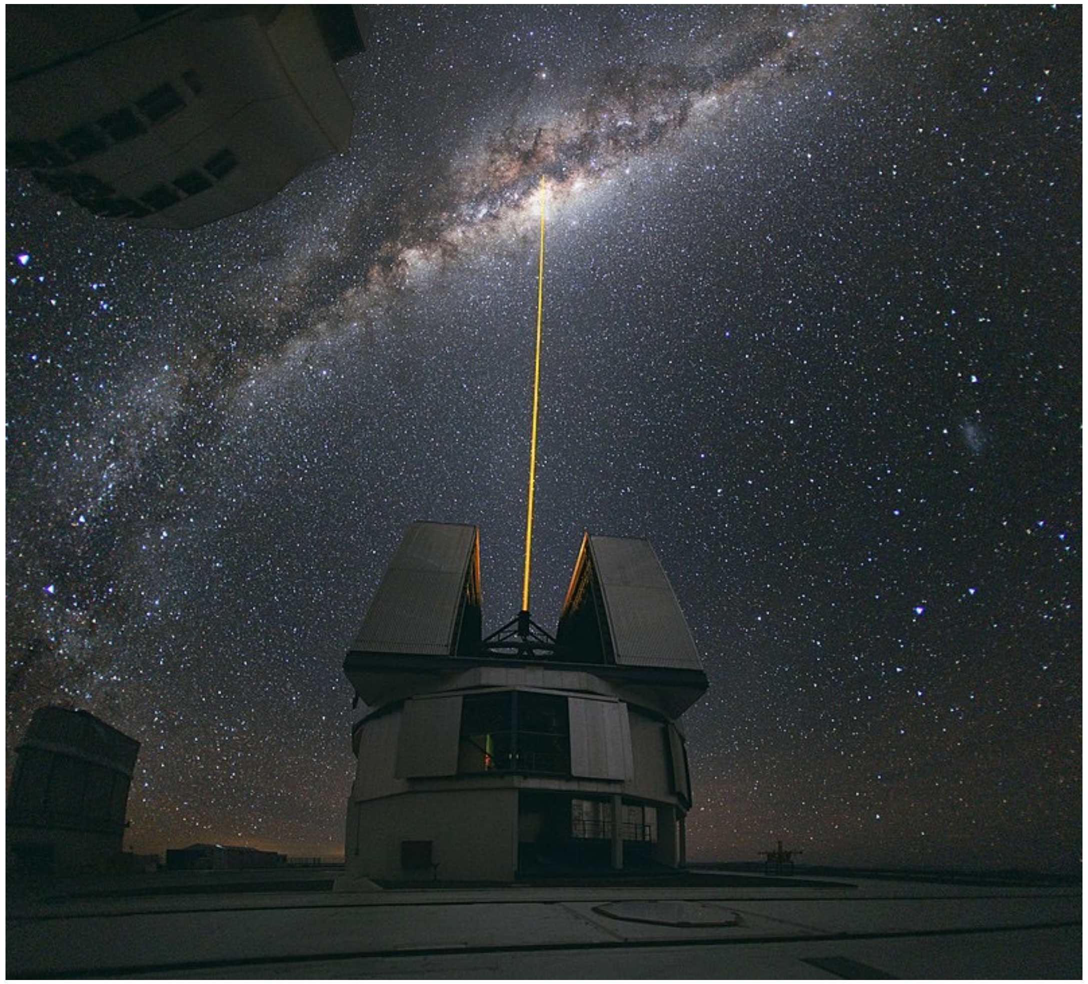
「天の川銀河の中心に超大質量なコンパクト天体を発見したことに対して」



レーザーでつくったガイド星

大気のゆらぎを記録

大気のゆらぎを打ち消すように
他の星のデータを処理

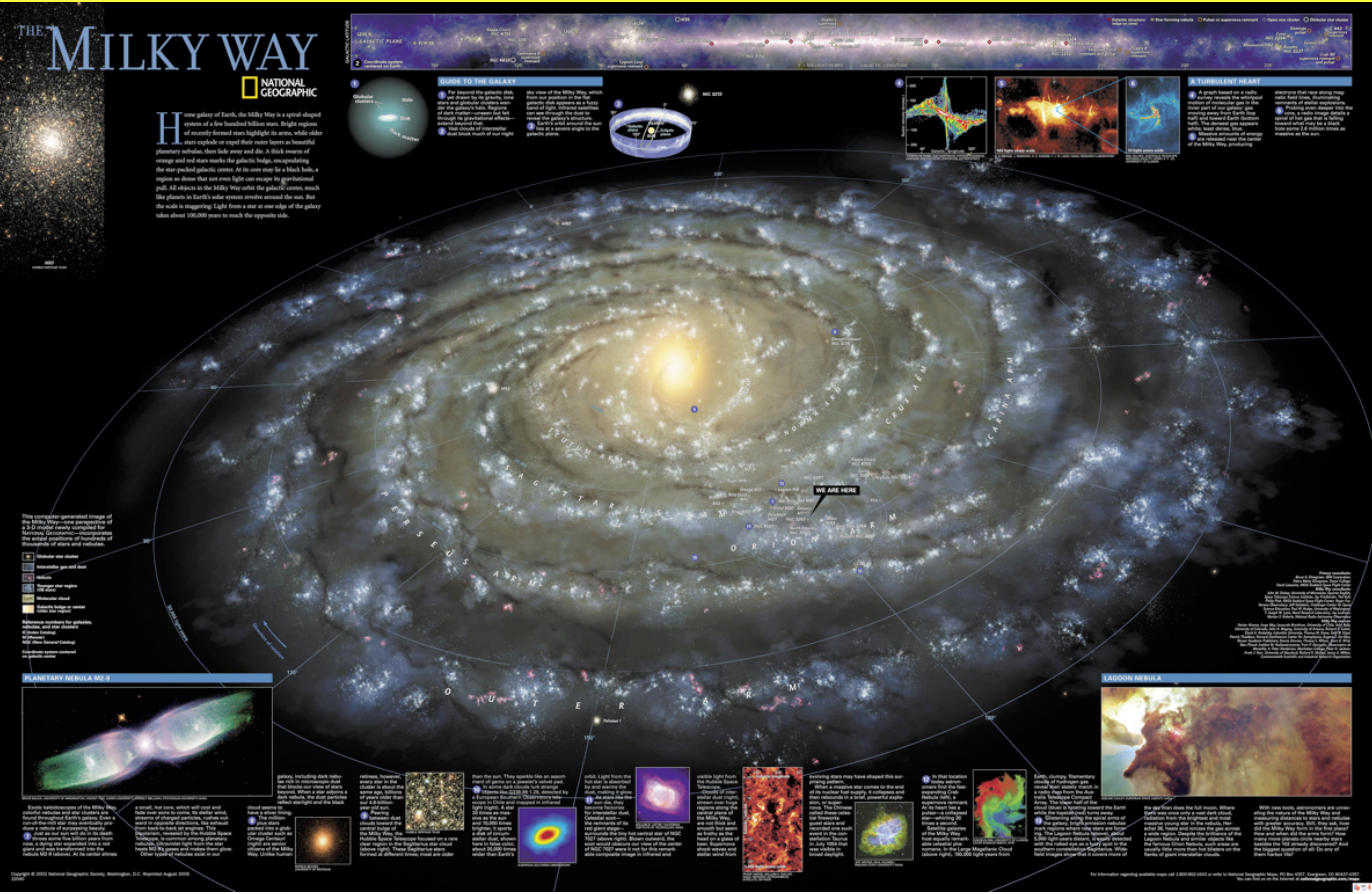


https://ja.wikipedia.org/wiki/ヨーロッパ南天天文台

https://www.quantamagazine.org/

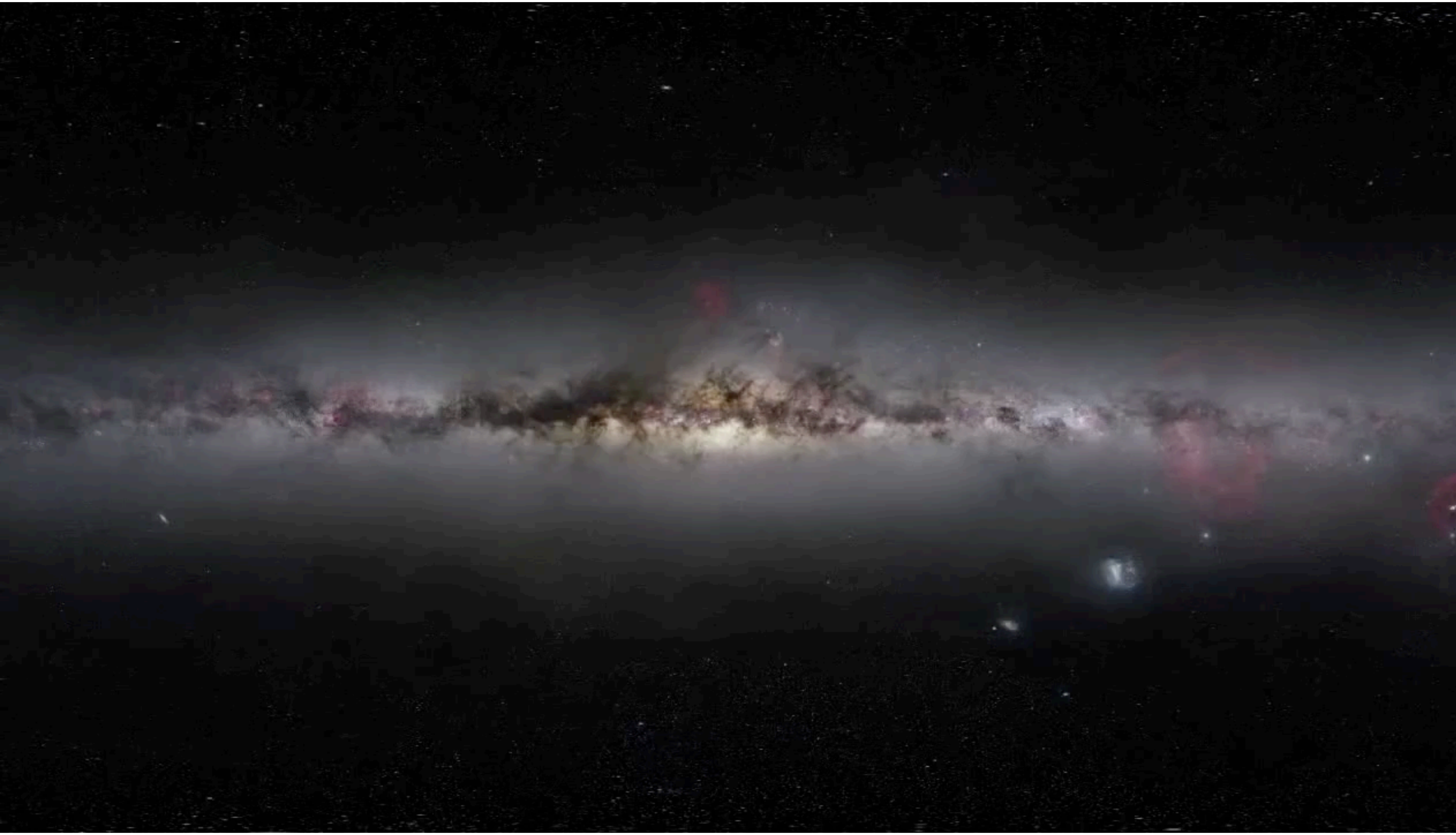
補償光学

天の川銀河 (our Galaxy)



http://shop.nationalgeographic.com/ngs/product/maps/wall-maps/space-maps/the-milky-way-map%2C-laminated
http://ernstgraphics.wordpress.com/page/2/

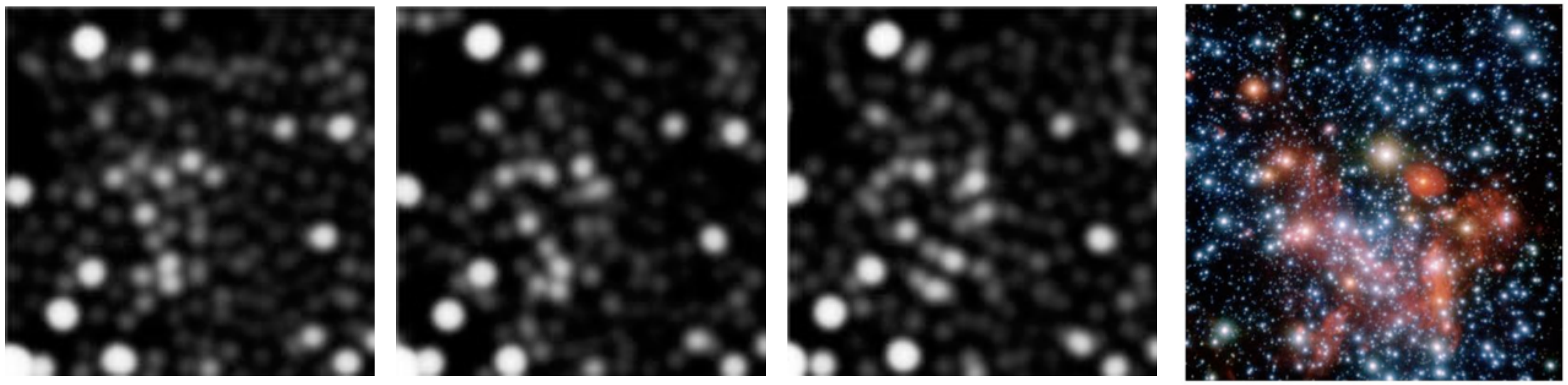
銀河系の中心には巨大ブラックホールがある

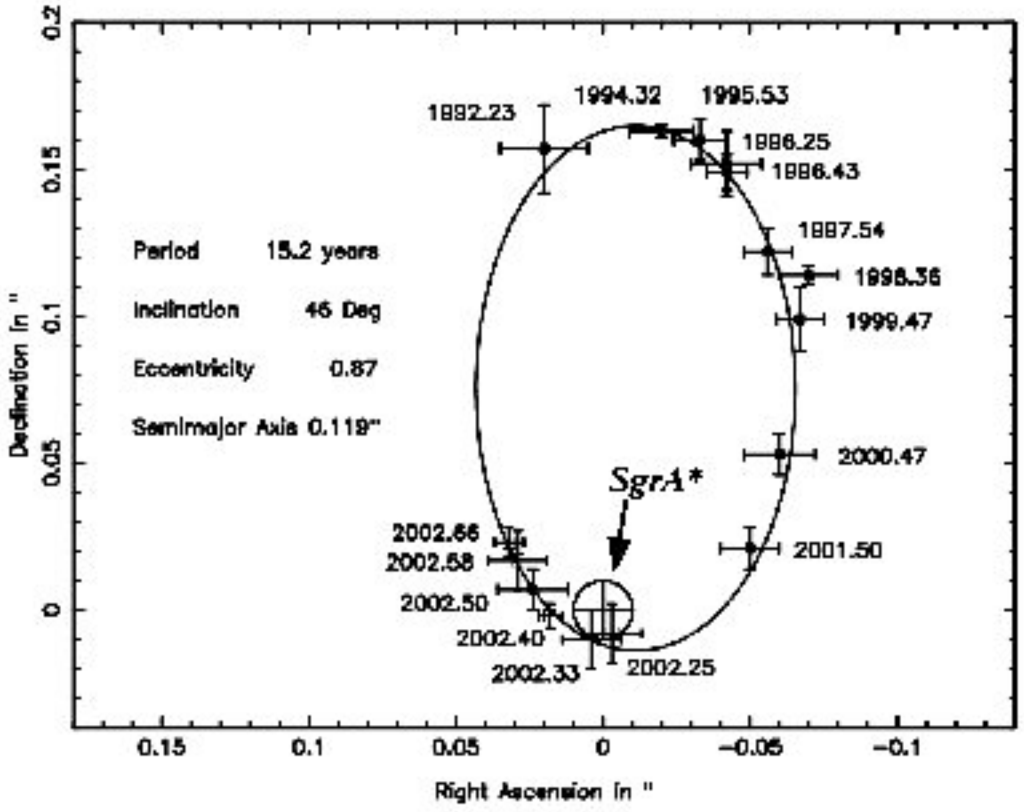


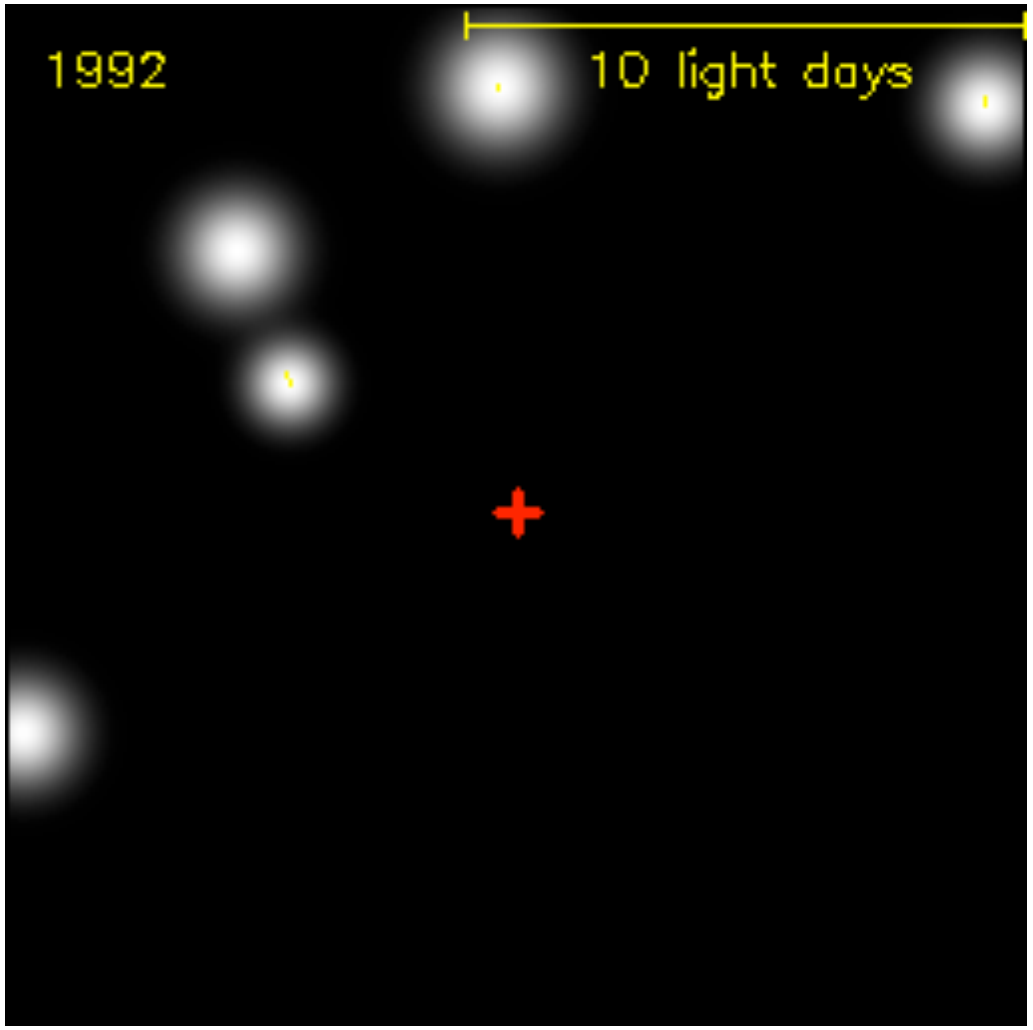
Zooming in on the centre of the Milky Way

http://www.youtube.com/watch?v=XhHUNvEKUY8 (1:15)

S2 orbit around Sgr A*

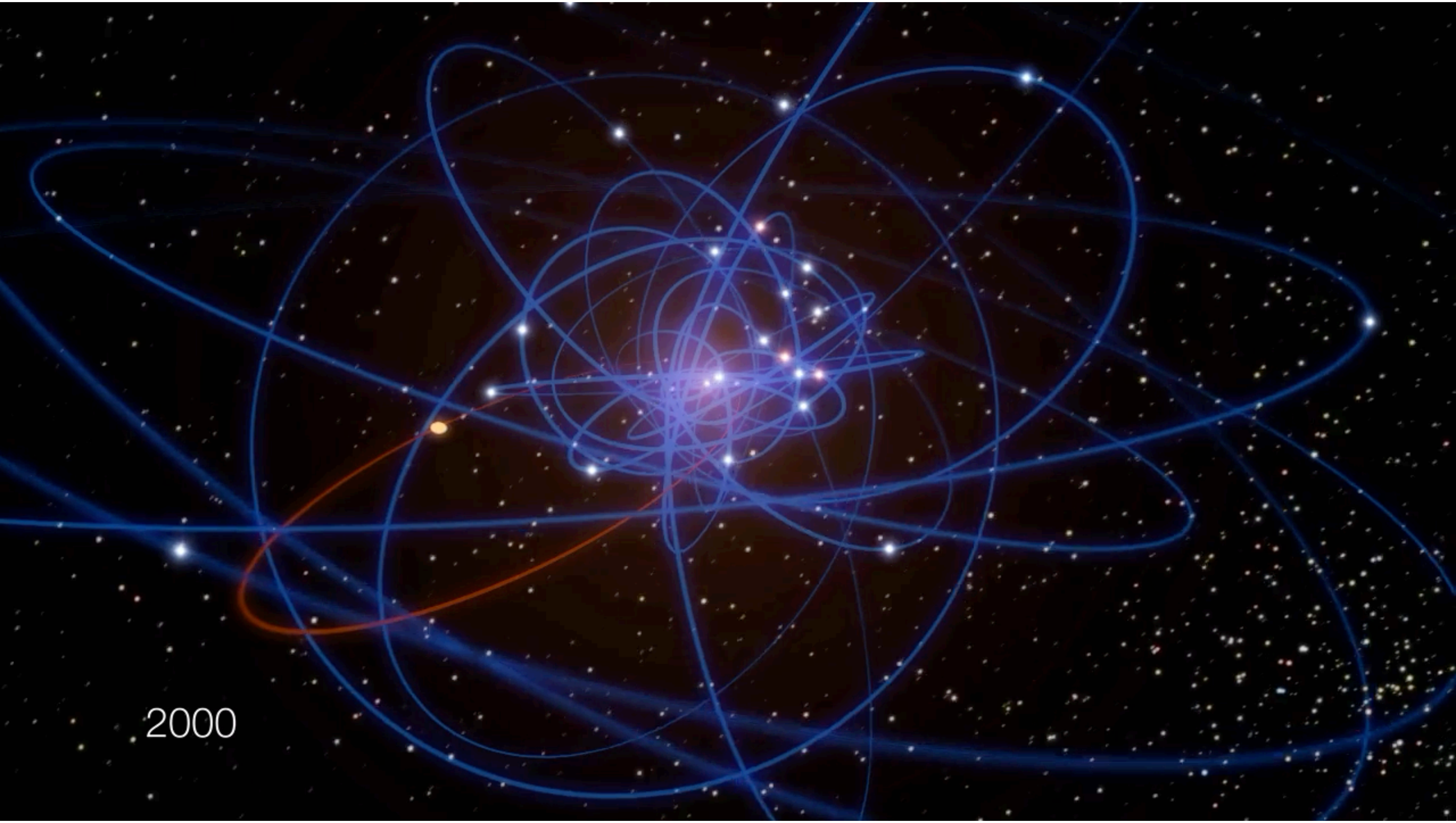






http://www.extinctionshift.com/SignificantFindings08.htm
http://www.brighthub.com/science/space/articles/13435.aspx#

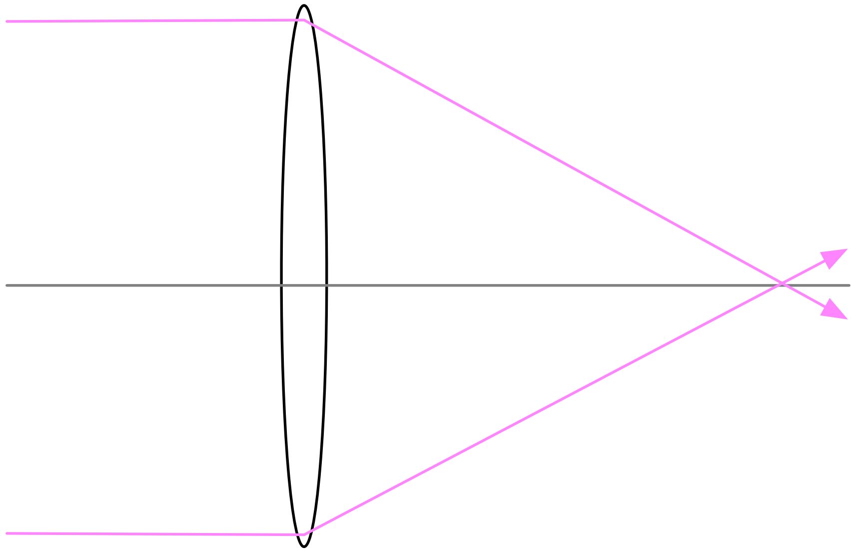
天の川銀河　中心付近の星の動き（アニメーション）

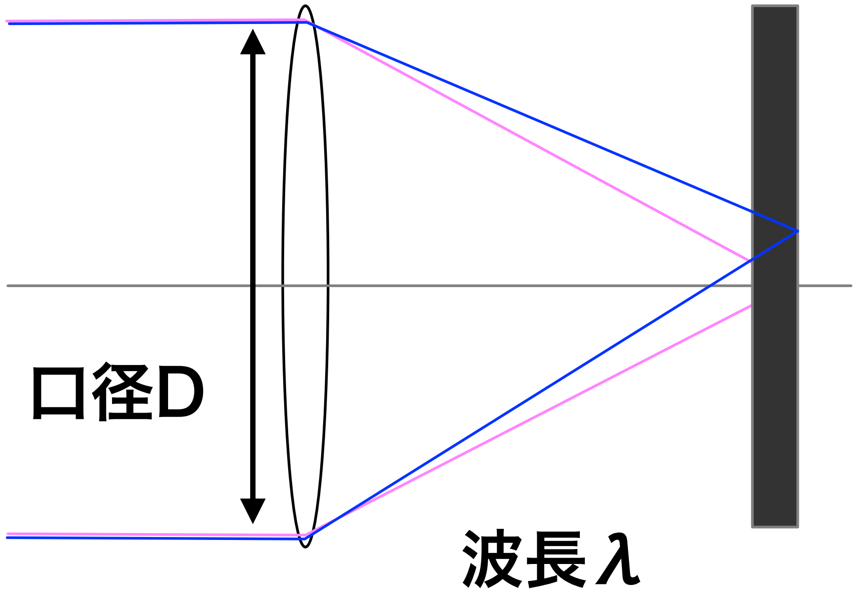


Reinhard Genzel and Andrea Ghez independently tracked the activity around the supermassive black hole at the Milky Way's center over a period of decades.

https://www.quantamagazine.org/physics-nobel-awarded-for-black-hole-breakthroughs-20201006

望遠鏡の角分解能の話





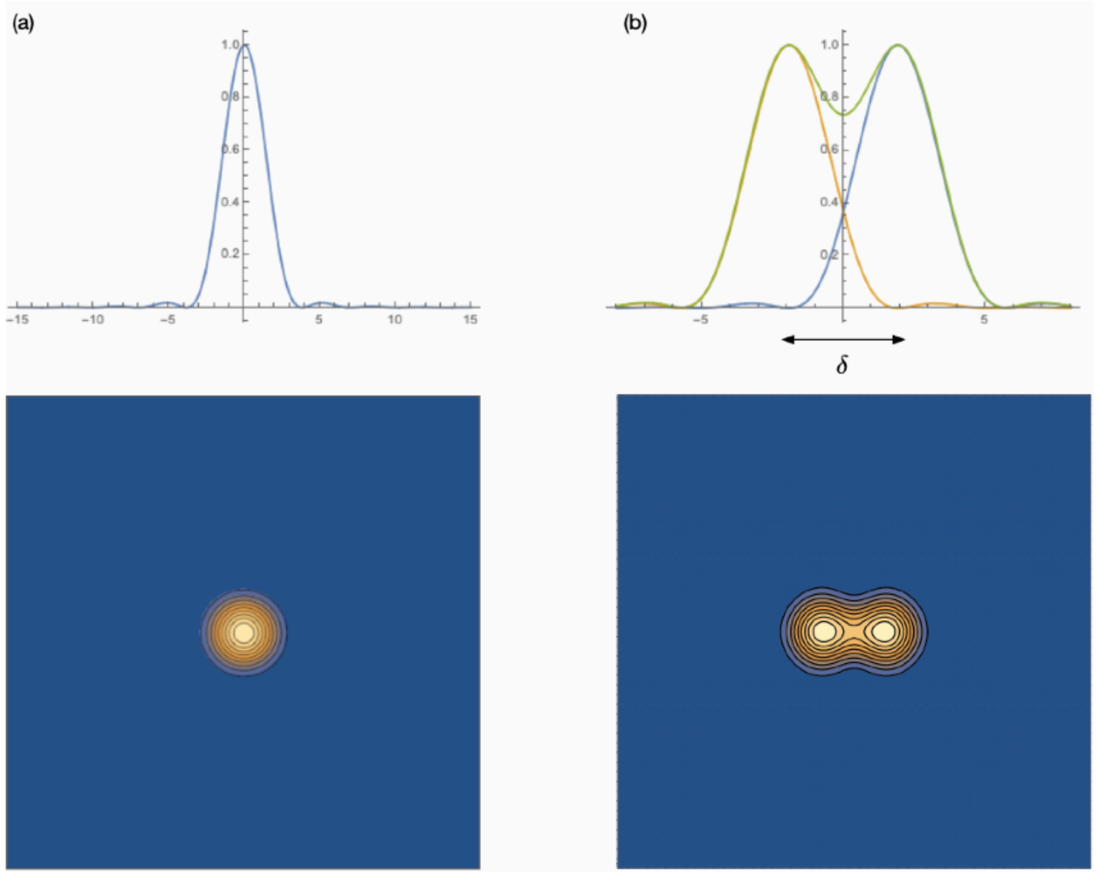


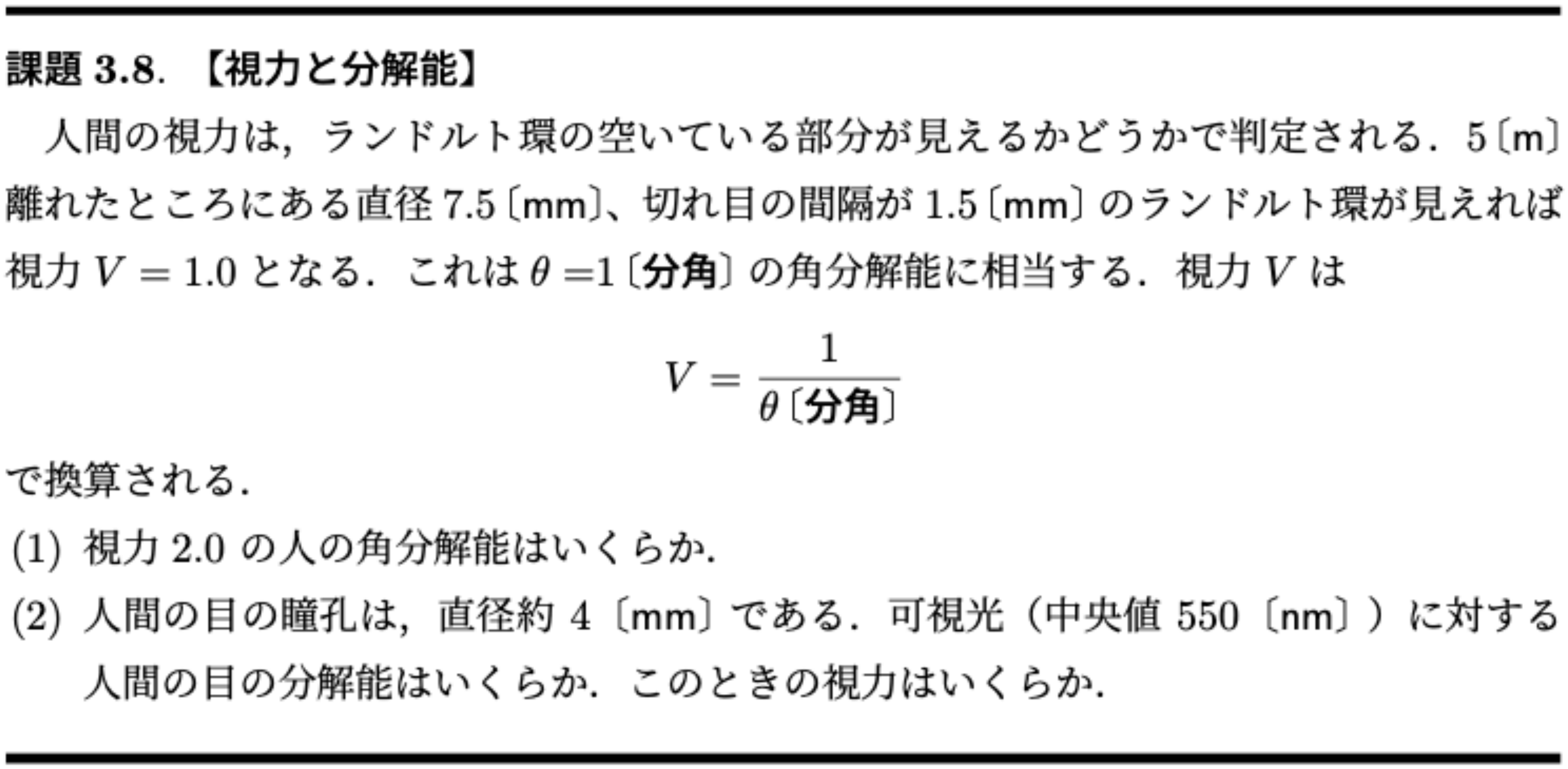
図 31:　(a) 焦点付近での輝度分布の例．円形レンズを想定して，$(2J_1(x)/x)^2$ をプロットした．(b) 近接する輝度分布で 2 つの像が分解できるかどうかは δ の値で決まる．

Airy 回折限界

$$\text{分解能 (rad)} = 1.22 \times \frac{\text{波長}\quad \lambda〔\mathrm{m}〕}{\text{レンズ口径}\quad D〔\mathrm{m}〕}$$

$$\text{分解能 (秒角)} = 0.25 \times \frac{\text{波長}\quad \lambda〔\mu\ \mathrm{m}〕}{\text{レンズ口径}\quad D〔\mathrm{m}〕}$$

望遠鏡の角分解能の話　視力の話



課題 3.8. **【視力と分解能】**

人間の視力は，ランドルト環の空いている部分が見えるかどうかで判定される．5〔m〕離れたところにある直径 7.5〔mm〕、切れ目の間隔が 1.5〔mm〕のランドルト環が見えれば視力 $V = 1.0$ となる．これは $\theta = 1$〔**分角**〕の角分解能に相当する．視力 V は

$$V = \frac{1}{\theta\text{〔\textbf{分角}〕}}$$

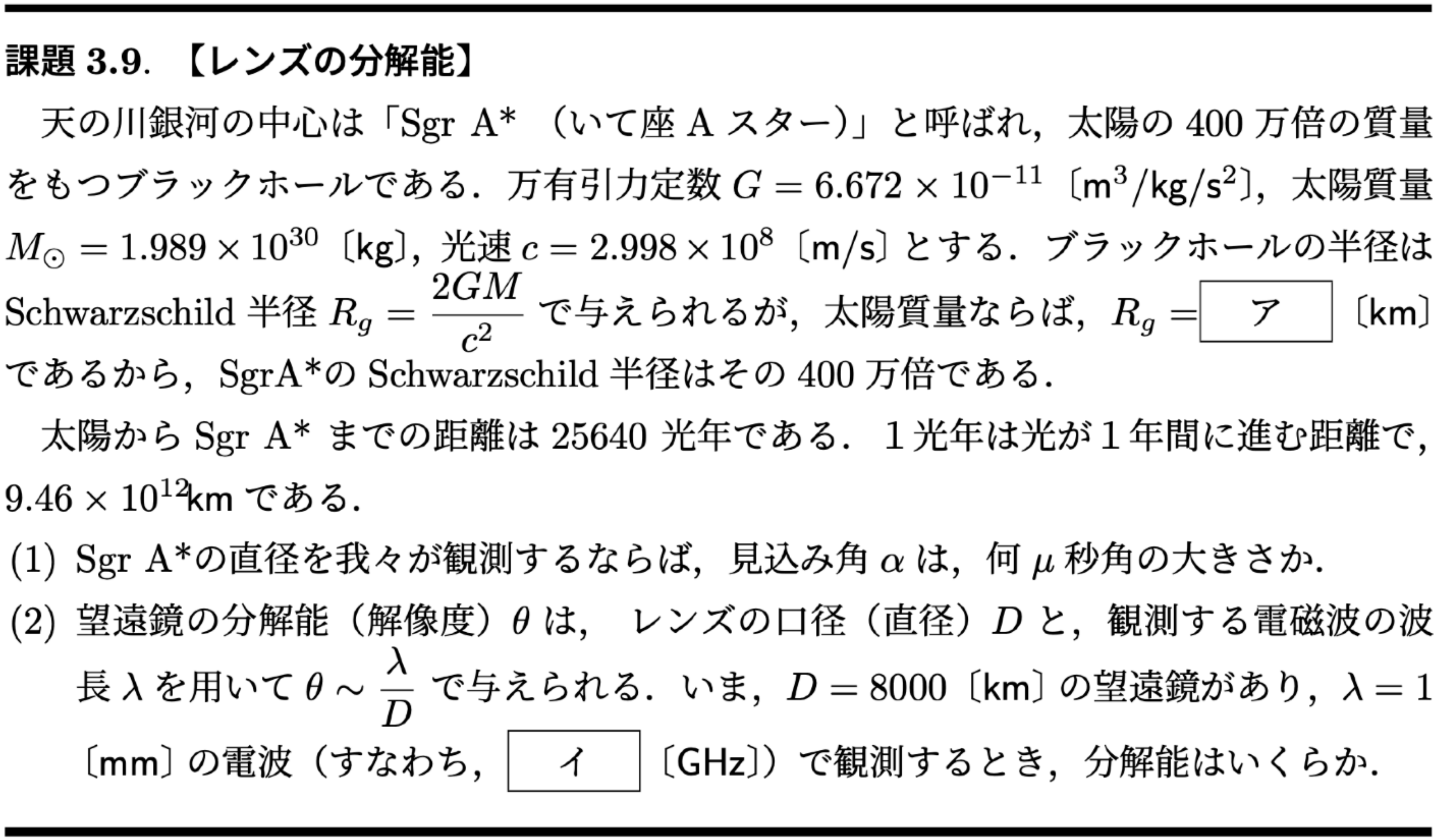
で換算される．

(1) 視力 2.0 の人の角分解能はいくらか.

(2) 人間の目の瞳孔は，直径約 4〔mm〕である．可視光（中央値 550〔nm〕）に対する人間の目の分解能はいくらか．このときの視力はいくらか.

図 32: Landolt 環

望遠鏡の角分解能の話　銀河中心のブラックホールをみたい話



課題 3.9.　【レンズの分解能】

天の川銀河の中心は「Sgr A*（いて座 A スター）」と呼ばれ，太陽の 400 万倍の質量をもつブラックホールである．万有引力定数 $G = 6.672 \times 10^{-11}$〔m^3/kg/s^2〕，太陽質量 $M_\odot = 1.989 \times 10^{30}$〔kg〕，光速 $c = 2.998 \times 10^8$〔m/s〕とする．ブラックホールの半径は Schwarzschild 半径 $R_g = \dfrac{2GM}{c^2}$ で与えられるが，太陽質量ならば，$R_g = \boxed{\quad ア \quad}$〔km〕であるから，SgrA*の Schwarzschild 半径はその 400 万倍である．

太陽から Sgr A* までの距離は 25640 光年である．１光年は光が１年間に進む距離で，9.46×10^{12}km である．

(1) Sgr A*の直径を我々が観測するならば，見込み角 α は，何 μ 秒角の大きさか．

(2) 望遠鏡の分解能（解像度）θ は，レンズの口径（直径）D と，観測する電磁波の波長 λ を用いて $\theta \sim \dfrac{\lambda}{D}$ で与えられる．いま，$D = 8000$〔km〕の望遠鏡があり，$\lambda = 1$〔mm〕の電波（すなわち，$\boxed{\quad イ \quad}$〔GHz〕）で観測するとき，分解能はいくらか．

大気の窓

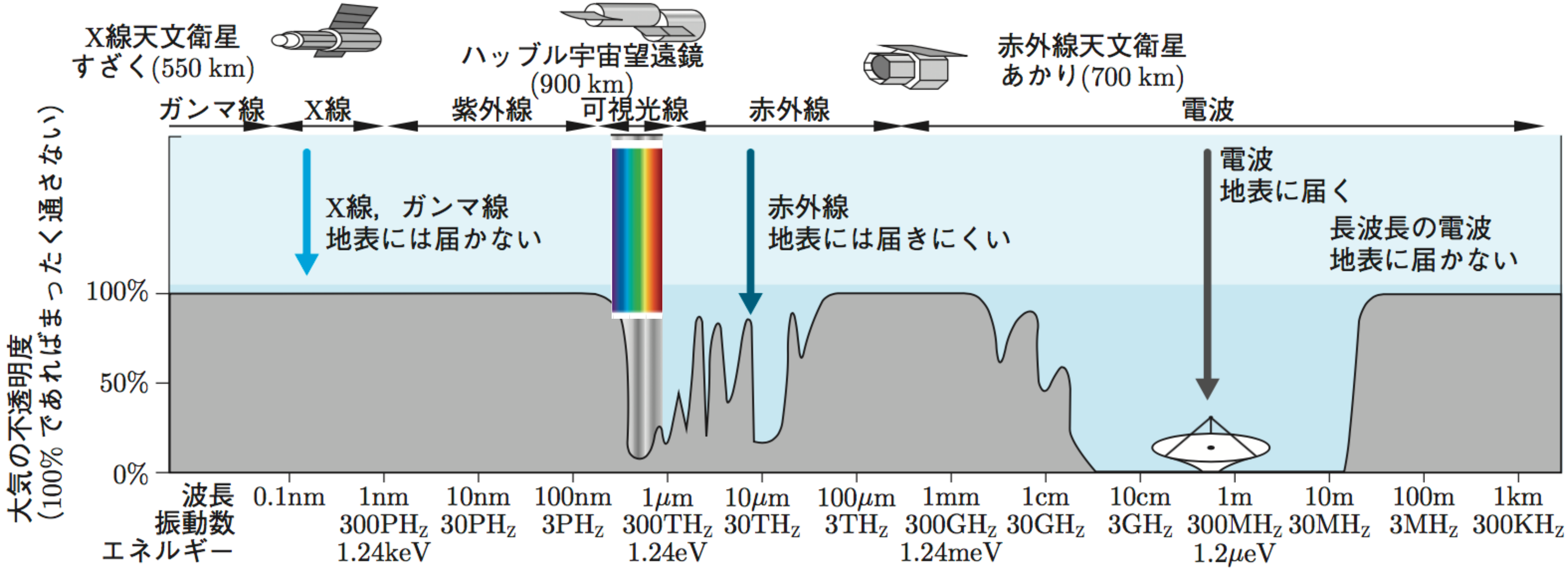
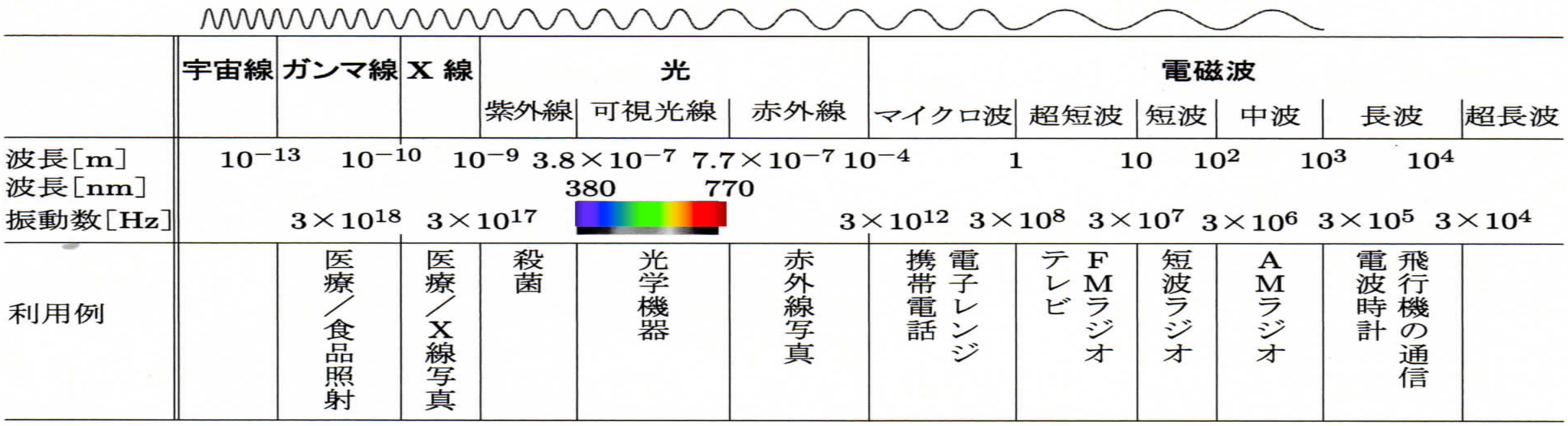


図 A.12 大気の窓．電磁波にとって大気を通過できるのは可視光と電波の領域である．したがって，可視光と電波の観測は地上で可能だが，ガンマ線・X 線・赤外線での観測は不可能である．



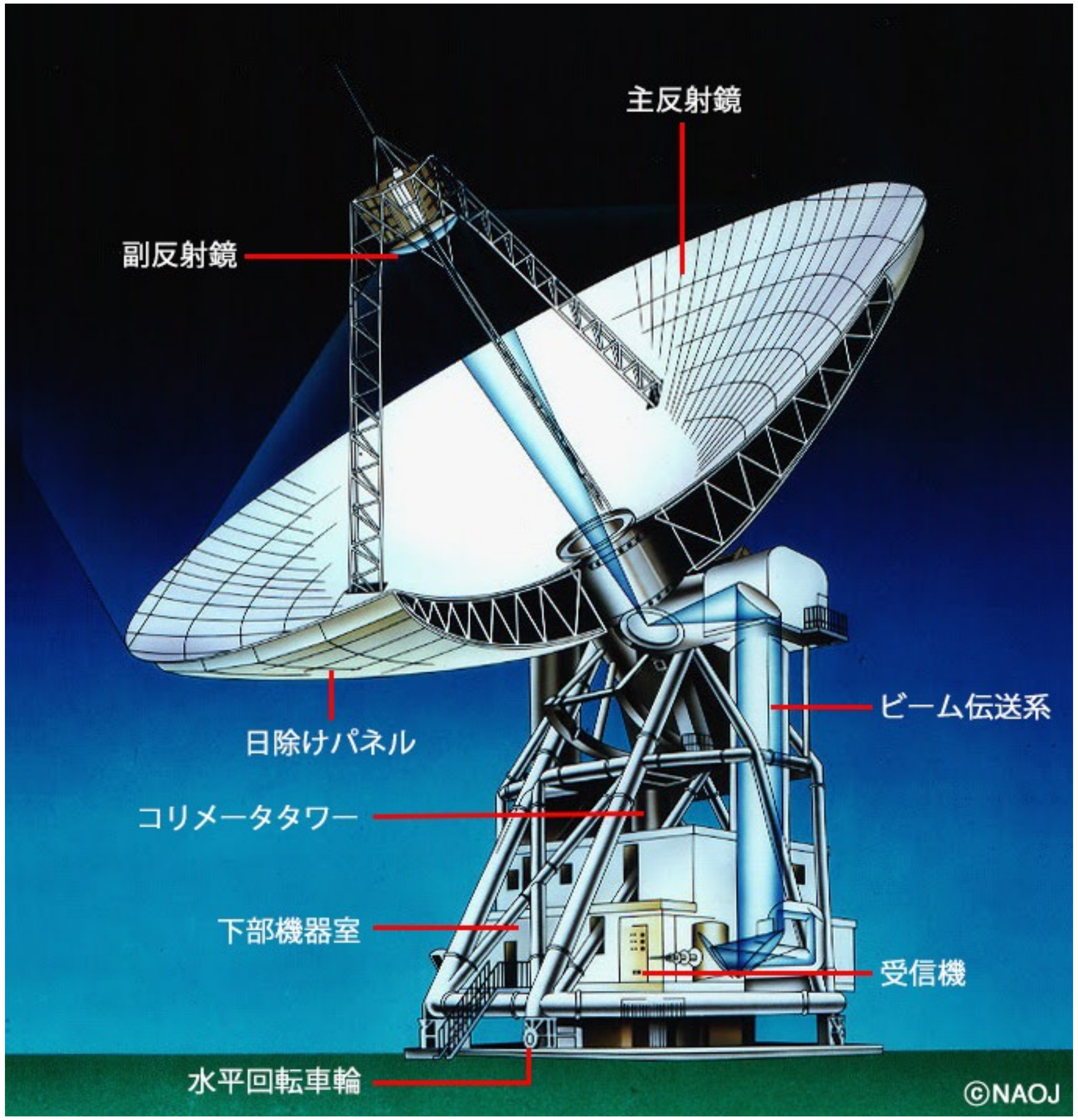
	宇宙線	ガンマ線	X 線	光			電磁波					
				紫外線	可視光線	赤外線	マイクロ波	超短波	短波	中波	長波	超長波
波長[m]	10^{-13}	10^{-10}	10^{-9}	3.8×10^{-7}	7.7×10^{-7}	10^{-4}	1	10	10^{2}	10^{3}	10^{4}	
波長[nm]				380	770							
振動数[Hz]		3×10^{18}	3×10^{17}			3×10^{12}	3×10^{8}	3×10^{7}	3×10^{6}	3×10^{5}	3×10^{4}	
利用例		医療／食品照射	医療／X線写真	殺菌	光学機器	赤外線写真	電子レンジ 携帯電話	FMラジオ テレビ	短波ラジオ	AMラジオ	飛行機の通信 電波時計	

2019年4月10日，国立天文台グループ「ブラックホールの直接撮像に初めて成功」

地球から5500万光年

https://alma-telescope.jp/news/press/eht-201904

電波望遠鏡　口径が大きいほど集光力高い，分解能高い



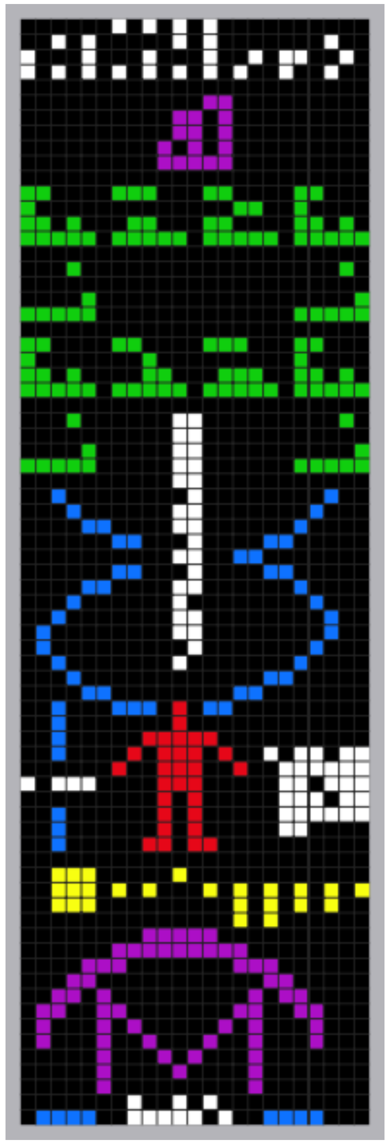
野辺山45m望遠鏡

分解能＝波長/口径

http://www.mitsubishielectric.co.jp/me/dspace/column/c1805_2.html

アレシボ電波望遠鏡　305メートル球面電波望遠鏡（1963ー2020）

（Arecibo Observatory,　プエルトリコ）



1964　水星の自転周期55日の発見

1968　かにパルサー中心に中性子星発見

1974　連星中性子星発見

1989　小惑星カスタリア直接観測

1992　パルサーを公転する太陽系外惑星発見

アレシボ・メッセージ (1974)

SETI (1999ー)

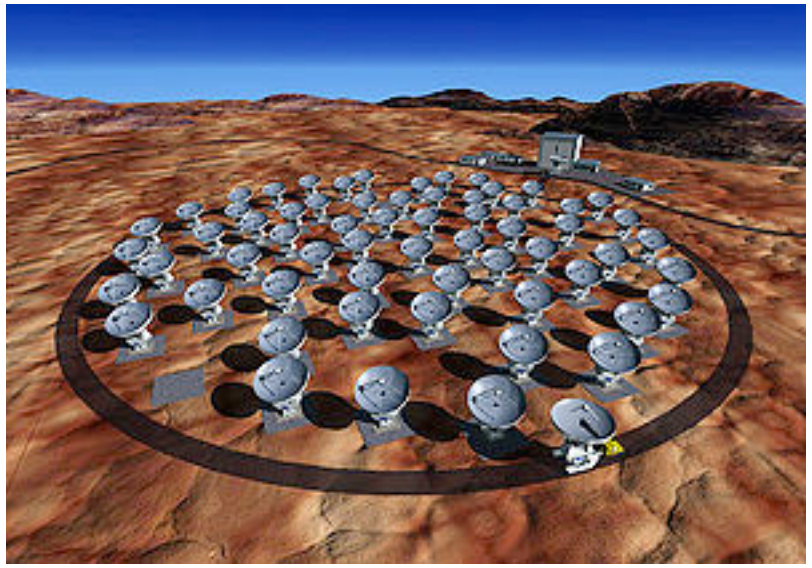
アルマ望遠鏡 Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array

日本が，欧米と共同で，チリのアタカマに建設した電波望遠鏡

全66台のアンテナが設置され，日本は16台を担当．「いざよい」と命名．
標高5000m地点に設置されている．

直径12メートルのアンテナを50台組み合わせるアンテナ群と，直径12メートルのアンテナ4台と直径7メートルアンテナ12台からなる．最大18.5キロメートルまでアンテナ間隔を広げることができ，最大の空間分解能は，0.05 マイクロラジアン．

「大阪にある一円玉を東京から見分けられるほどの高い解像度」



http://alma.mtk.nao.ac.jp/

中国「**天眼（FAST）**」 500メートル球面電波望遠鏡（2016ー）

（Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope: FAST）

中国南西部の貴州省，185億円，天頂から40度の範囲を観測可能，

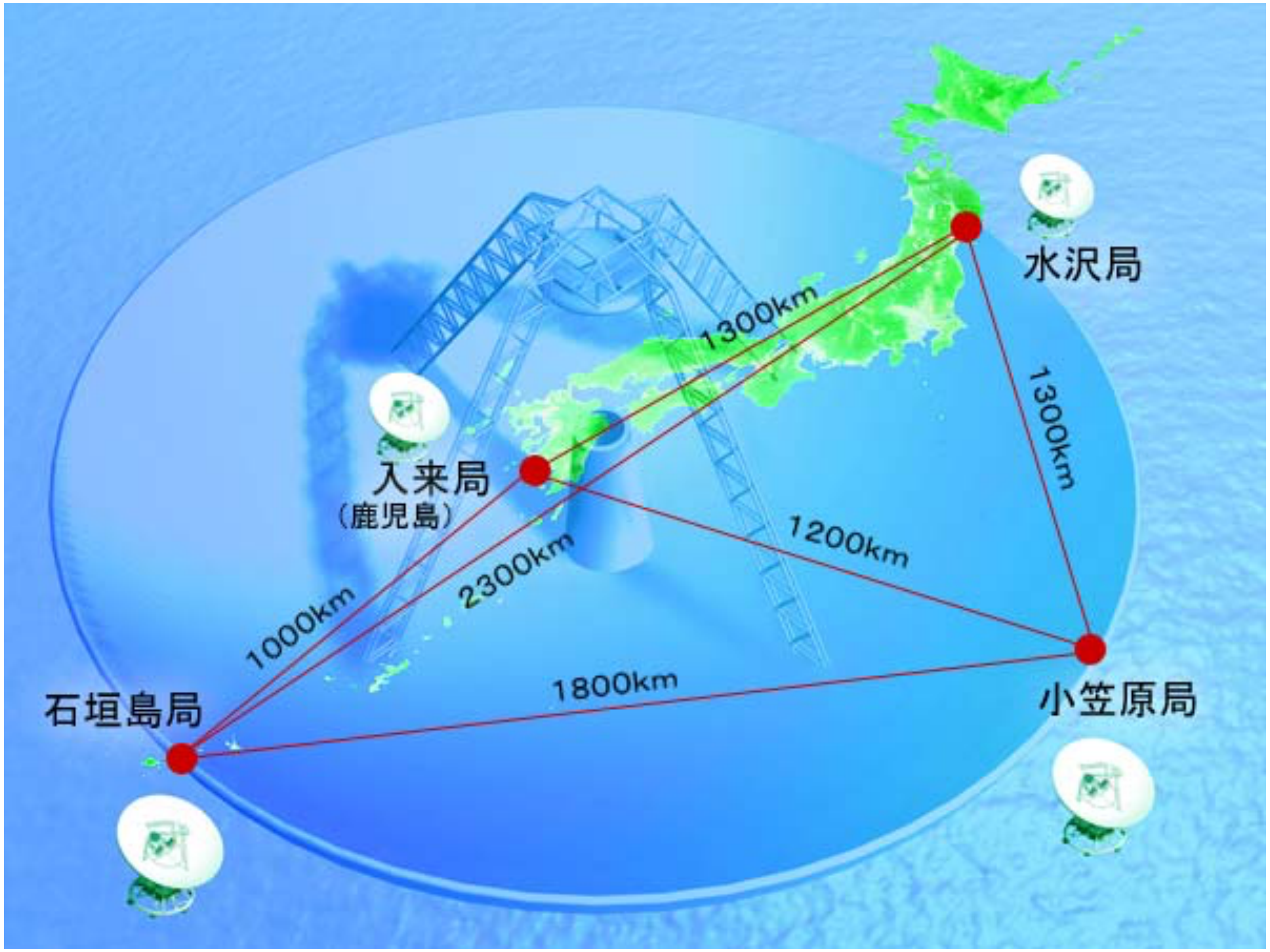
１万人強制移住，半径５km以内携帯電話禁止

http://japanese.china.org.cn/business/txt/2016-07/04/content_38806293.htm

電波干渉計

NOBEYAMA
国立天文台 野辺山宇宙電波観測所

VLBI = Very Long Baseline Interferometer
VERA = VLBI Exploration of Radio Astrometry



http://veraserver.mtk.nao.ac.jp/system/index.html

2019年4月10日，国立天文台グループ「ブラックホールの直接撮像に初めて成功」

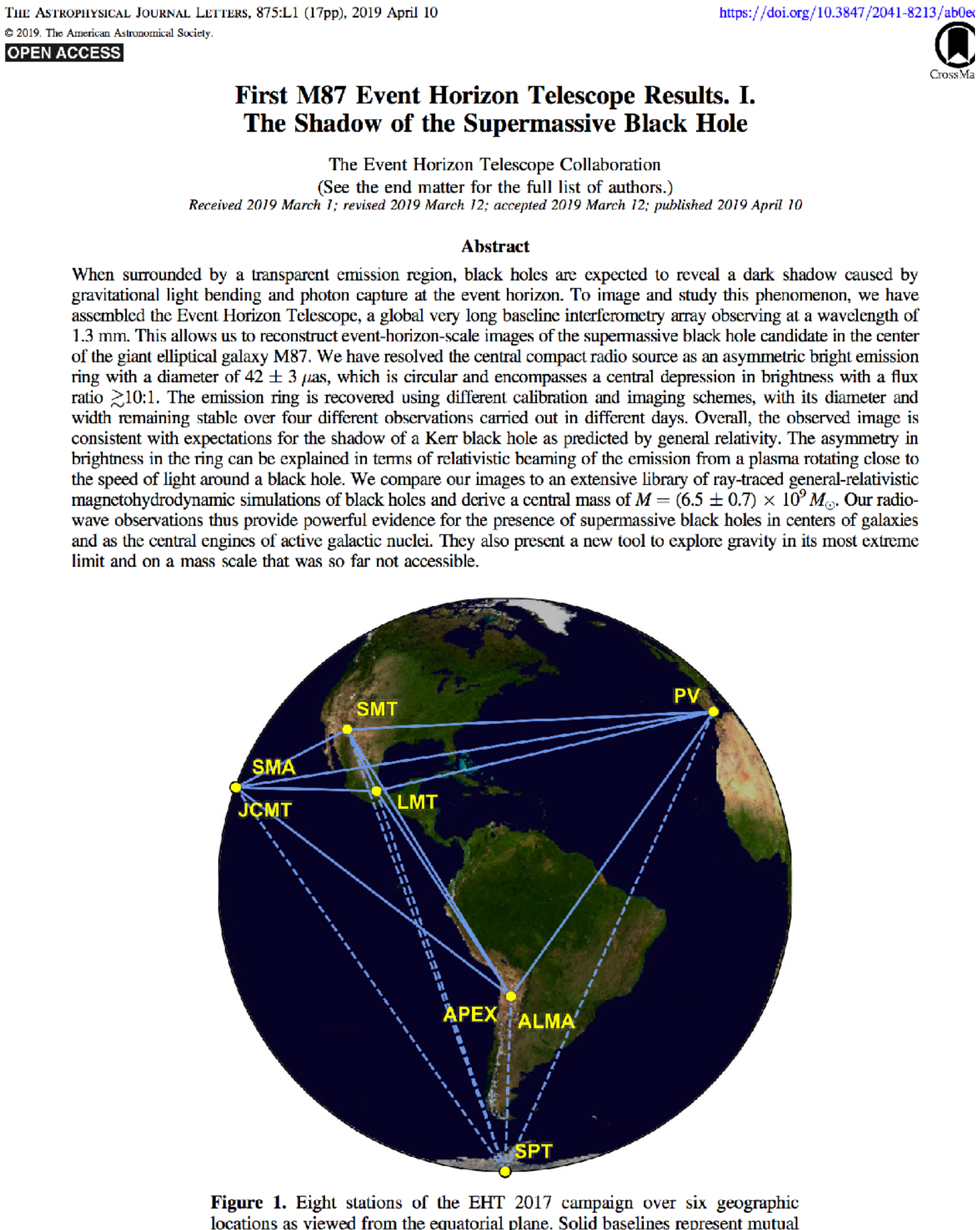
Credit: NRAO/AUI/NSF

世界８カ所の電波望遠鏡を結び，2017年4月に，１週間の共同観測.

解像度は20マイクロ秒角（視力300万，月面のゴルフボールを判別できる能力）.

２年間のデータ解析で１枚の写真をつくる.

https://www.nao.ac.jp/news/science/2019/20190410-eht.html



The Astrophysical Journal Letters, 875:L1 (17pp), 2019 April 10
https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0e

First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole

The Event Horizon Telescope Collaboration
(See the end matter for the full list of authors.)

Received 2019 March 1; revised 2019 March 12; accepted 2019 March 12; published 2019 April 10

Abstract

When surrounded by a transparent emission region, black holes are expected to reveal a dark shadow caused by gravitational light bending and photon capture at the event horizon. To image and study this phenomenon, we have assembled the Event Horizon Telescope, a global very long baseline interferometry array observing at a wavelength of 1.3 mm. This allows us to reconstruct event-horizon-scale images of the supermassive black hole candidate in the center of the giant elliptical galaxy M87. We have resolved the central compact radio source as an asymmetric bright emission ring with a diameter of 42 ± 3 μas, which is circular and encompasses a central depression in brightness with a flux ratio $\gtrsim$10:1. The emission ring is recovered using different calibration and imaging schemes, with its diameter and width remaining stable over four different observations carried out in different days. Overall, the observed image is consistent with expectations for the shadow of a Kerr black hole as predicted by general relativity. The asymmetry in brightness in the ring can be explained in terms of relativistic beaming of the emission from a plasma rotating close to the speed of light around a black hole. We compare our images to an extensive library of ray-traced general-relativistic magnetohydrodynamic simulations of black holes and derive a central mass of $M = (6.5 \pm 0.7) \times 10^9 M_\odot$. Our radio-wave observations thus provide powerful evidence for the presence of supermassive black holes in centers of galaxies and as the central engines of active galactic nuclei. They also present a new tool to explore gravity in its most extreme limit and on a mass scale that was so far not accessible.

Figure 1. Eight stations of the EHT 2017 campaign over six geographic locations as viewed from the equatorial plane. Solid baselines represent mutual

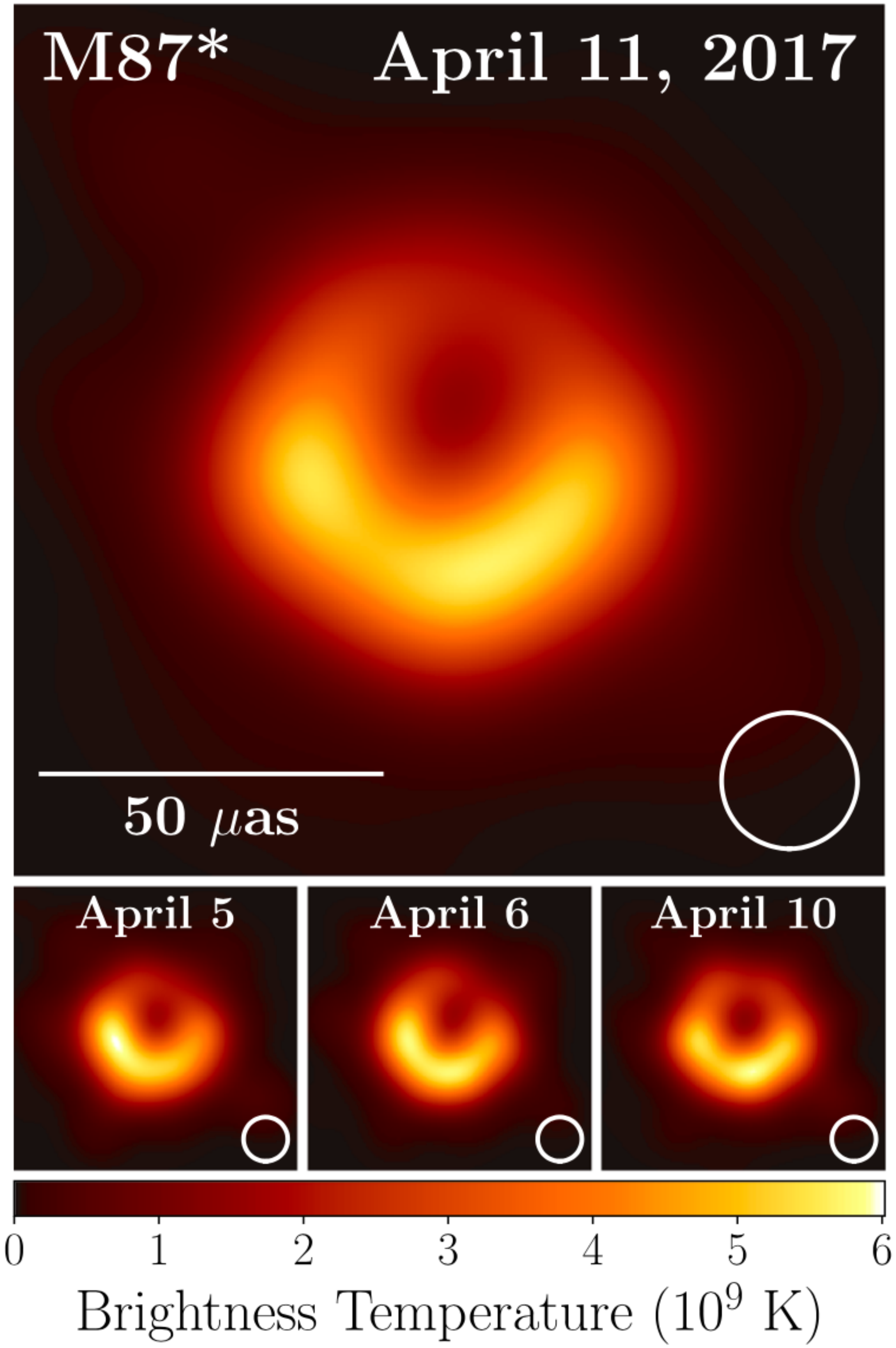
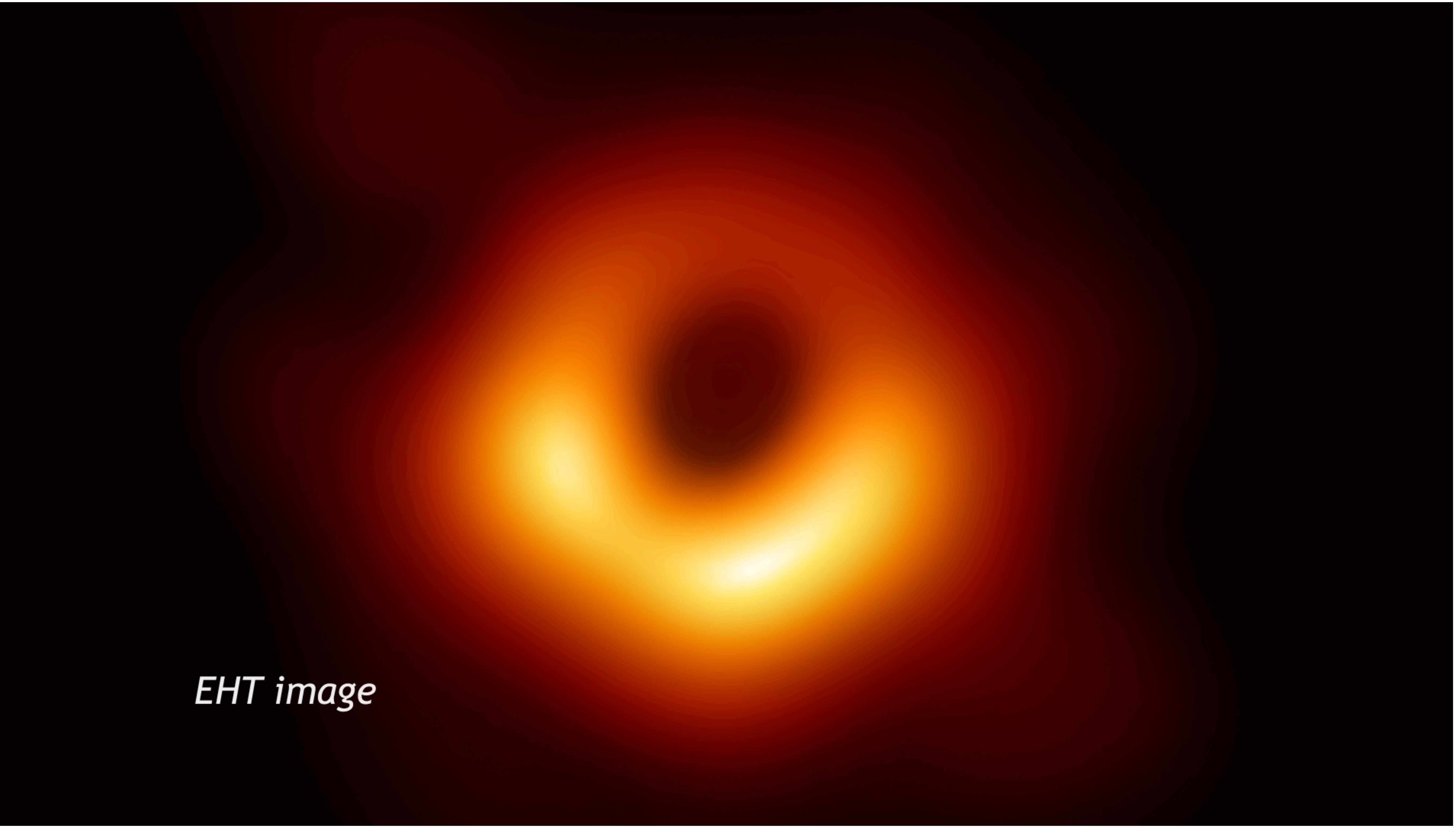


Figure 3. Top: EHT image of M87* from observations on 2017 April 11 as a representative example of the images collected in the 2017 campaign. The image is the average of three different imaging methods after convolving each with a circular Gaussian kernel to give matched resolutions. The largest of the three kernels (20 μas FWHM) is shown in the lower right. The image is shown in units of brightness temperature, $T_b = S\lambda^2/2k_B\Omega$, where S is the flux density, λ is the observing wavelength, k_B is the Boltzmann constant, and Ω is the solid angle of the resolution element. Bottom: similar images taken over different days showing the stability of the basic image structure and the equivalence among different days. North is up and east is to the left.

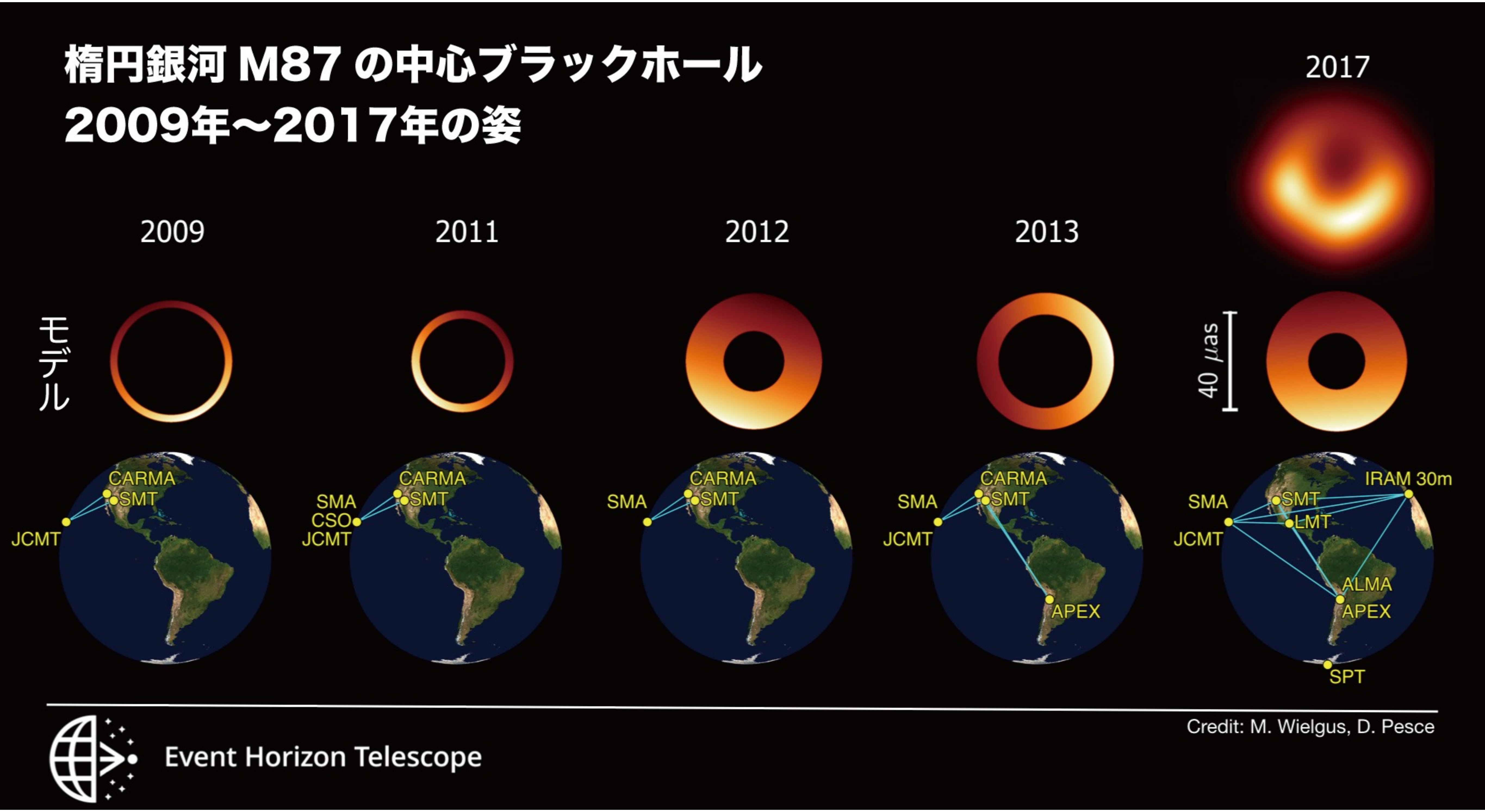
ブラックホールシャドウのメカニズム解説映像



https://www.nao.ac.jp/news/sp/20190410-eht/videos.html

0’58”

M87 ブラックホールのリング像は揺れ動いていた

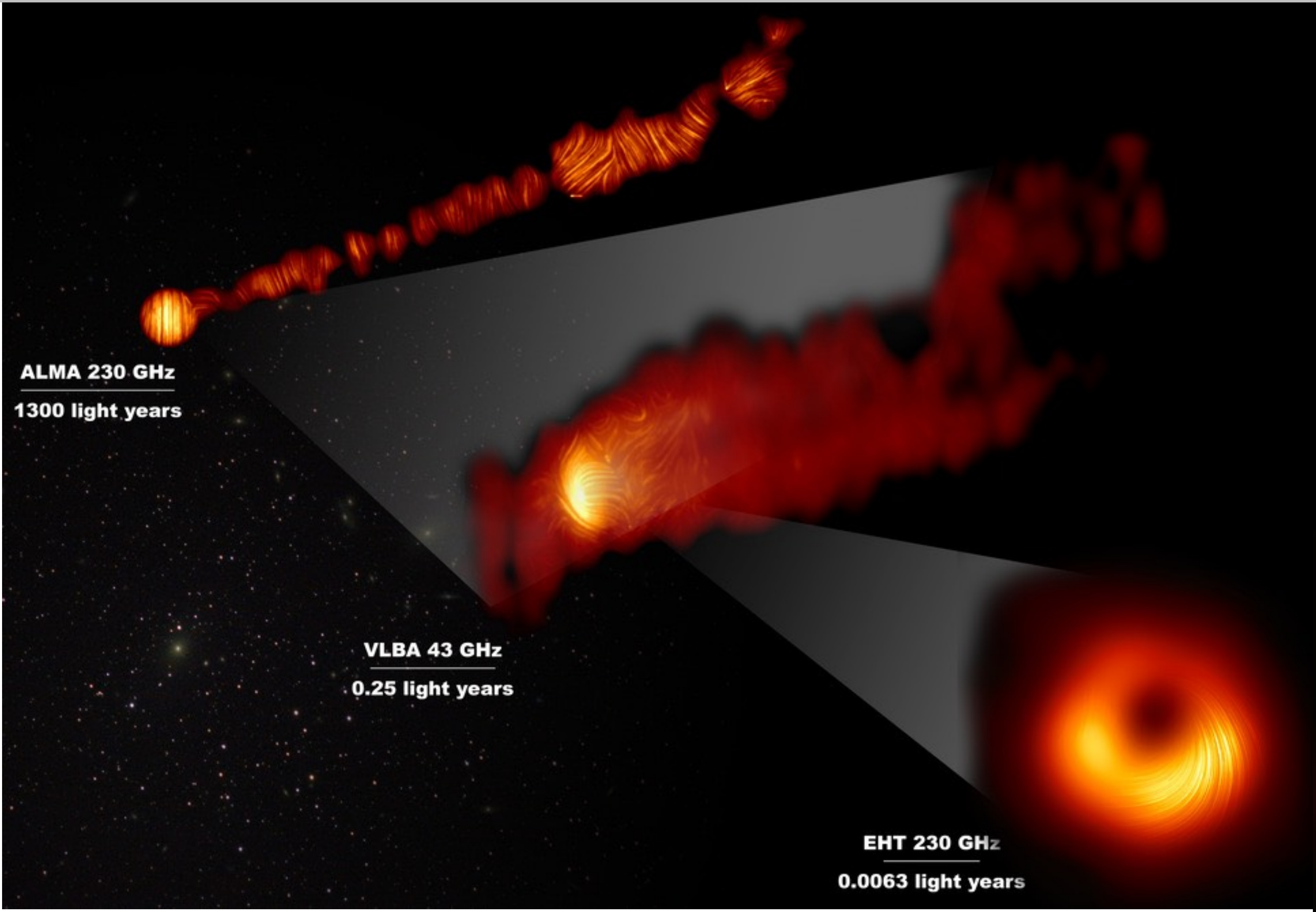


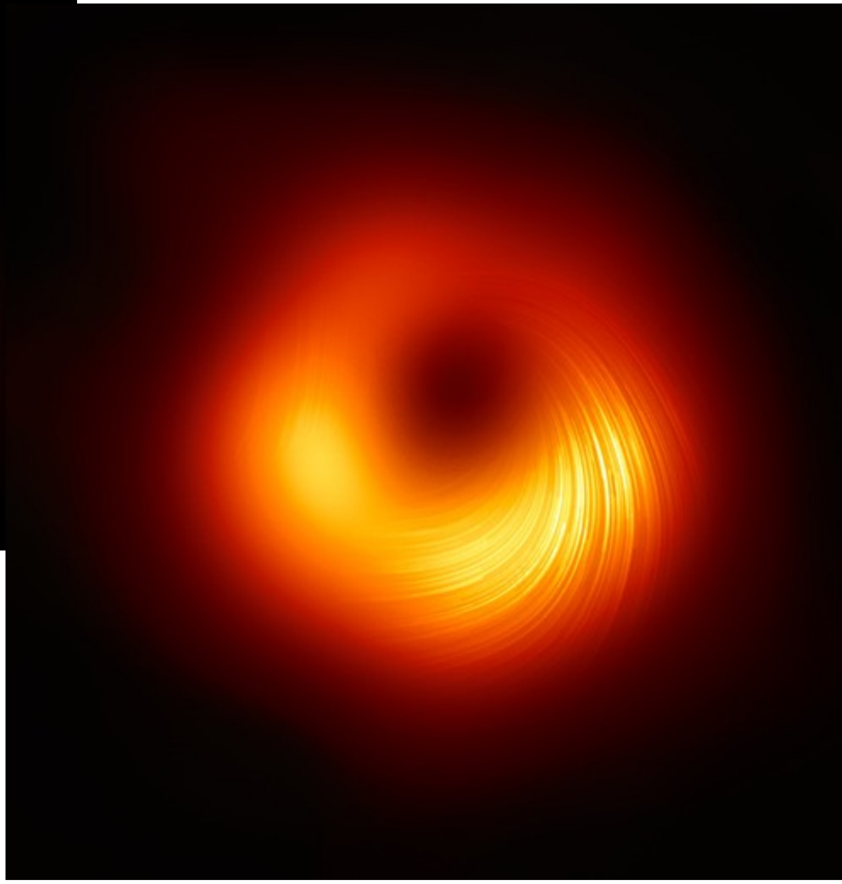
Credit: M. Wielgus, D. Pesce

ブラックホールを取り囲む非対称なリング構造が8年間にわたり定常的に存在する一方で、リングの明るい部分の向きが揺れ動いていた．（過去の試験データを解析）

https://www.miz.nao.ac.jp/eht-j/c/pr/pr20200923

M87 ブラックホール近傍の偏波画像. （周辺の磁場の向きを表す）





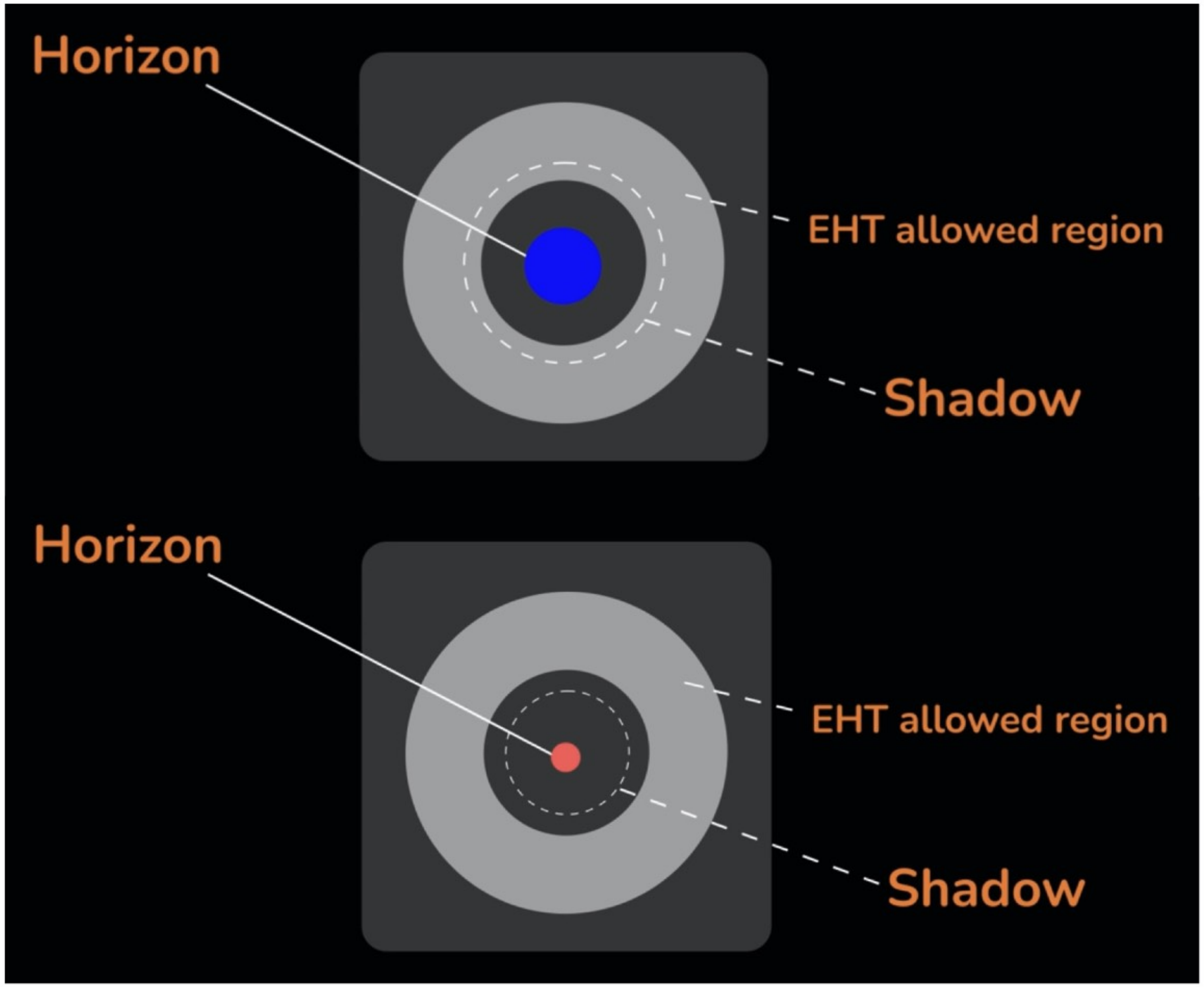
M87は最も代表的な活動銀河ジェット天体の１つ

2017年データを再解析．電波の偏光の画像を得た.

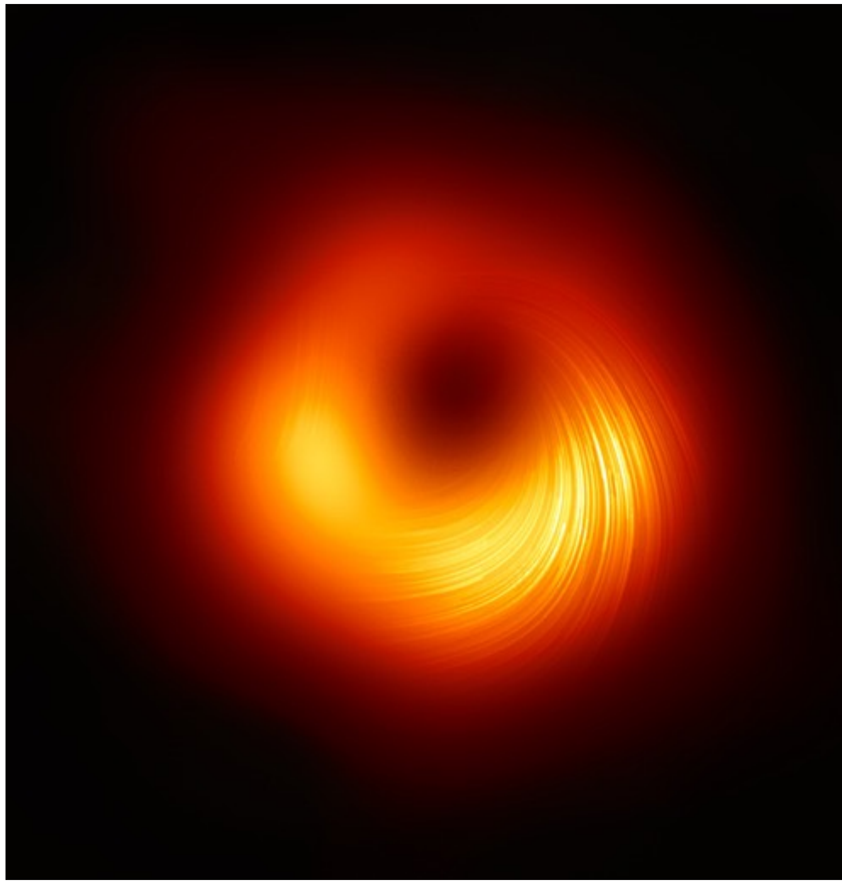
→ ブラックホール周囲の磁場について，初めての情報となった

https://www.miz.nao.ac.jp/eht-j/c/pr/pr20210324

M87 ブラックホールの画像で，相対性理論の検証



理論によって，ブラックホール・シャドウの大きさは異なる.



→ M87の観測データは、一般相対性理論と見事に一致し、

超ひも理論に基づく重力理論ともある程度一致

https://www.miz.nao.ac.jp/eht-j/c/pr/pr20210520

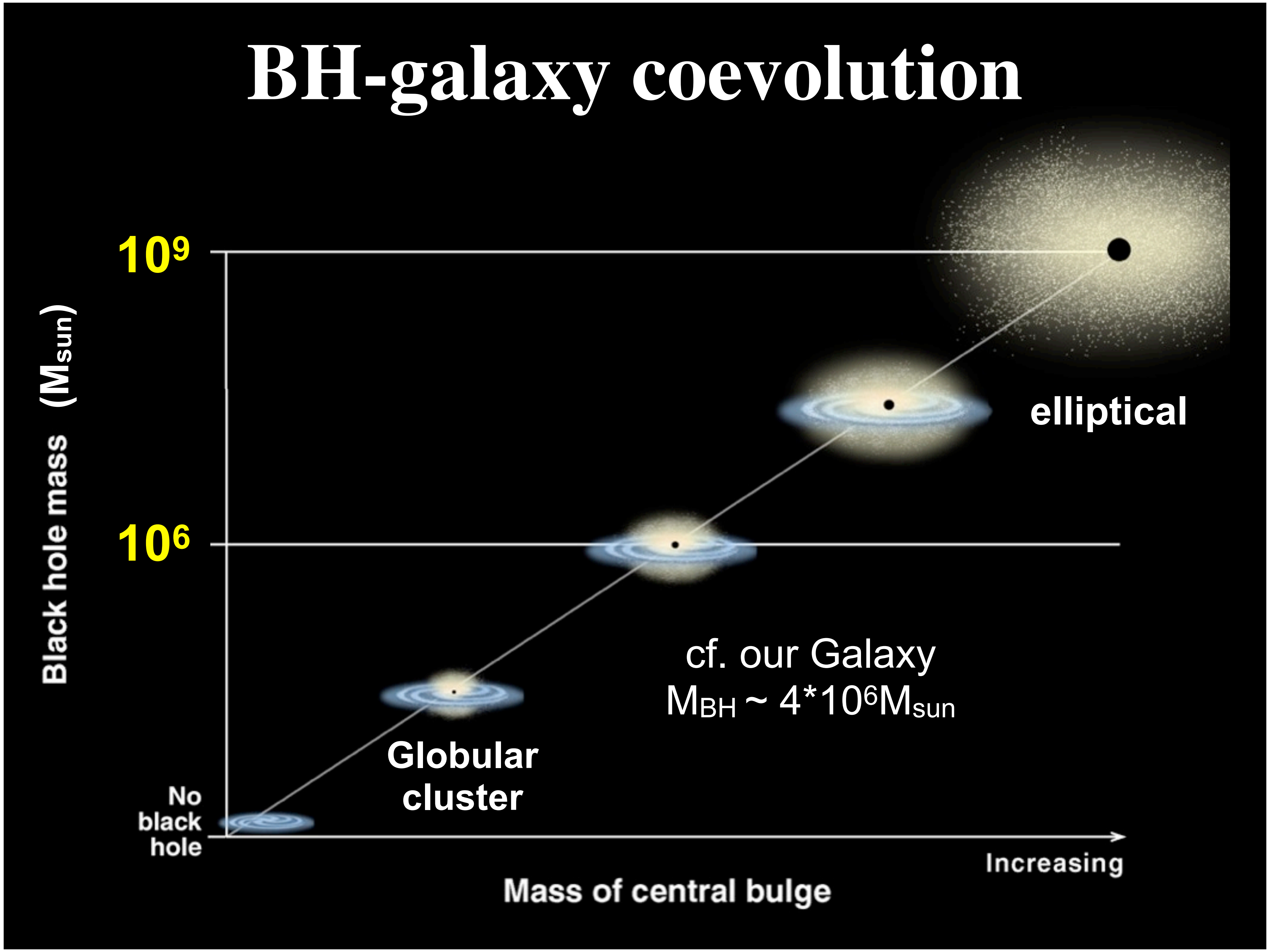
ブラックホールの未解決問題

A. 銀河中心ブラックホールの形成
B. 時空特異点の問題
C. 重力波観測で見つかった正体不明天体

銀河中心の超巨大ブラックホールはどうやってできたのか

super-massive BH

太陽質量の10-30倍のブラックホールの形成プロセスは説明できる.
でも，銀河中心にある太陽質量の数100万倍のブラックホールは？？



cf. our Galaxy
$M_{BH} \sim 4 * 10^6 M_{sun}$

銀河中心のブラックホールと，銀河は共に進化してきたはず

「共進化」
co-evolution

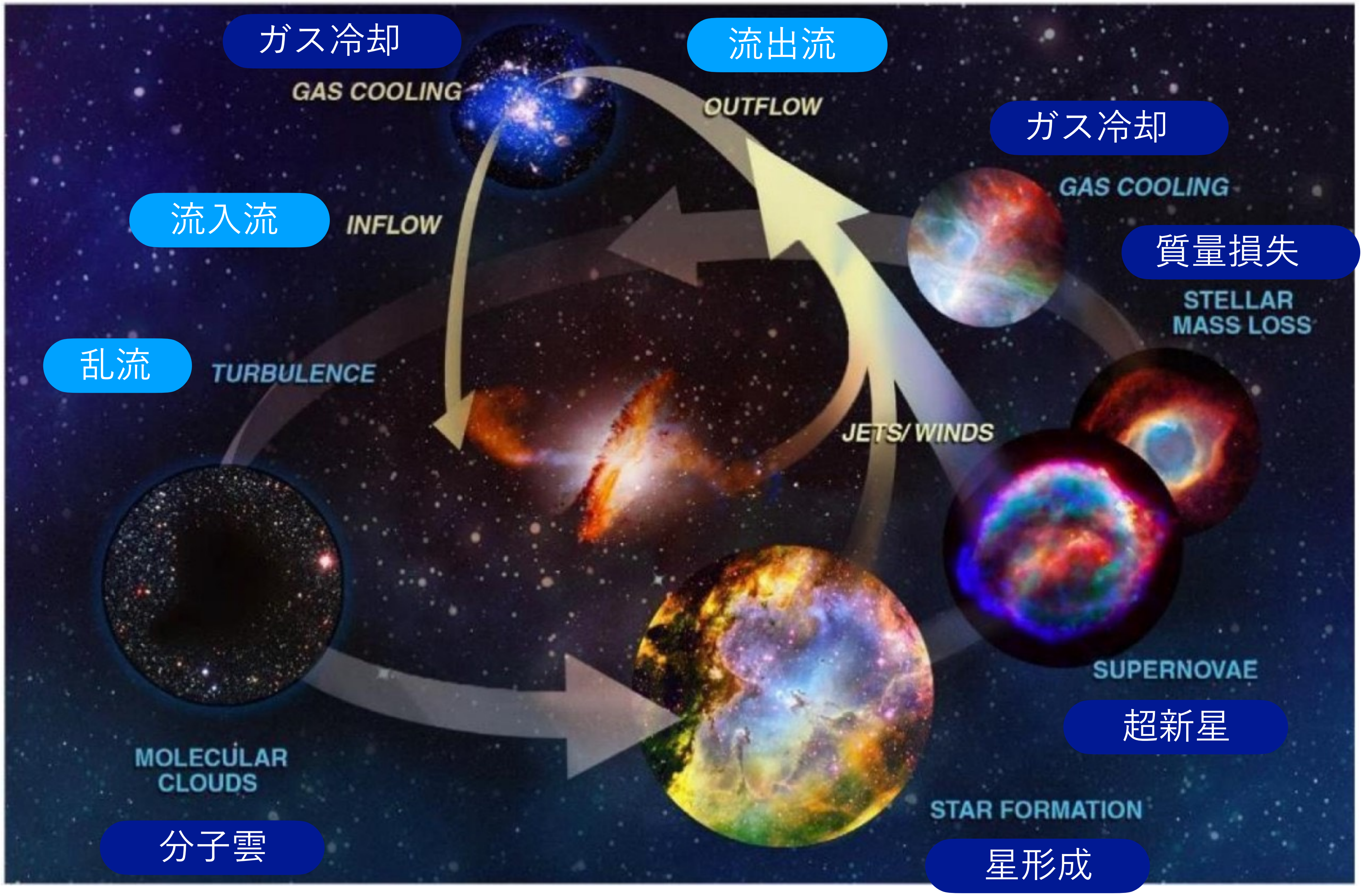
「宇宙生態系」
cosmic ecosystem

稲吉恒平氏のスライドから

銀河中心の超巨大ブラックホールはどうやってできたのか

super-massive BH

太陽質量の10-30倍のブラックホールの形成プロセスは説明できる.
でも，銀河中心にある太陽質量の数100万倍のブラックホールは？？



銀河中心のブラックホールと，銀河は共に進化してきたはず

「共進化」
co-evolution

「宇宙生態系」
cosmic ecosystem

National Academies / Astro2020 decadal survey

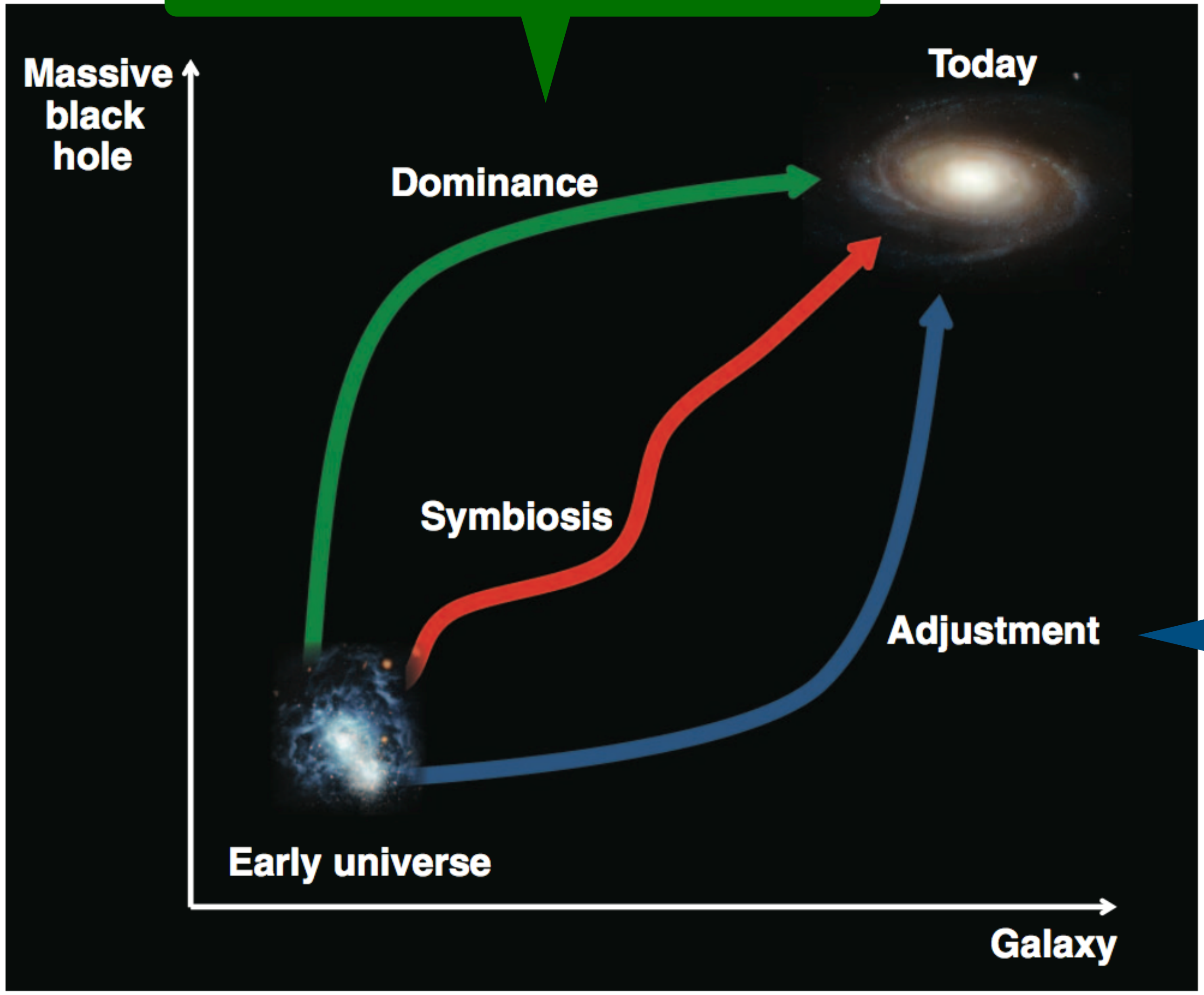
ブラックホールの未解決問題：超巨大ブラックホールの形成

「共進化」　　「宇宙生態系」

co-evolution　　cosmic ecosystem

中心のBHが先にできて
銀河をつくった

はじめにできても
その後は？



銀河の中で，中心BHは
次第に成長した

合体形成の時間が
足りない？

Fig. 3. Possible routes to MBH and galaxy coevolution, starting from black holes forming in distant galaxies in the early universe. [Image credits: NASA, European Space Agency (ESA), A. Aloisi (Space Telescope Science Institute and ESA, Baltimore, MD), and The Hubble Heritage Team (Space Telescope Science Institute/ Association of Universities for Research in Astronomy)]

Volonteri, Science 337 (2012) 544

ブラックホールの未解決問題：超巨大ブラックホールの形成

中心のBHが先にできて
銀河をつくった

銀河の中で，中心BHは
次第に成長した

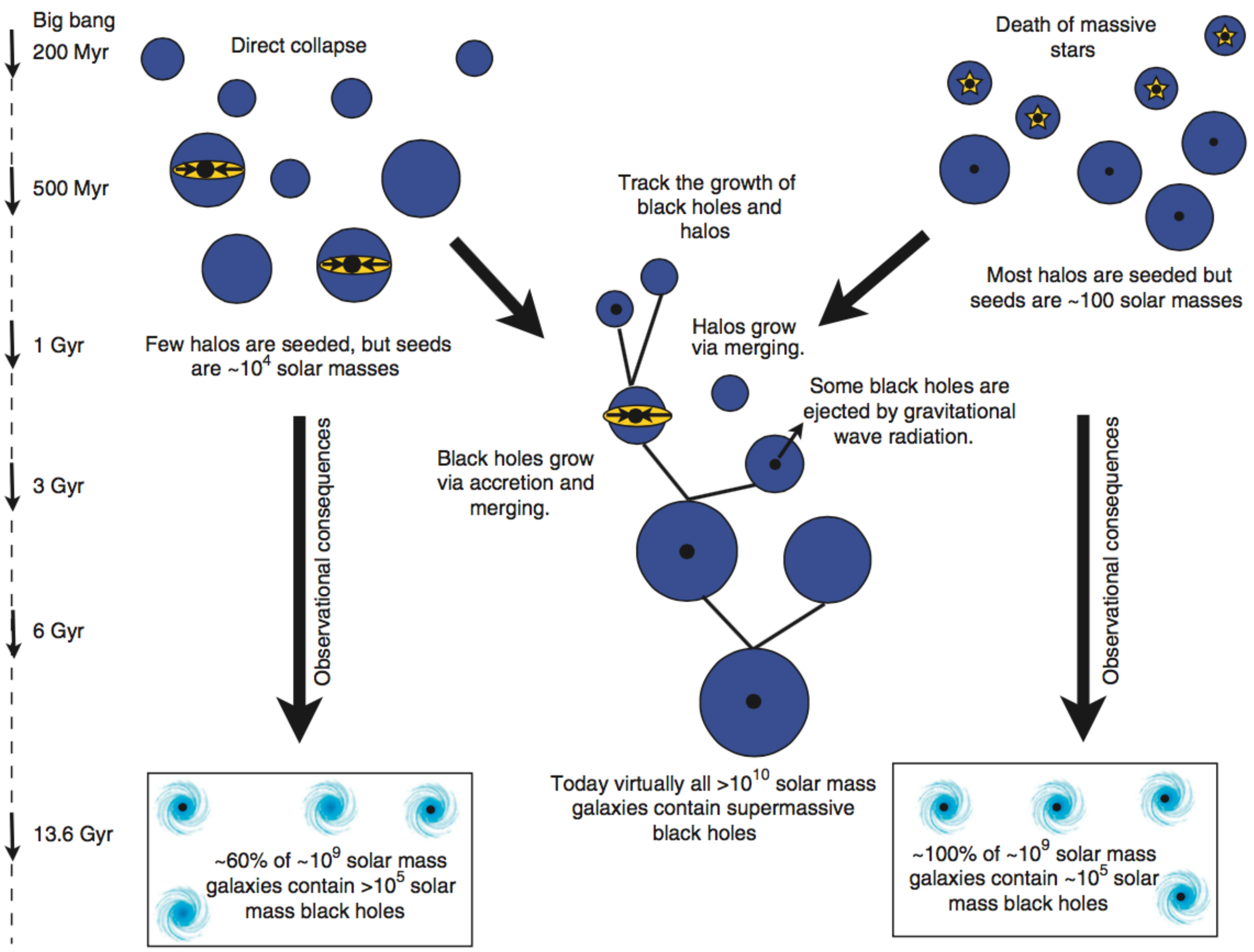
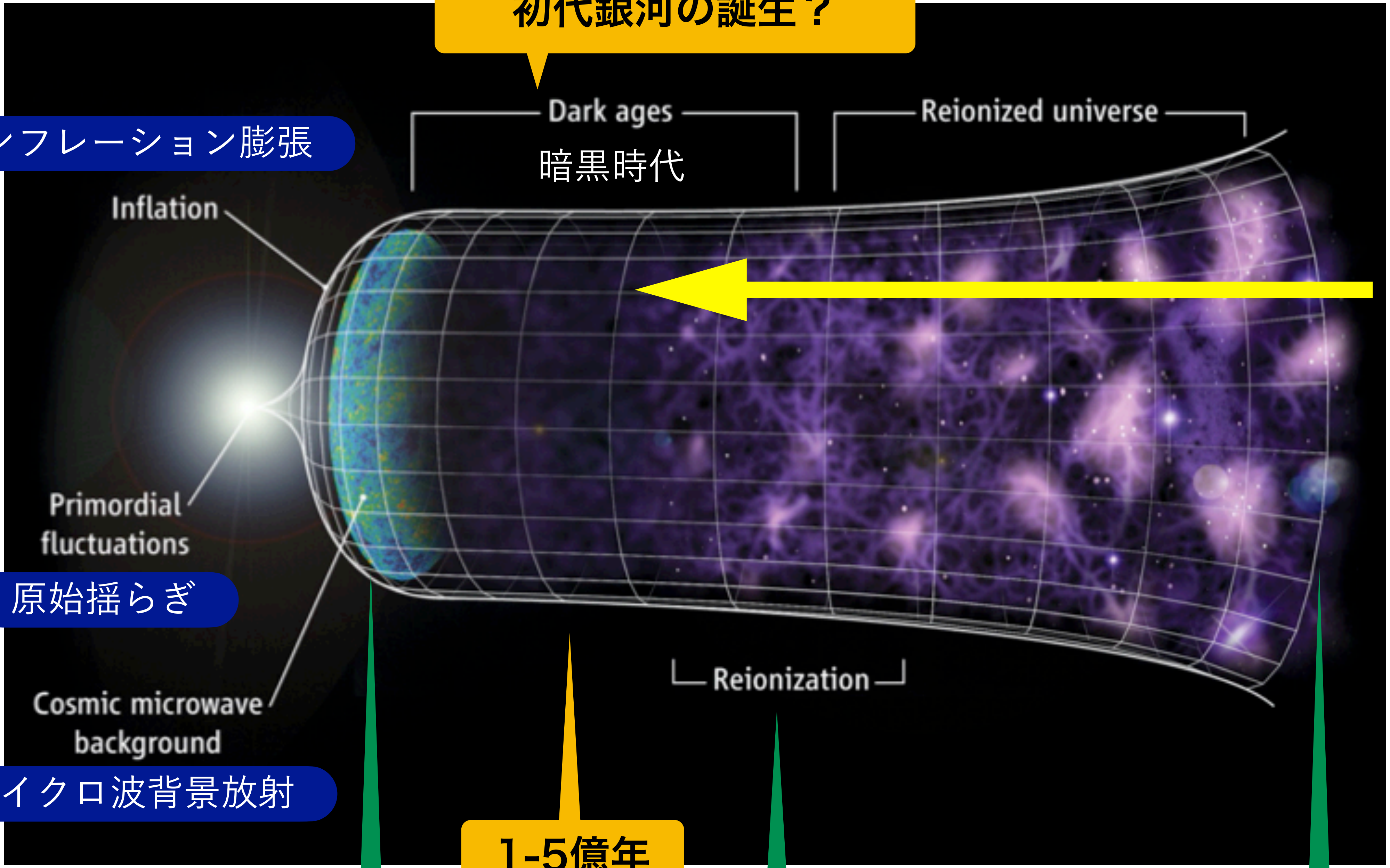


Figure 1 | Evolution of seed black holes. Schematic of the evolution of seed black holes assuming two different formation mechanisms (the death of the first generation of massive stars versus the direct collapse of gas into a black hole). Dark matter halos and the galaxies in them grow through merging. Black holes grow both via merging and by accreting gas. One additional complication is that after merging, gravitational radiation 'recoil' (see text for details) may send the black hole out of the galaxy. At present, we can distinguish between the two scenarios based on the fraction of small galaxies that contain massive black holes (we call this the 'occupation fraction').

Greene, Nature Comm 3 (2012) [arXiv:1211.7082]

宇宙の暗黒時代（ダーク・エイジ）



初代星の誕生？
初代銀河の誕生？

インフレーション膨張

暗黒時代

観測可能な宇宙

原始揺らぎ

マイクロ波背景放射

1-5億年

宇宙の晴れ上がり
38万年後

宇宙年齢
10億年

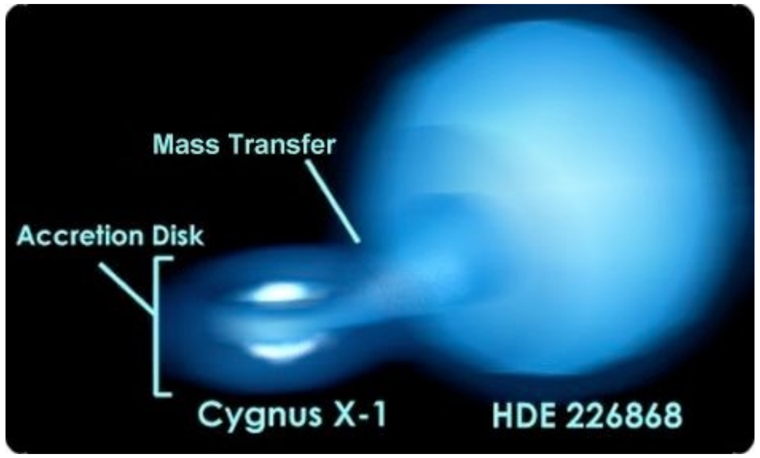
現在
138億年

Faucher-Giguere+, Science 319 (2008) 52, arXiv:0803.0147

中間質量ブラックホール

100　　10^5　　M_{sun}

Stellar-mass BH	Intermediate-massBH	Super-massive BH
星質量	中間質量？	超巨大質量



M87　by EHT

質量　$6.5 \times 10^9 M_{sun}$

距離　5500万光年

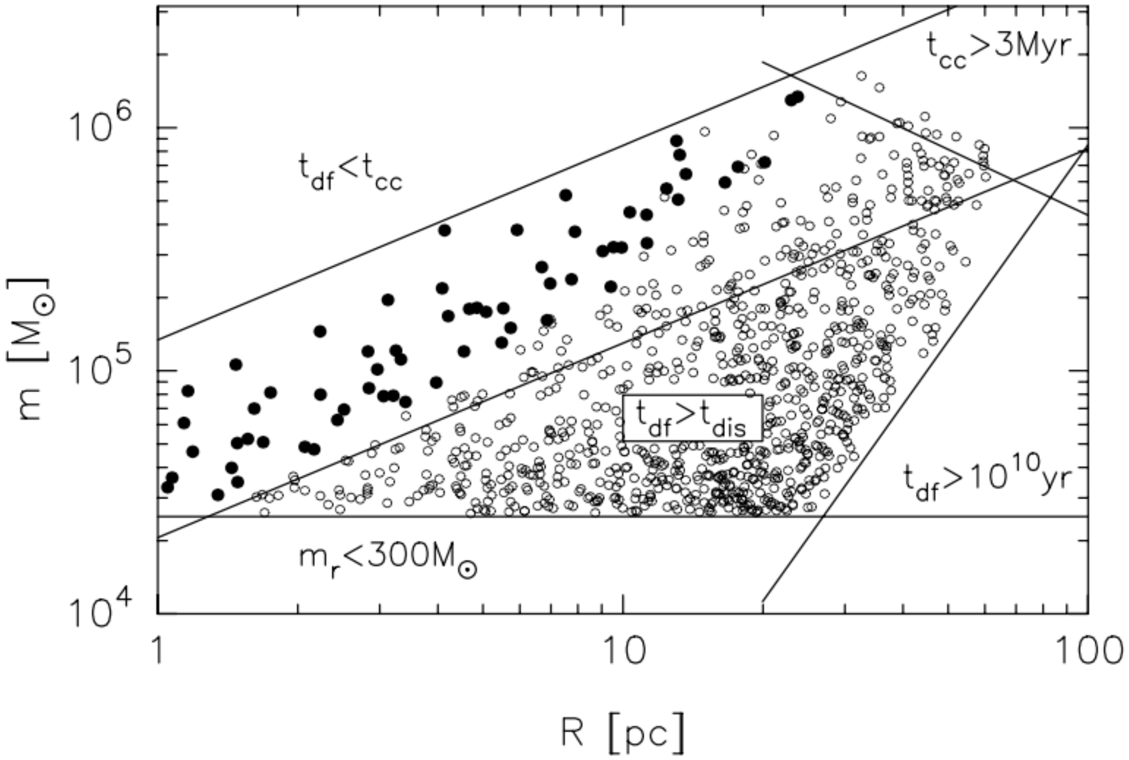
16.9 Mpc

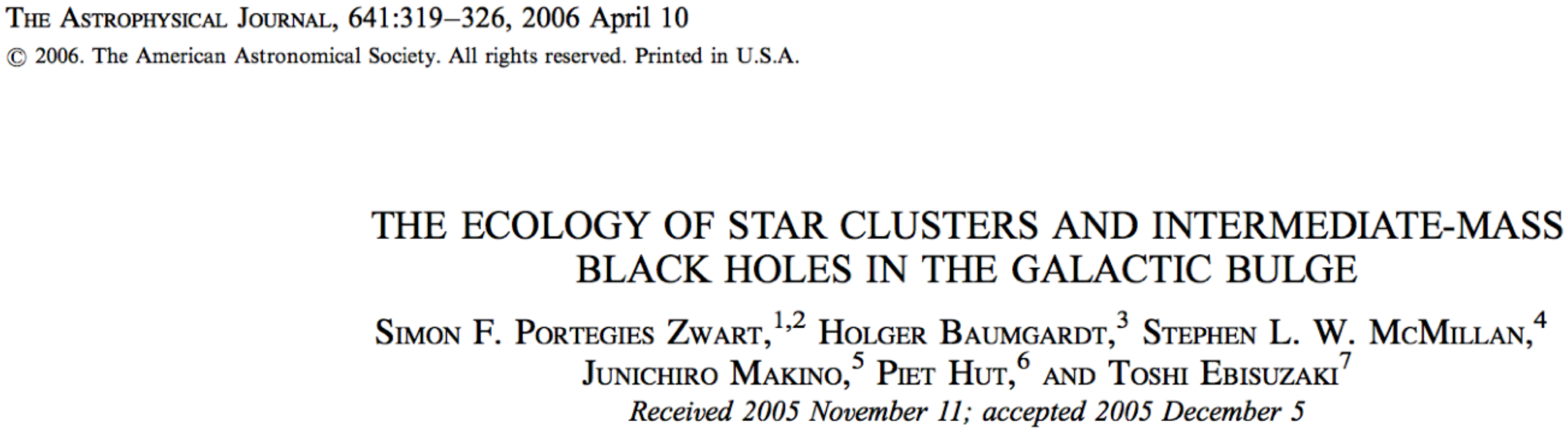
最近，100-180 Msun
のBHが重力波で見つかった

もう少し広い質量範囲でBHを
発見することが望まれる

銀河中心には，多数の超巨大ブラックホールがある？

銀河のシミュレーションを行うと，銀河中心にはたくさんの超巨大ブラックホールが集まってくる = 力学的摩擦（dynamical friction）





The Astrophysical Journal, 641:319–326, 2006 April 10

THE ECOLOGY OF STAR CLUSTERS AND INTERMEDIATE-MASS BLACK HOLES IN THE GALACTIC BULGE

Simon F. Portegies Zwart,[1,2] Holger Baumgardt,[3] Stephen L. W. McMillan,[4]
Junichiro Makino,[5] Piet Hut,[6] and Toshi Ebisuzaki[7]
Received 2005 November 11; accepted 2005 December 5

銀河中心には，多数の超巨大ブラックホールがある？

L7-1

Publ. Astron. Soc. Japan (2016) 68 (3), L7 (1–6)
doi: 10.1093/pasj/psw031
Advance Access Publication Date: 2016 April 19
Letter

Letter

Galactic center mini-spiral by ALMA: Possible origin of the central cluster

Masato Tsuboi,[1,2,*] Yoshimi Kitamura,[1] Makoto Miyoshi,[3] Kenta Uehara,[2] Takahiro Tsutsumi,[4] and Atsushi Miyazaki[3,5]

arXiv:1602.05325

天の川銀河中心に，
太陽質量の1万倍の天体を発見

0.15pc from SgrA*

1-2 x 10^4 Msun

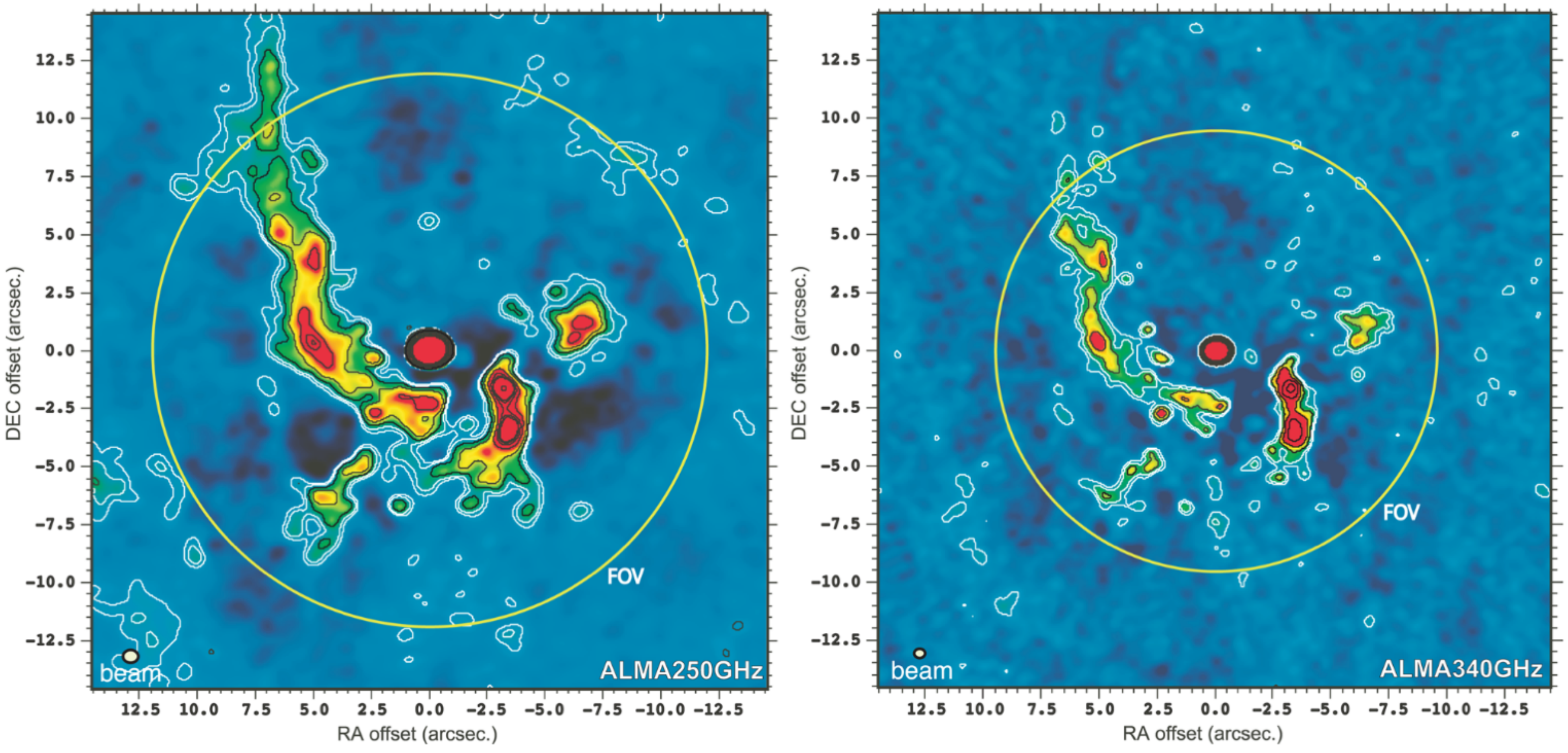
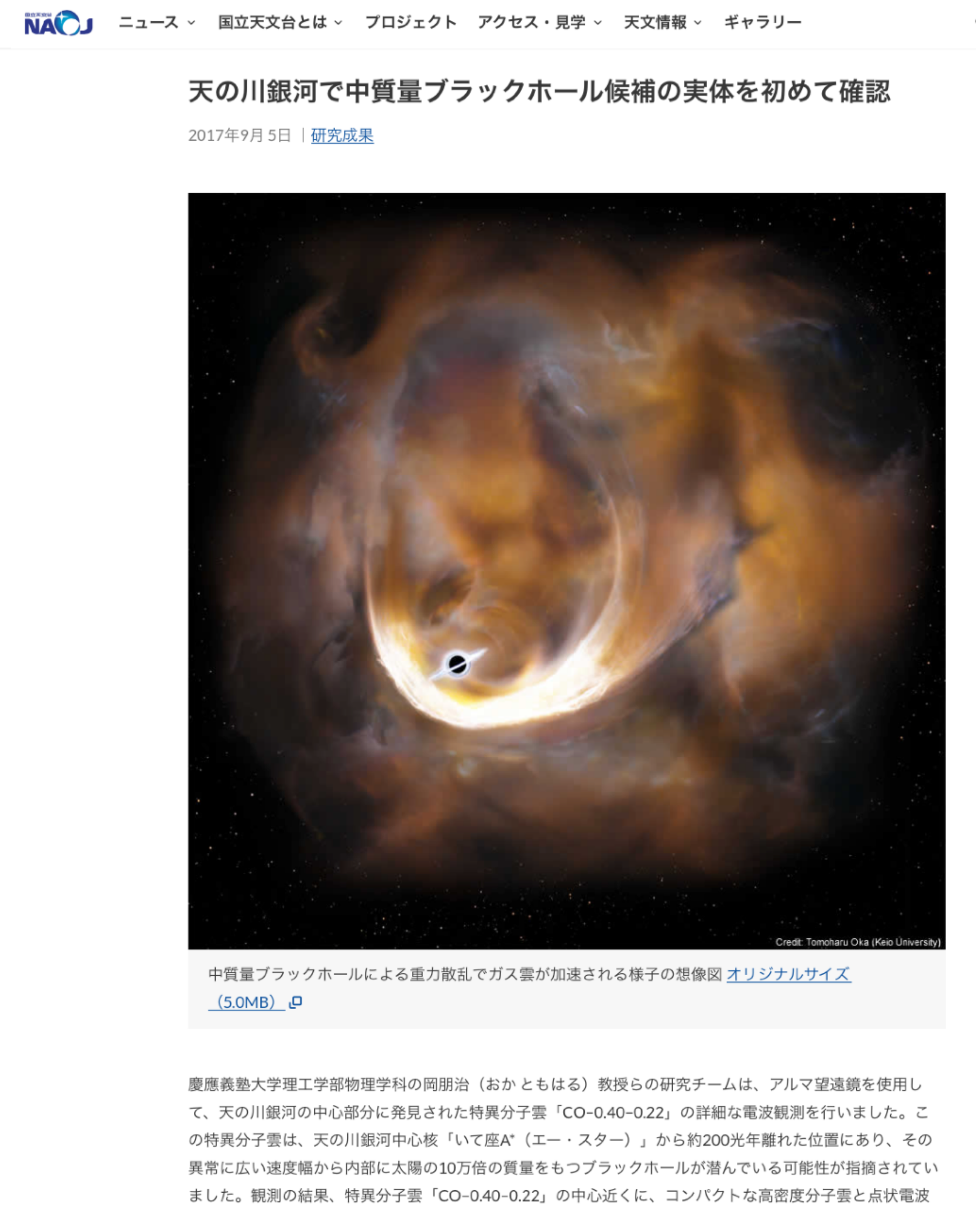


Fig. 2. Left panel: ALMA map in the 250 GHz band of the “mini-spiral” including Sgr A*. The four spectral windows of $f_c = 245$, 247, 257, and 259 GHz are combined to improve the sensitivity. The diameter of the FOV is 24″ (circle). The angular resolution is 0″.63 × 0″.53 at $PA = -84°$, which is shown

銀河中心には，多数の超巨大ブラックホールがある？



天の川銀河で中質量ブラックホール候補の実体を初めて確認

2017年9月 5日 | 研究成果

Credit: Tomoharu Oka (Keio University)

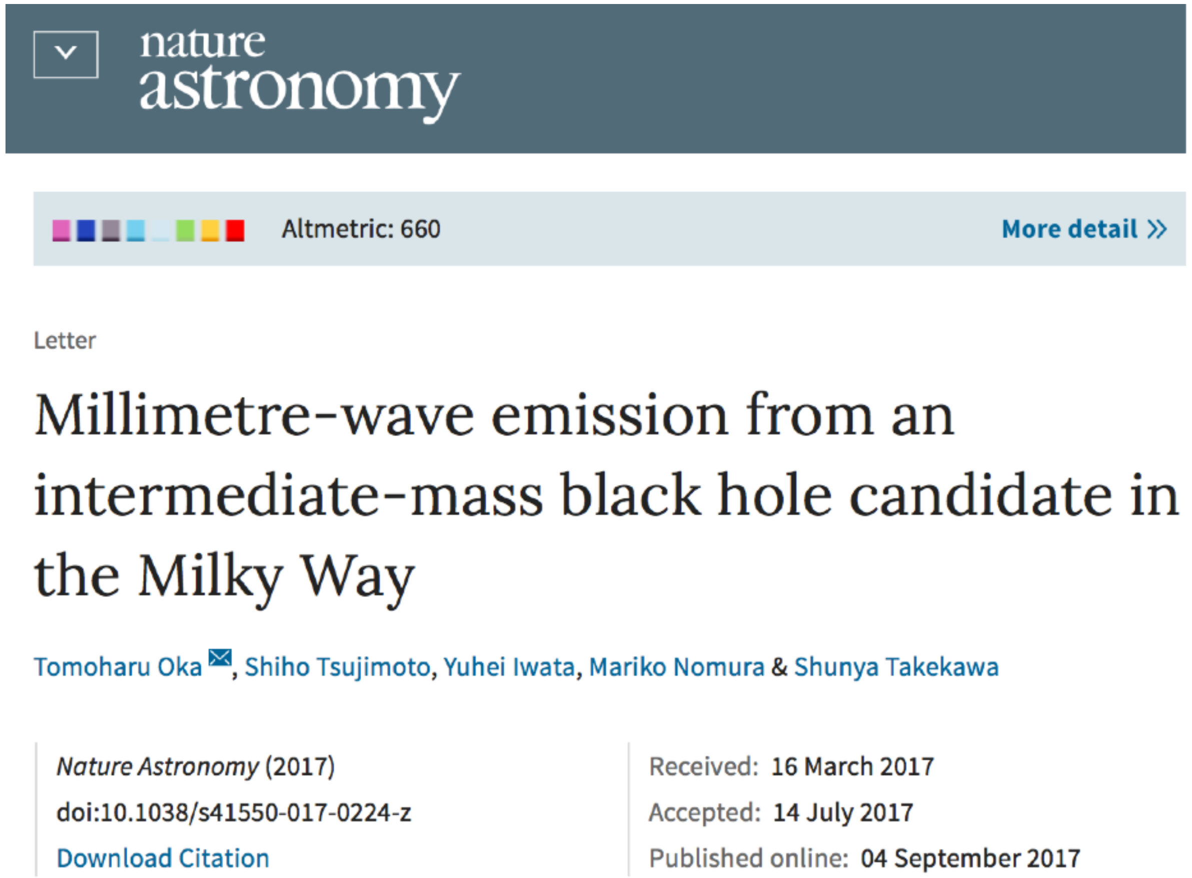
中質量ブラックホールによる重力散乱でガス雲が加速される様子の想像図 オリジナルサイズ（5.0MB）

慶應義塾大学理工学部物理学科の岡朋治（おか ともはる）教授らの研究チームは、アルマ望遠鏡を使用して、天の川銀河の中心部分に発見された特異分子雲「CO-0.40-0.22」の詳細な電波観測を行いました。この特異分子雲は、天の川銀河中心核「いて座A*（エー・スター）」から約200光年離れた位置にあり、その異常に広い速度幅から内部に太陽の10万倍の質量をもつブラックホールが潜んでいる可能性が指摘されていました。観測の結果、特異分子雲「CO-0.40-0.22」の中心近くに、コンパクトな高密度分子雲と点状電波

天の川銀河中心に,
太陽質量の10万倍の天体を発見

60pc from SgrA*

10^5 Msun



Letter

Millimetre-wave emission from an intermediate-mass black hole candidate in the Milky Way

Tomoharu Oka, Shiho Tsujimoto, Yuhei Iwata, Mariko Nomura & Shunya Takekawa

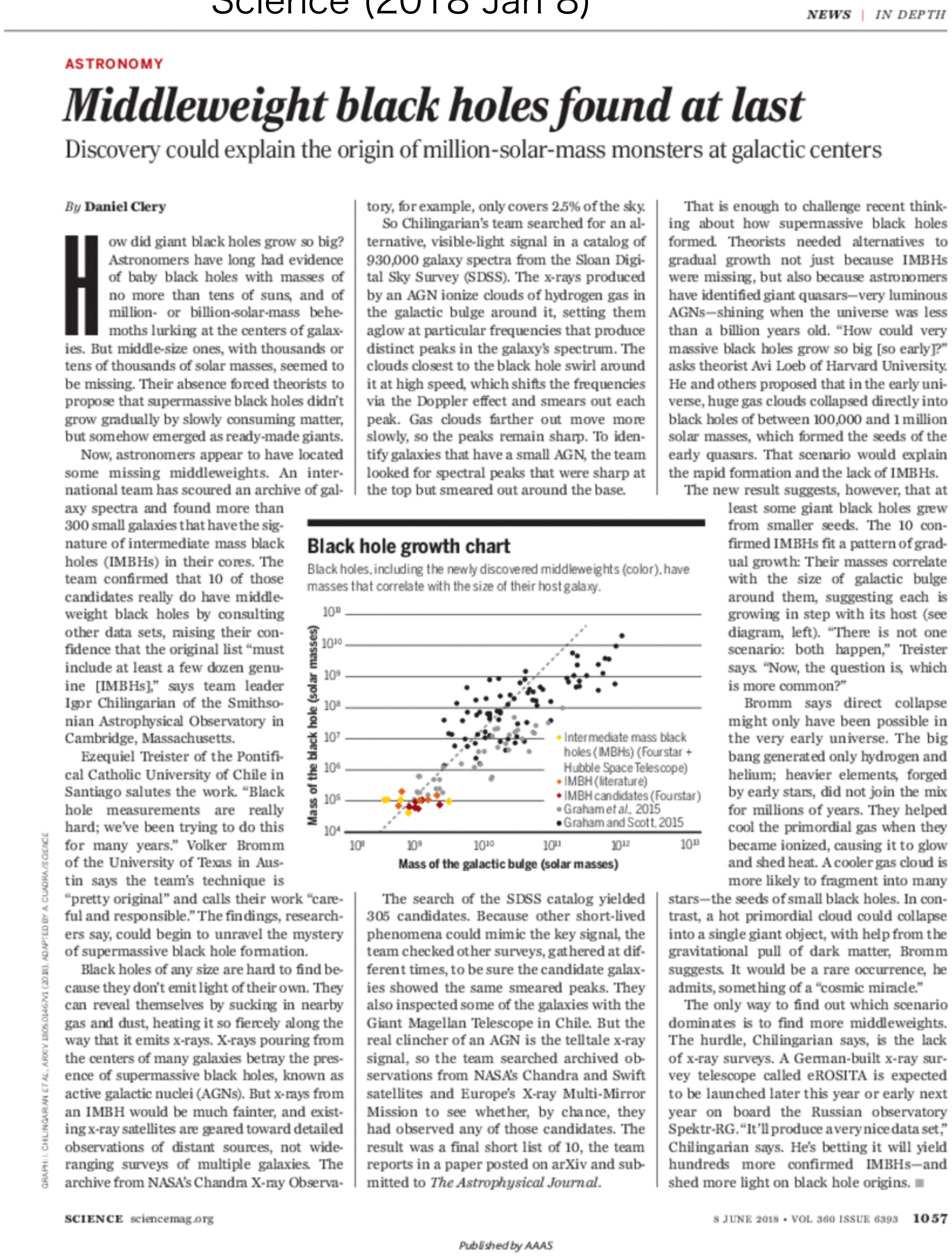
Nature Astronomy (2017)
doi:10.1038/s41550-017-0224-z
Download Citation

Received: 16 March 2017
Accepted: 14 July 2017
Published online: 04 September 2017

https://www.nao.ac.jp/news/science/2017/20170905-alma.html

銀河中心には，多数の超巨大ブラックホールがある？

Science (2018 Jan 8)



ASTRONOMY

Middleweight black holes found at last

Discovery could explain the origin of million-solar-mass monsters at galactic centers

By **Daniel Clery**

How did giant black holes grow so big? Astronomers have long had evidence of baby black holes with masses of no more than tens of suns, and of million- or billion-solar-mass behemoths lurking at the centers of galaxies. But middle-size ones, with thousands or tens of thousands of solar masses, seemed to be missing. Their absence forced theorists to propose that supermassive black holes didn't grow gradually by slowly consuming matter, but somehow emerged as ready-made giants.

Now, astronomers appear to have located some missing middleweights. An international team has scoured an archive of galaxy spectra and found more than 300 small galaxies that have the signature of intermediate mass black holes (IMBHs) in their cores. The team confirmed that 10 of those candidates really do have middleweight black holes by consulting other data sets, raising their confidence that the original list "must include at least a few dozen genuine [IMBHs]," says team leader Igor Chilingarian of the Smithsonian Astrophysical Observatory in Cambridge, Massachusetts.

Ezequiel Treister of the Pontifical Catholic University of Chile in Santiago salutes the work. "Black hole measurements are really hard; we've been trying to do this for many years." Volker Bromm of the University of Texas in Austin says the team's technique is "pretty original" and calls their work "careful and responsible." The findings, researchers say, could begin to unravel the mystery of supermassive black hole formation.

Black holes of any size are hard to find because they don't emit light of their own. They can reveal themselves by sucking in nearby gas and dust, heating it so fiercely along the way that it emits x-rays. X-rays pouring from the centers of many galaxies betray the presence of supermassive black holes, known as active galactic nuclei (AGNs). But x-rays from an IMBH would be much fainter, and existing x-ray satellites are geared toward detailed observations of distant sources, not wide-ranging surveys of multiple galaxies. The archive from NASA's Chandra X-ray Observatory, for example, only covers 2.5% of the sky.

So Chilingarian's team searched for an alternative, visible-light signal in a catalog of 930,000 galaxy spectra from the Sloan Digital Sky Survey (SDSS). The x-rays produced by an AGN ionize clouds of hydrogen gas in the galactic bulge around it, setting them aglow at particular frequencies that produce distinct peaks in the galaxy's spectrum. The clouds closest to the black hole swirl around it at high speed, which shifts the frequencies via the Doppler effect and smears out each peak. Gas clouds farther out move more slowly, so the peaks remain sharp. To identify galaxies that have a small AGN, the team looked for spectral peaks that were sharp at the top but smeared out around the base.

Black hole growth chart

Black holes, including the newly discovered middleweights (color), have masses that correlate with the size of their host galaxy.

GRAPHIC: I. CHILINGARIAN *ET AL.*, ARXIV 1805.01467V1 (2018), ADAPTED BY A. CUADRA/*SCIENCE*

The search of the SDSS catalog yielded 305 candidates. Because other short-lived phenomena could mimic the key signal, the team checked other surveys, gathered at different times, to be sure the candidate galaxies showed the same smeared peaks. They also inspected some of the galaxies with the Giant Magellan Telescope in Chile. But the real clincher of an AGN is the telltale x-ray signal, so the team searched archived observations from NASA's Chandra and Swift satellites and Europe's X-ray Multi-Mirror Mission to see whether, by chance, they had observed any of those candidates. The result was a final short list of 10, the team reports in a paper posted on arXiv and submitted to *The Astrophysical Journal*.

That is enough to challenge recent thinking about how supermassive black holes formed. Theorists needed alternatives to gradual growth not just because IMBHs were missing, but also because astronomers have identified giant quasars—very luminous AGNs—shining when the universe was less than a billion years old. "How could very massive black holes grow so big [so early]?" asks theorist Avi Loeb of Harvard University. He and others proposed that in the early universe, huge gas clouds collapsed directly into black holes of between 100,000 and 1 million solar masses, which formed the seeds of the early quasars. That scenario would explain the rapid formation and the lack of IMBHs.

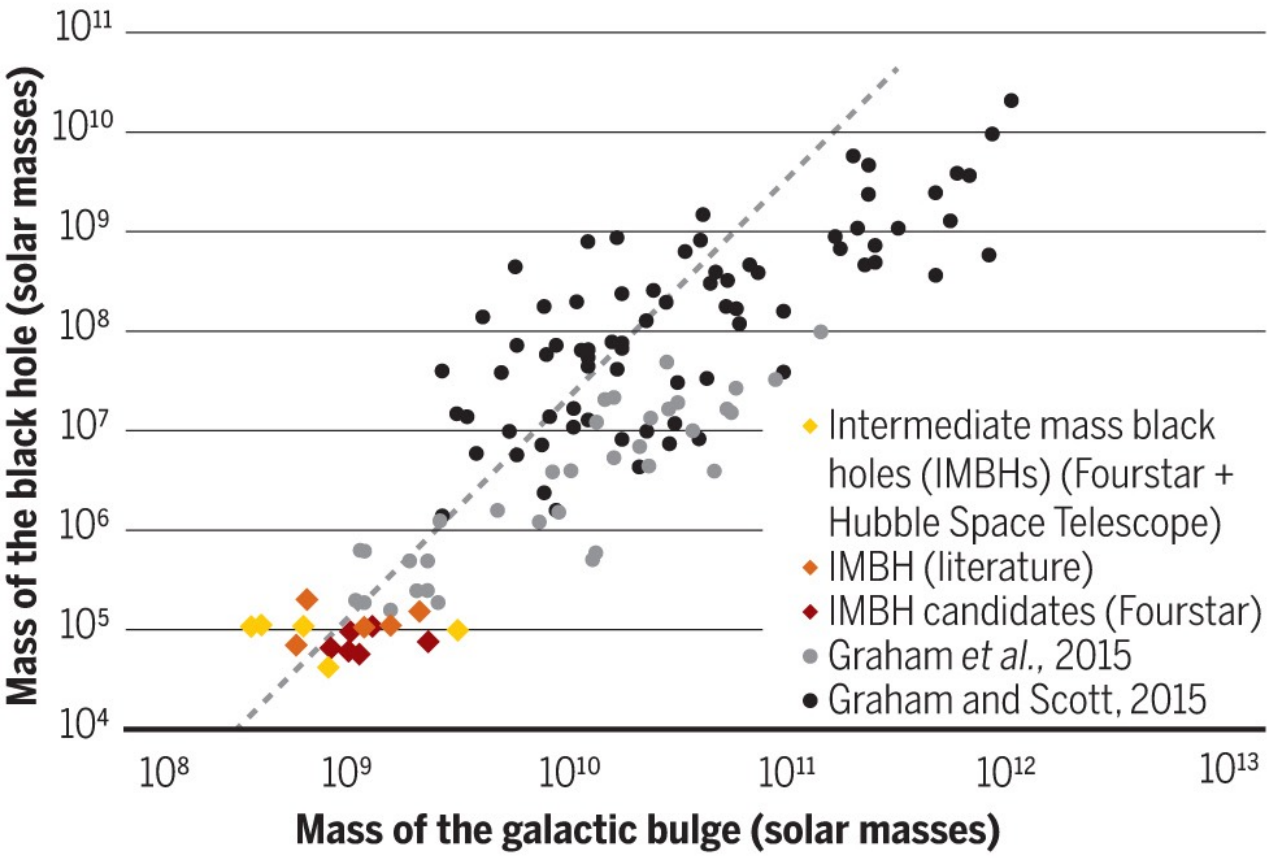
The new result suggests, however, that at least some giant black holes grew from smaller seeds. The 10 confirmed IMBHs fit a pattern of gradual growth: Their masses correlate with the size of galactic bulge around them, suggesting each is growing in step with its host (see diagram, left). "There is not one scenario: both happen," Treister says. "Now, the question is, which is more common?"

Bromm says direct collapse might only have been possible in the very early universe. The big bang generated only hydrogen and helium; heavier elements, forged by early stars, did not join the mix for millions of years. They helped cool the primordial gas when they became ionized, causing it to glow and shed heat. A cooler gas cloud is more likely to fragment into many stars—the seeds of small black holes. In contrast, a hot primordial cloud could collapse into a single giant object, with help from the gravitational pull of dark matter, Bromm suggests. It would be a rare occurrence, he admits, something of a "cosmic miracle."

The only way to find out which scenario dominates is to find more middleweights. The hurdle, Chilingarian says, is the lack of x-ray surveys. A German-built x-ray survey telescope called eROSITA is expected to be launched later this year or early next year on board the Russian observatory Spektr-RG. "It'll produce a very nice data set," Chilingarian says. He's betting it will yield hundreds more confirmed IMBHs—and shed more light on black hole origins. ■

Published by AAAS

中間質量ブラックホール
ついに見つかる

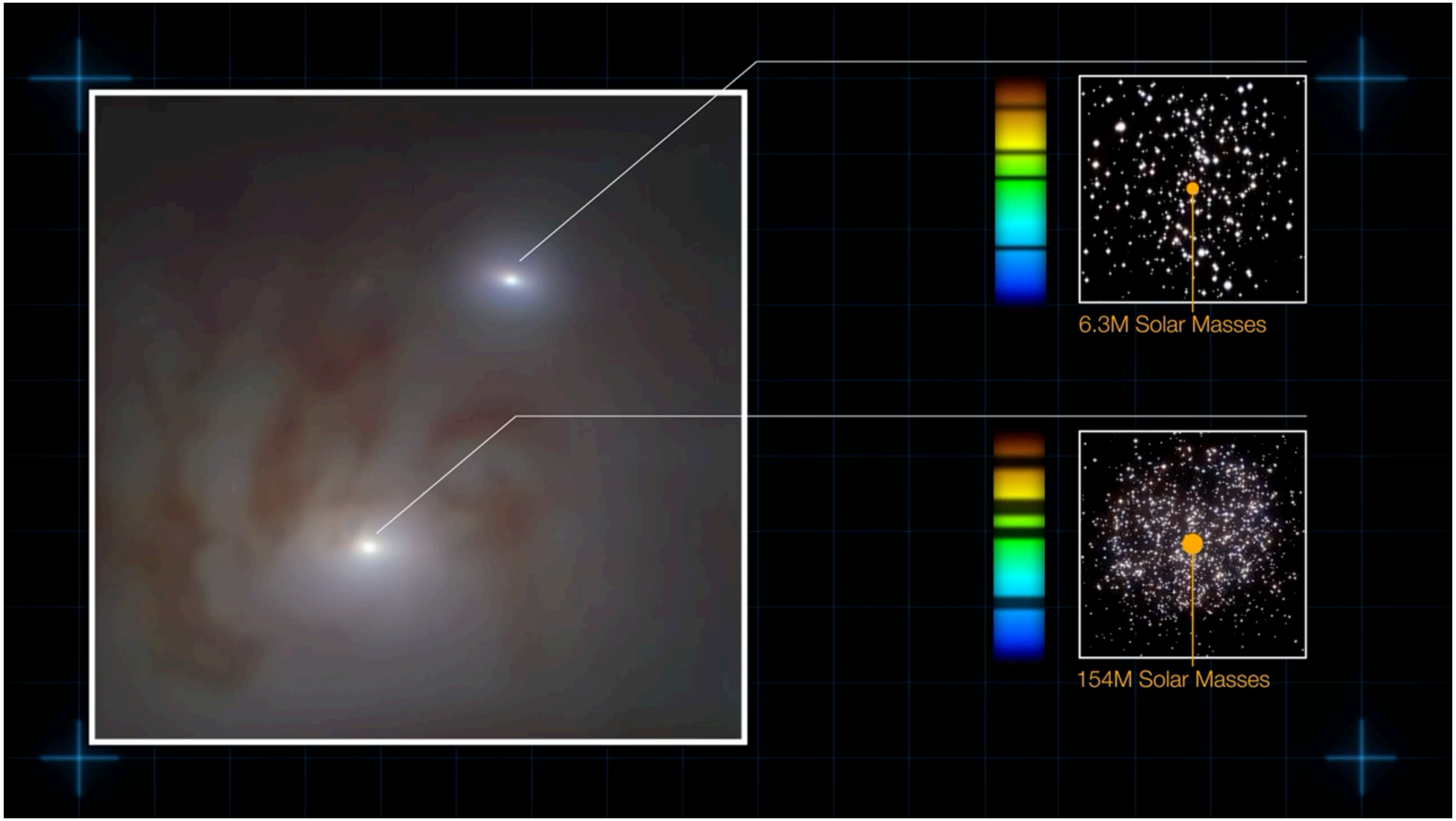


Black hole growth chart

Black holes, including the newly discovered middleweights (color), have masses that correlate with the size of their host galaxy.

https://www.science.org/doi/10.1126/science.360.6393.1057

NGC7727の銀河に，超巨大ブラックホールのペア発見



8900万光年先の銀河NGC7727に，太陽質量の1億5400万倍のBHと630万倍のBHが近接して存在している．それぞれの周囲の星の動く速さから測定．アニメーション表示．
欧州南天天文台発表．

https://www.youtube.com/watch?v=HnHZY9Py51I
https://www.eso.org/public/videos/eso2117c/

ブラックホールの未解決問題

A. 銀河中心ブラックホールの形成

B. 時空特異点の問題

C. 重力波観測で見つかった正体不明天体

2020年のノーベル物理学賞　受賞者

http://www.nobelprize.org/

“ブラックホール”

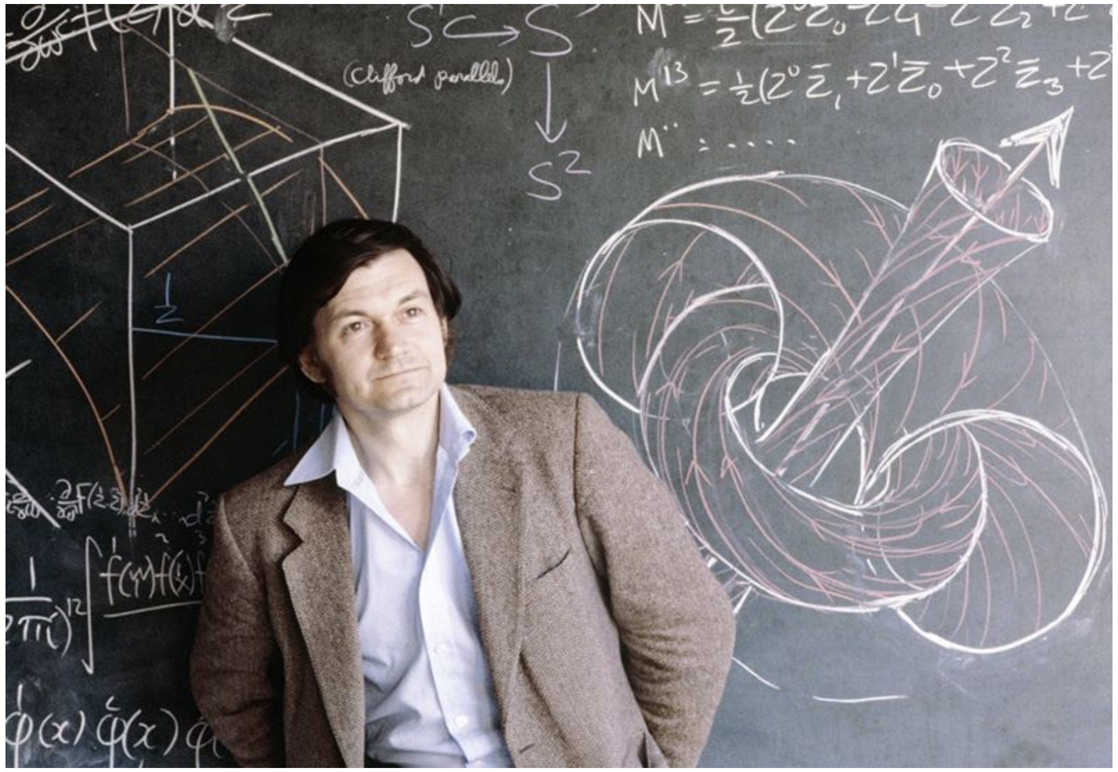
ロジャー・ペンローズ（89）英オックスフォード大
「ブラックホール形成が一般相対性理論におけるごく自然な帰結となることの発見に対して」

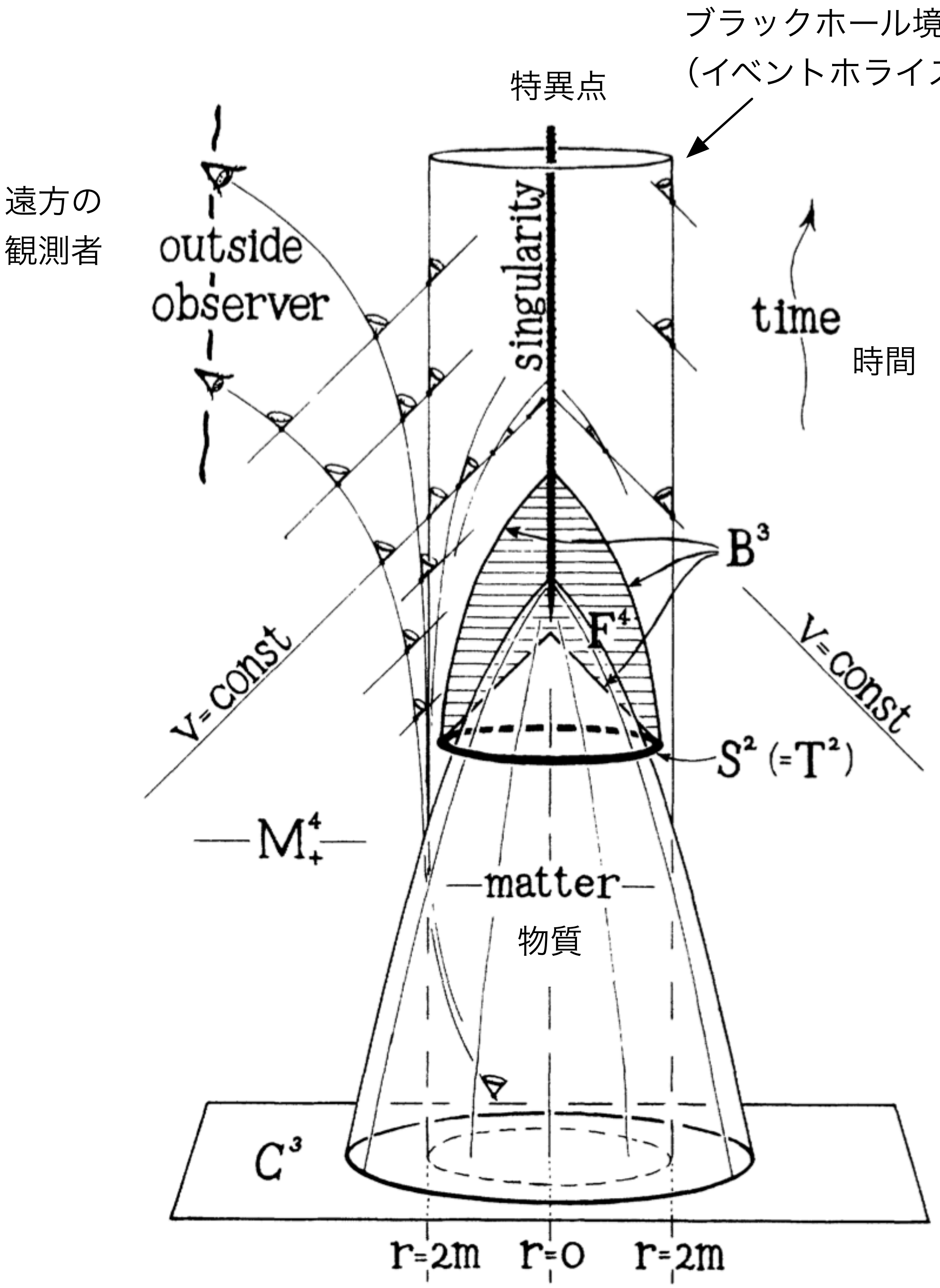
ライнハルト・ゲンツェル（68）独マックスプランク研究所
アンドレア・ゲズ（55）　米カリフォルニア大ロサンゼルス校
「天の川銀河の中心に超大質量なコンパクト天体を発見したことに対して」

Roger Penrose “for the discovery that black hole formation is a robust prediction of the general theory of relativity"
Reinhard Genzel and **Andrea Ghez** "for the discovery of a supermassive compact object at the centre of our galaxy".

ロジャー・ペンローズ

「ブラックホール形成が一般相対性理論におけるごく自然な帰結となることの発見に対して」

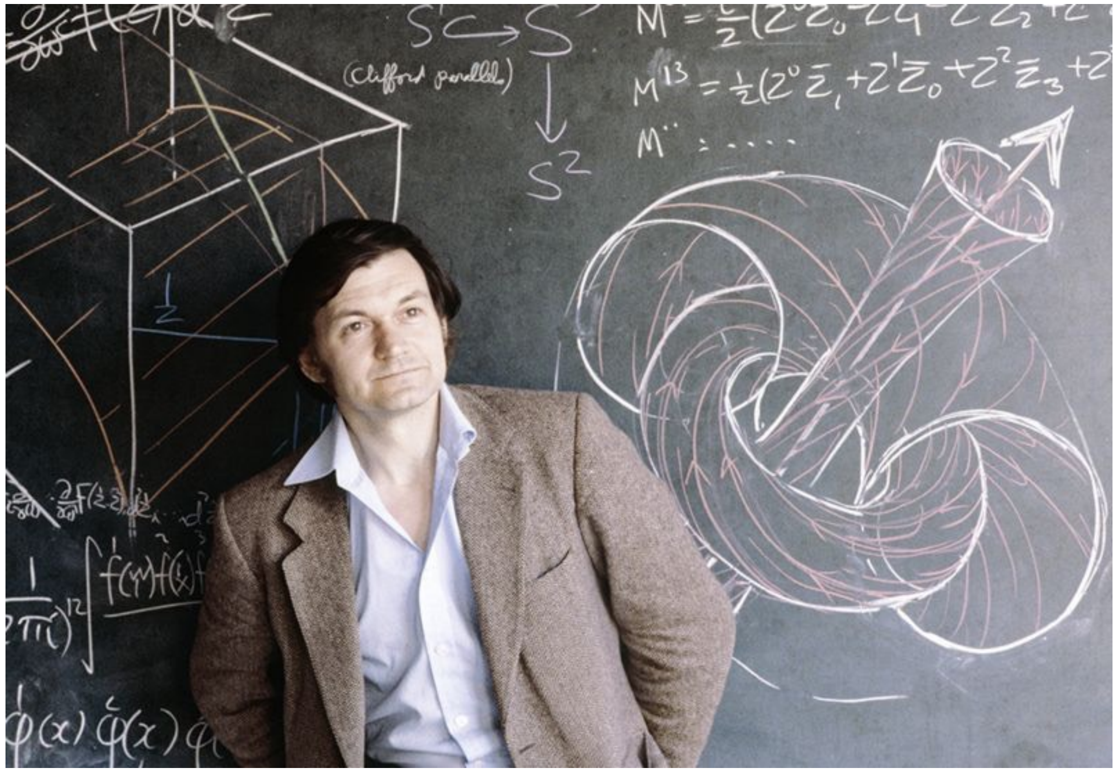


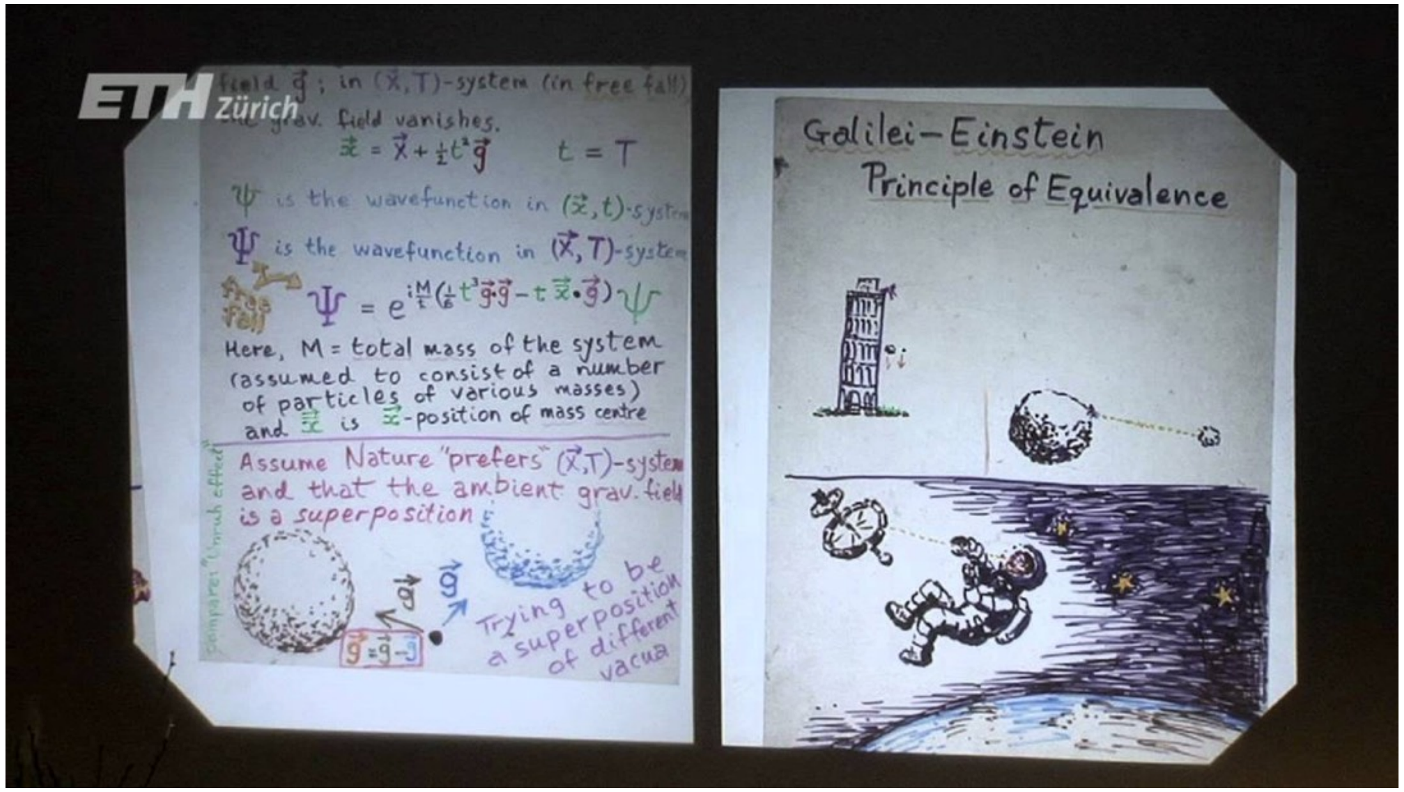


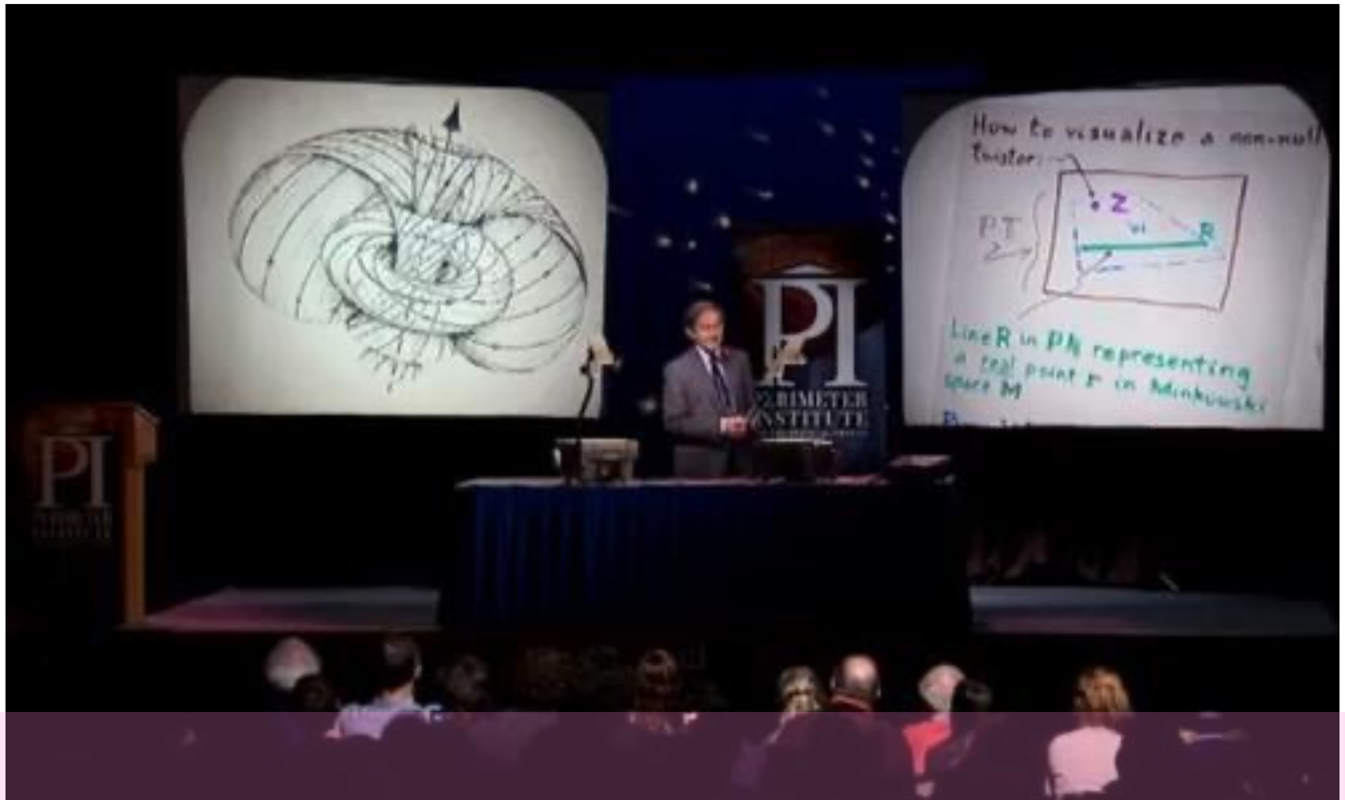
ペンローズが描いたブラックホール形成の図．横の広がりが空間（2次元で表している），縦方向上向きに時間の進みを表す．物質が重力崩壊してつぶれ，光（円錐で描かれているのが光の広がり方を示す）が遠方へ到達しない領域が出現する．中心では特異点が発生するが，それはブラックホール境界面の内側にあるので，遠方の物理を乱さない．
（R. Penrose, Phys. Rev. Lett. 14 (1965) 57の図を加工．）

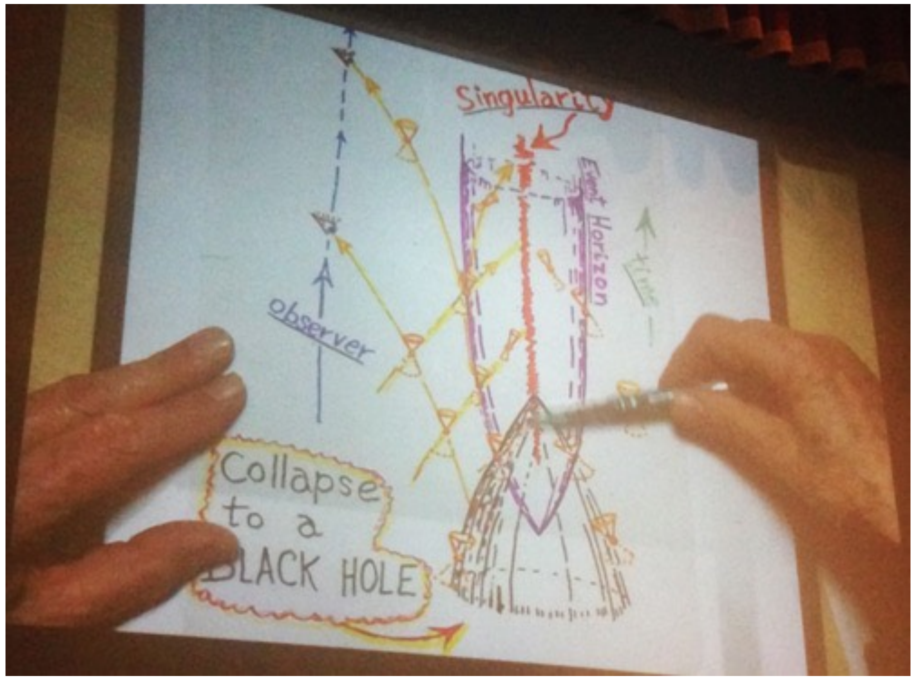
ロジャー・ペンローズ

「ブラックホール形成が一般相対性理論におけるごく自然な帰結となることの発見に対して」



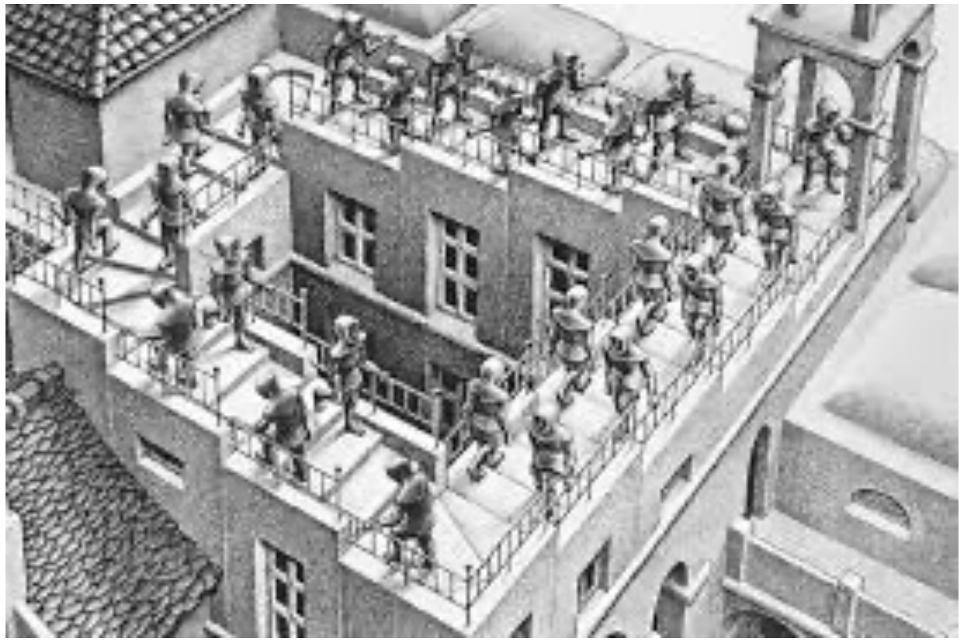


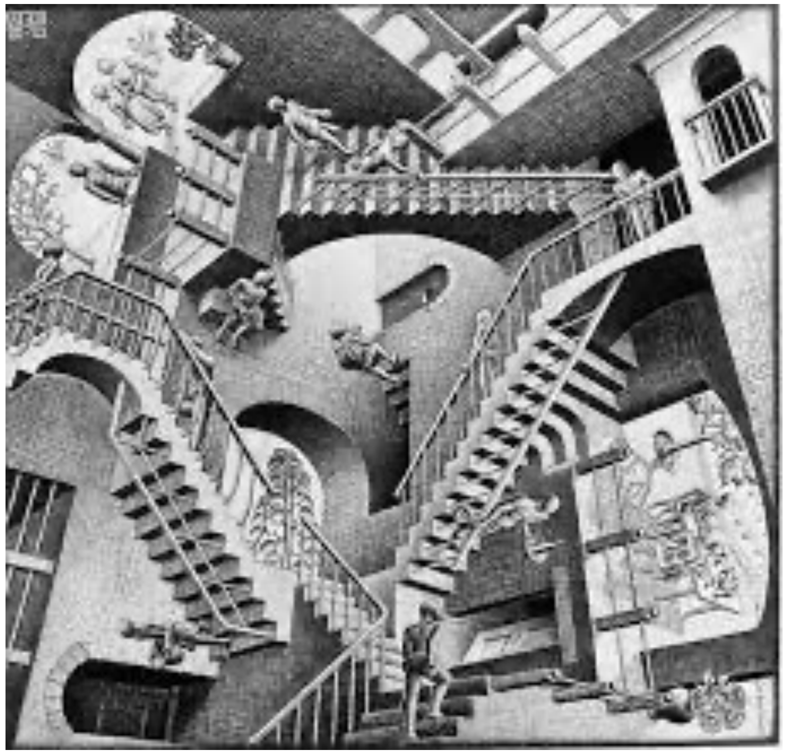




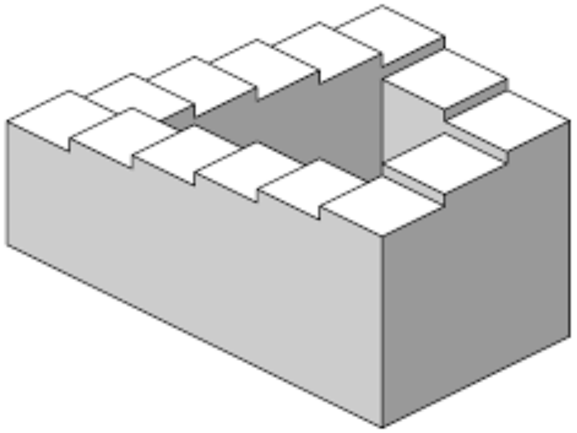
ロジャー・ペンローズ　&　M. C. エッシャー

Ascending and Descending by M. C. Escher

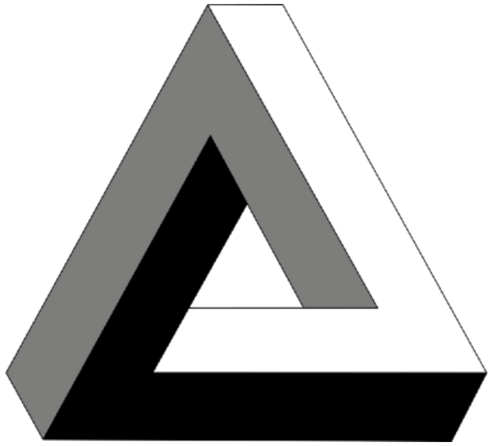




Relativity (1953) by M. C. Escher

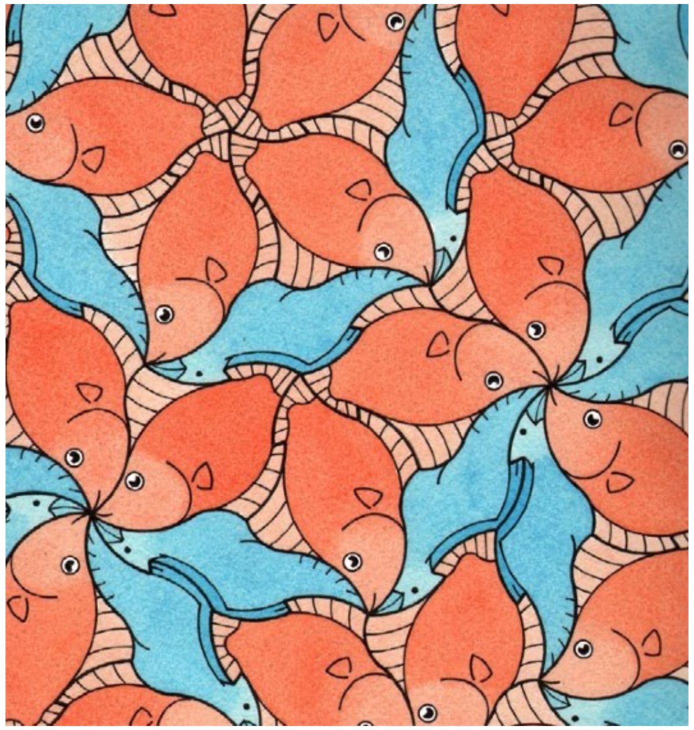


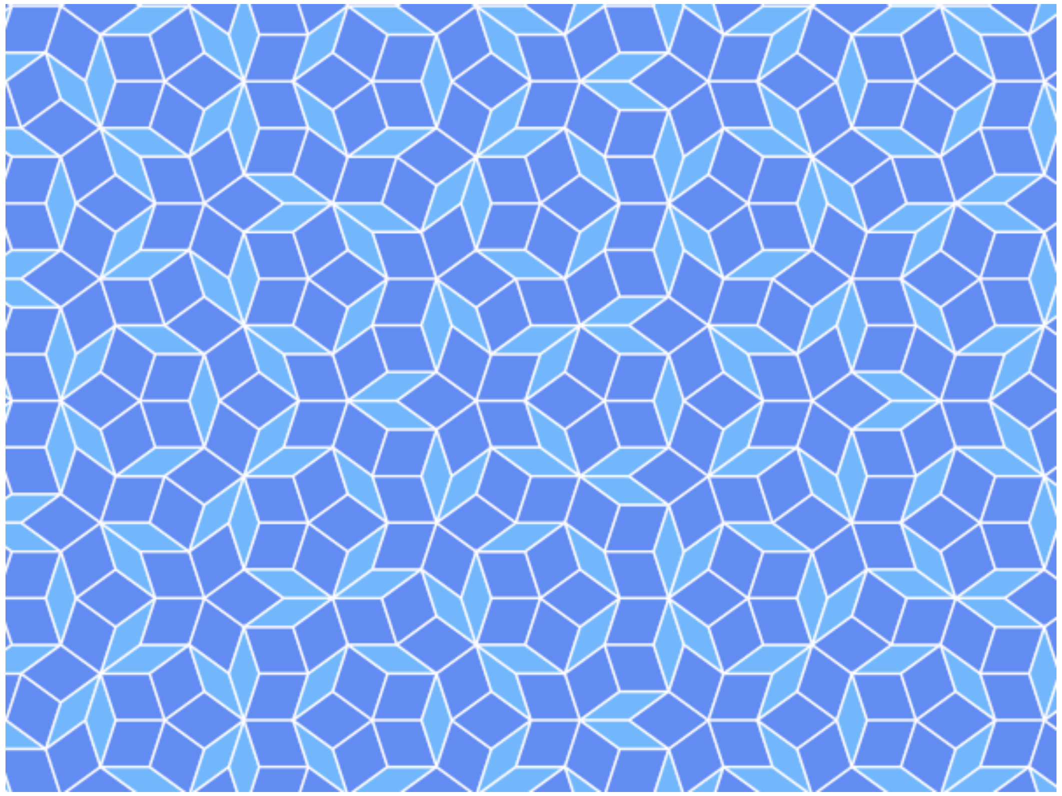
Penrose Stairs



Penrose Triangle

ロジャー・ペンローズ　&　M. C. エッシャー





Penrose Tiring

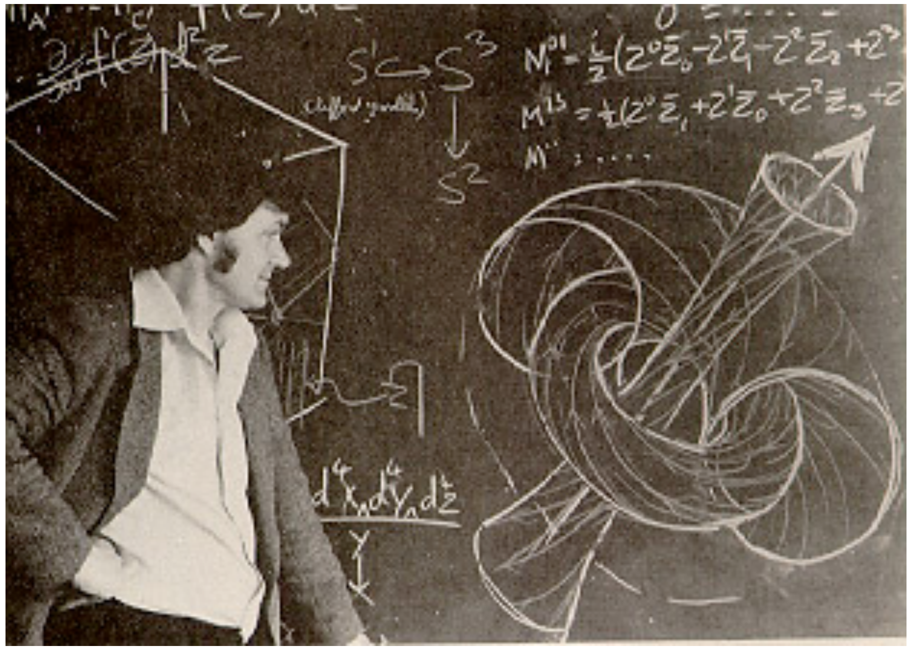
時空特異点の問題

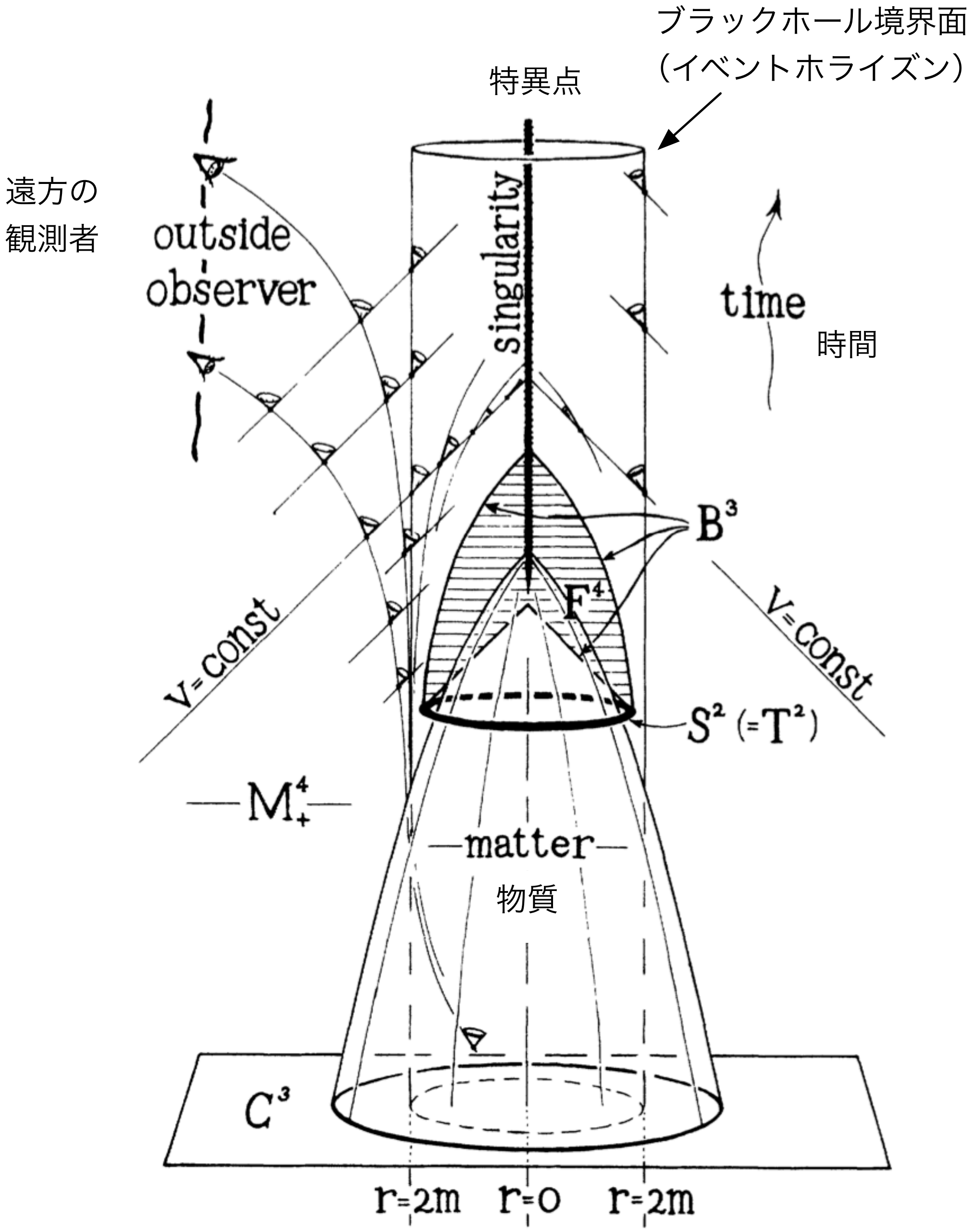
1960年代はじめまで

特異点を含む解が出てきたのは，球対称や軸対称の特殊な仮定をしたからでは？　現実には存在しない？

1965年 ペンローズ，特異点定理

星が重力崩壊すれば，必ず特異点が形成される.

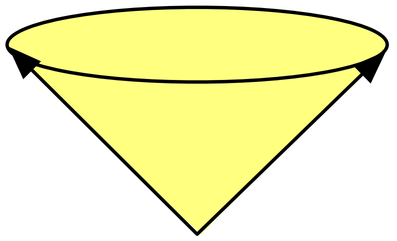


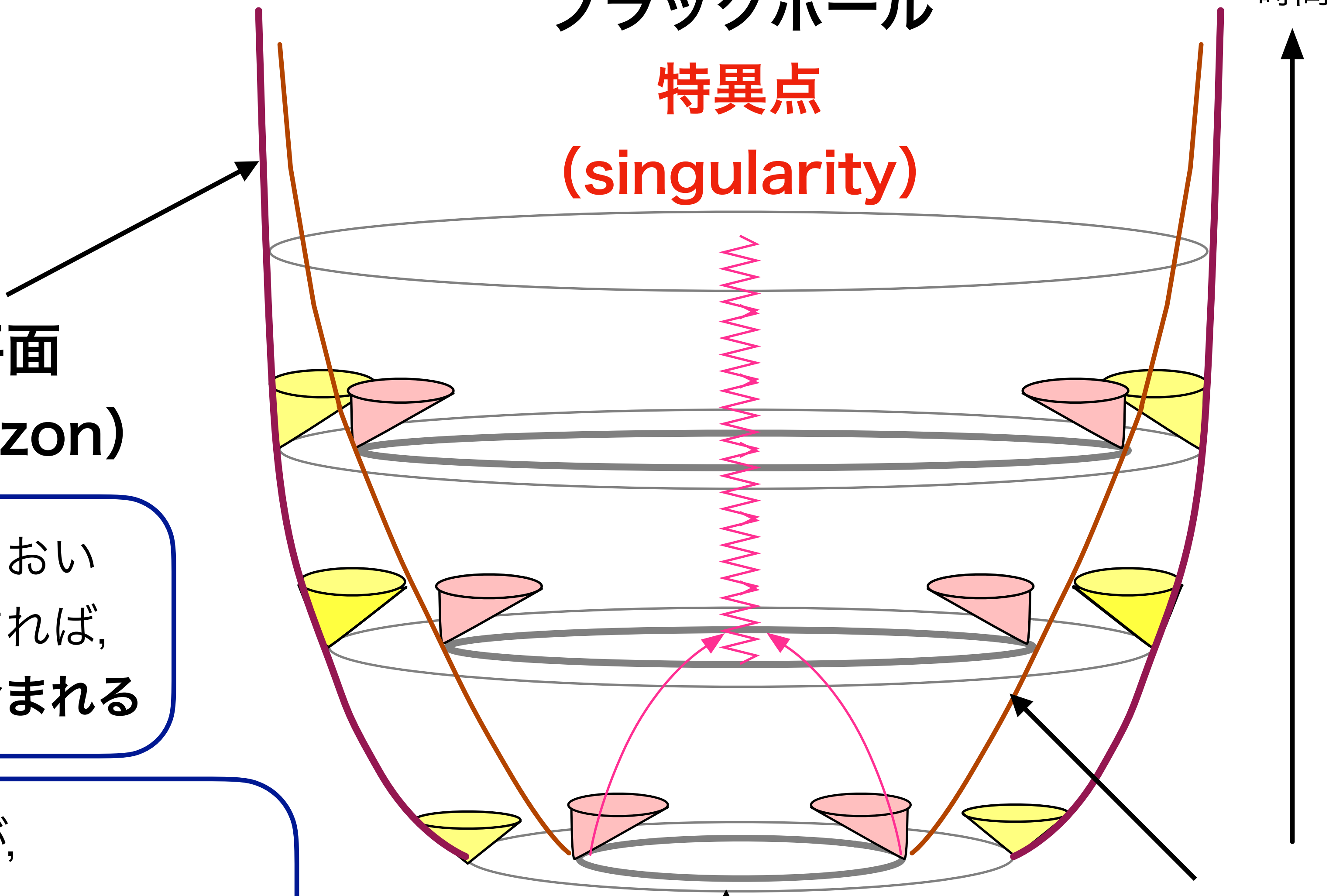


特異点定理（ペンローズ，1965年）

ブラックホールの定義　＝　光が無限遠まで届かない空間領域
（事象の地平面の内側）

光円錐(light cone)





ブラックホール

特異点
(singularity)

時間

事象の地平面
(Event Horizon)

見かけの地平面
(Apparent Horizon)

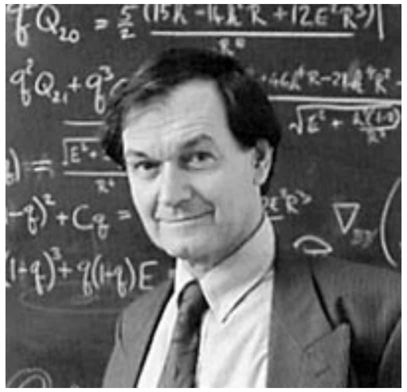
捕捉面
(Trapped Surface)

大域的に双曲的な漸近平坦時空において，光的エネルギー条件が成立すれば，
捕捉面はブラックホール内部に含まれる

大域的に双曲的な漸近平坦時空が，
(1) 光的エネルギー条件が成立
(2) 宇宙が空間的に無限大
(3) **捕捉面が存在**
の条件をみたせば，**特異な測地線が存在する**

時空の対称性に関係なく，特異点は形成される!

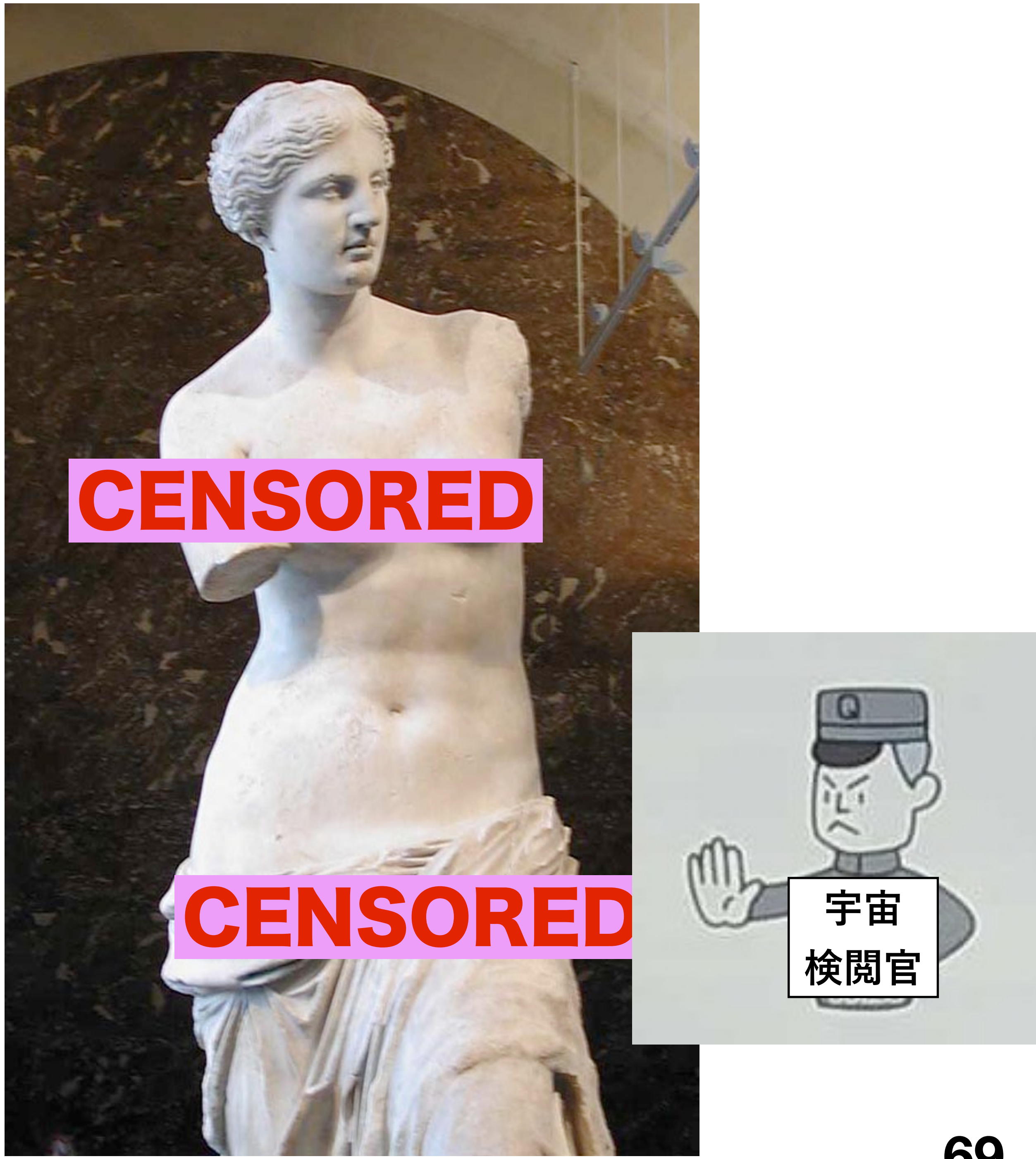
宇宙検閲仮説（ペンローズ，1969/79年）



特異点が発生すると，物理の議論ができなくなって困る．

特異点発生は，物理的に禁止されているのではないか？

cosmic censorship conjecture



弱い宇宙検閲仮説　R. Penrose (1969)

適切なエネルギー条件をみたす漸近平坦時空では，重力崩壊によって発生するすべての**特異点は，ブラックホールの事象の地平面に覆われる．**

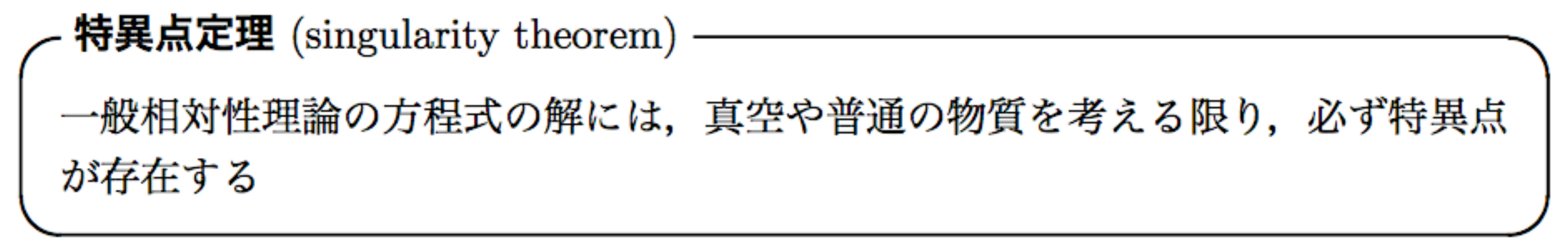
「裸の特異点は，見えてはならない」

強い宇宙検閲仮説　R. Penrose (1979)

適切なエネルギー条件をみたす漸近平坦時空では，**裸の特異点は形成されない．**

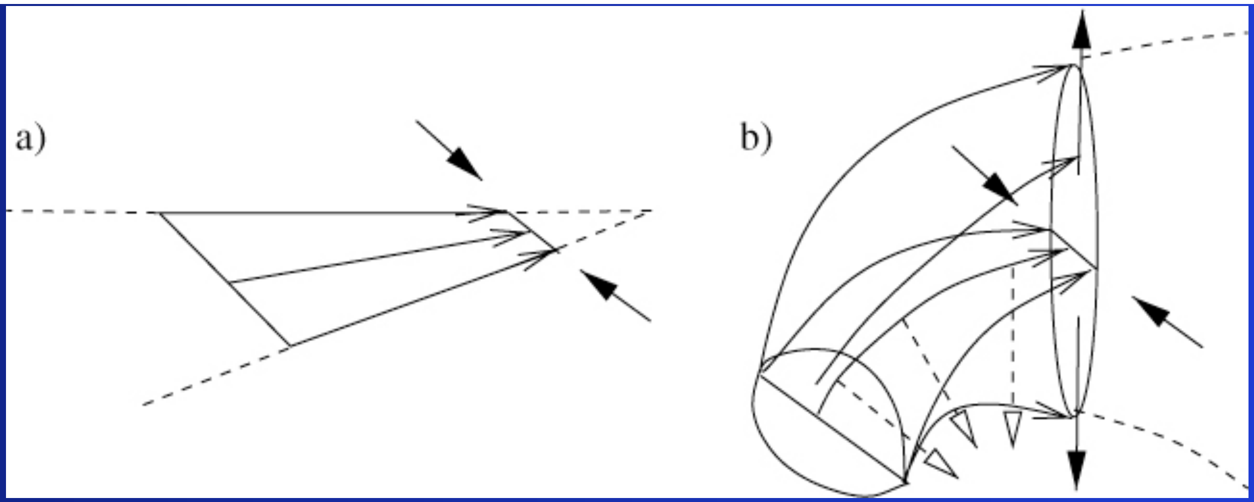
「裸の特異点は，存在しない」

特異点定理

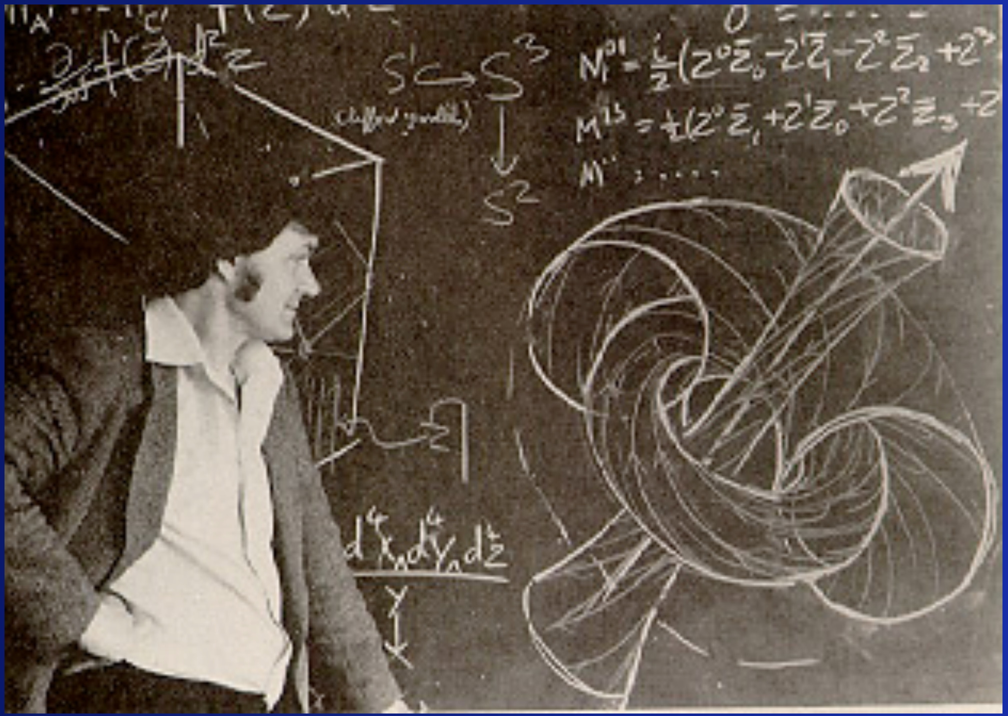


特異点定理 (singularity theorem)

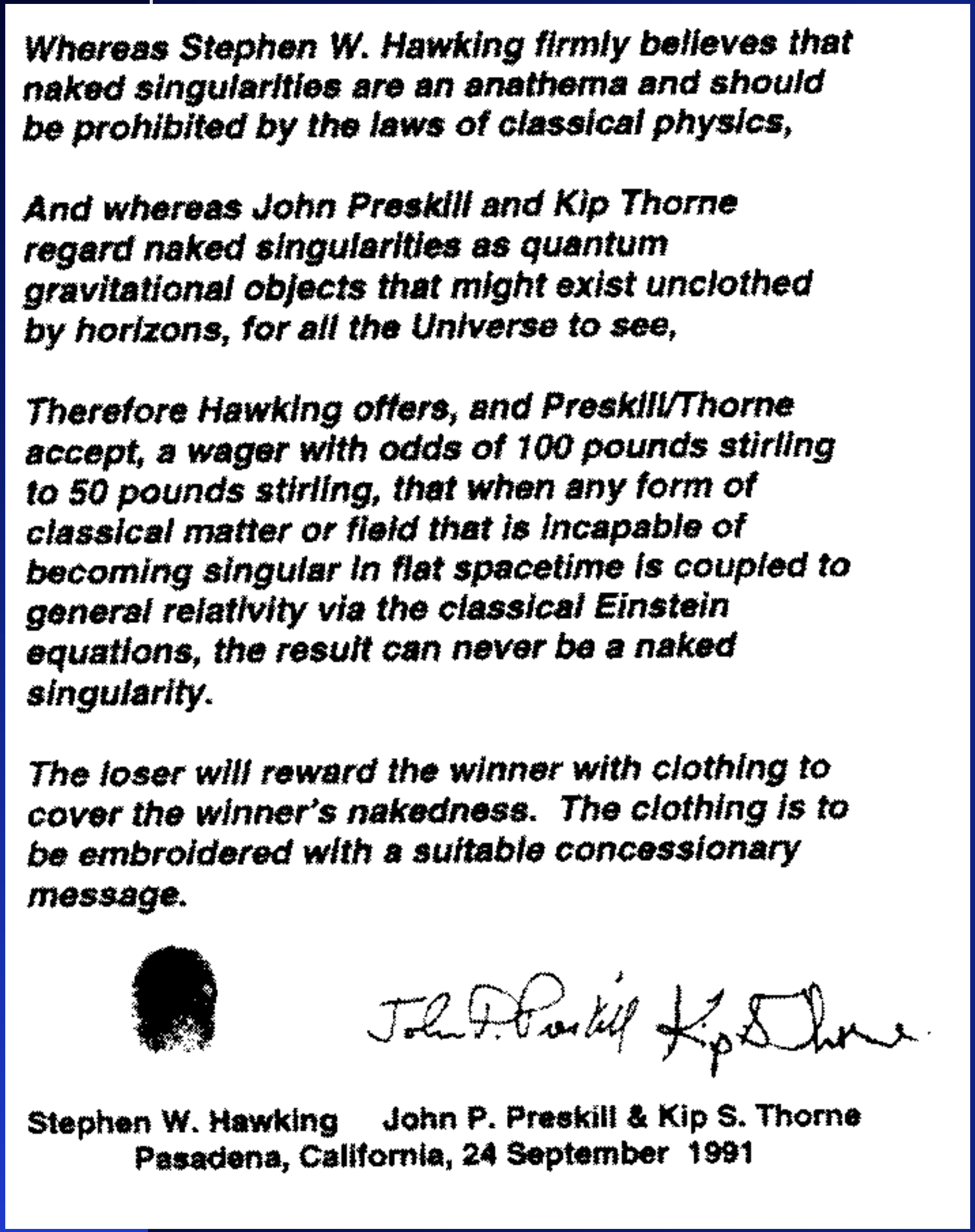
一般相対性理論の方程式の解には，真空や普通の物質を考える限り，必ず特異点が存在する



http://iopscience.iop.org/1475-7516/2005/10/017



ホーキングとソーンの賭け



Whereas Stephen W. Hawking firmly believes that naked singularities are an anathema and should be prohibited by the laws of classical physics,

And whereas John Preskill and Kip Thorne regard naked singularities as quantum gravitational objects that might exist unclothed by horizons, for all the Universe to see,

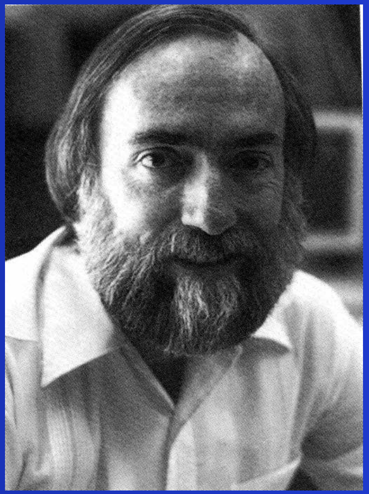
Therefore Hawking offers, and Preskill/Thorne accept, a wager with odds of 100 pounds stirling to 50 pounds stirling, that when any form of classical matter or field that is incapable of becoming singular in flat spacetime is coupled to general relativity via the classical Einstein equations, the result can never be a naked singularity.

The loser will reward the winner with clothing to cover the winner's nakedness. The clothing is to be embroidered with a suitable concessionary message.

John P. Preskill Kip S Thorne

Stephen W. Hawking **John P. Preskill & Kip S. Thorne**
Pasadena, California, 24 September 1991

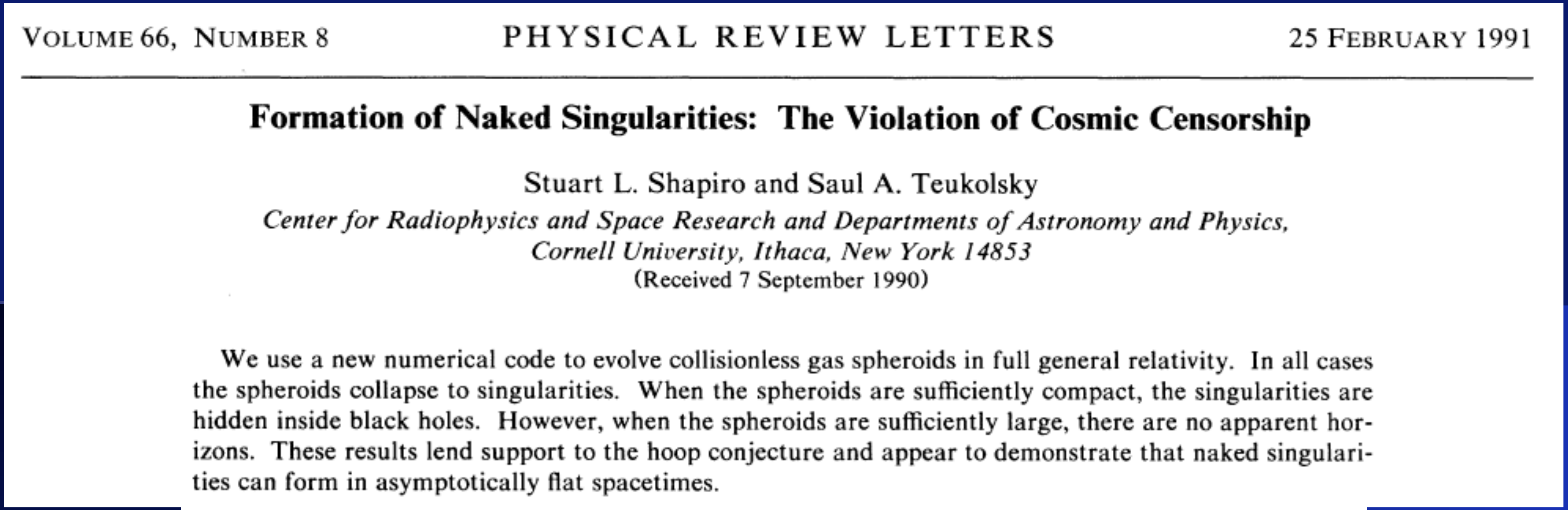
ホーキング
「裸の特異点は物理法則によって禁止されている」



ソーン，プレスキル
「あり得る」

敗者は裸体を覆う着物を勝者に与えること

1991年９月24日

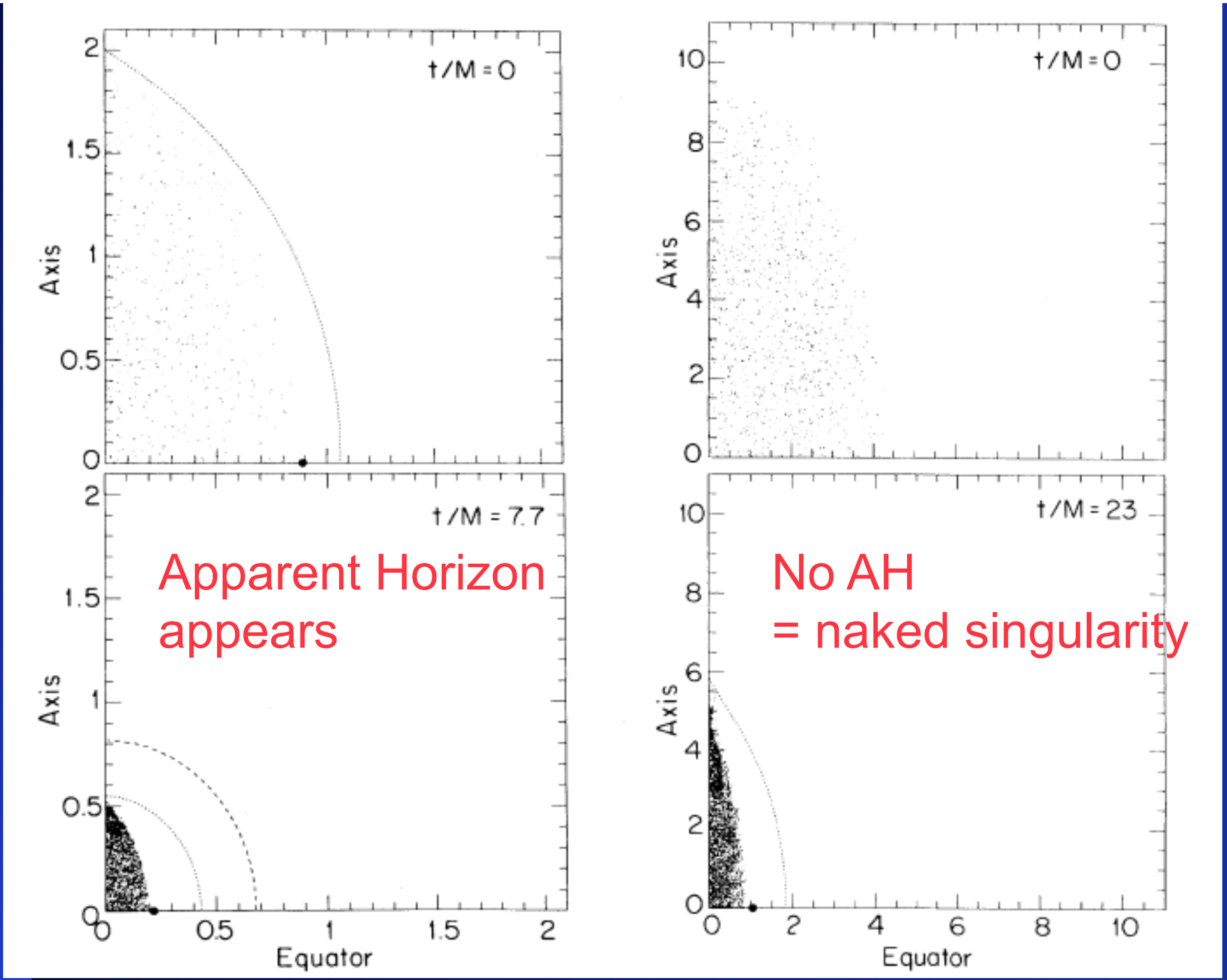


VOLUME 66, NUMBER 8 PHYSICAL REVIEW LETTERS 25 FEBRUARY 1991

Formation of Naked Singularities: The Violation of Cosmic Censorship

Stuart L. Shapiro and Saul A. Teukolsky
Center for Radiophysics and Space Research and Departments of Astronomy and Physics,
Cornell University, Ithaca, New York 14853
(Received 7 September 1990)

We use a new numerical code to evolve collisionless gas spheroids in full general relativity. In all cases the spheroids collapse to singularities. When the spheroids are sufficiently compact, the singularities are hidden inside black holes. However, when the spheroids are sufficiently large, there are no apparent horizons. These results lend support to the hoop conjecture and appear to demonstrate that naked singularities can form in asymptotically flat spacetimes.



Apparent Horizon
appears

No AH
= naked singularity

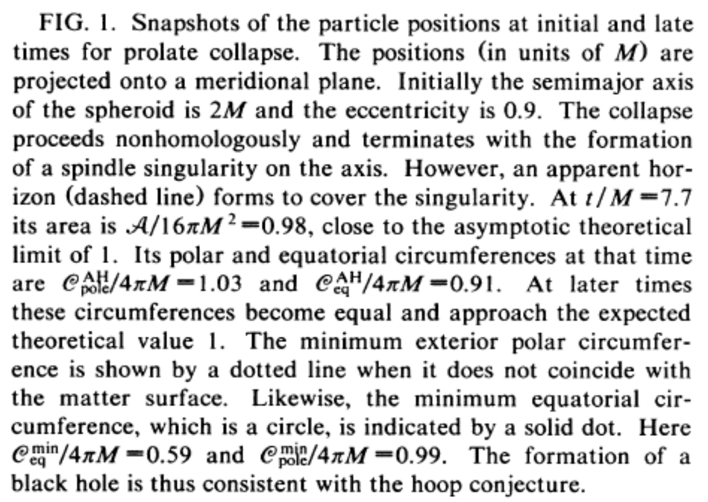


FIG. 1. Snapshots of the particle positions at initial and late times for prolate collapse. The positions (in units of M) are projected onto a meridional plane. Initially the semimajor axis of the spheroid is $2M$ and the eccentricity is 0.9. The collapse proceeds nonhomologously and terminates with the formation of a spindle singularity on the axis. However, an apparent horizon (dashed line) forms to cover the singularity. At $t/M=7.7$ its area is $\mathcal{A}/16\pi M^2=0.98$, close to the asymptotic theoretical limit of 1. Its polar and equatorial circumferences at that time are $\mathcal{C}^{\rm AH}_{\rm pole}/4\pi M=1.03$ and $\mathcal{C}^{\rm AH}_{\rm eq}/4\pi M=0.91$. At later times these circumferences become equal and approach the expected theoretical value 1. The minimum exterior polar circumference is shown by a dotted line when it does not coincide with the matter surface. Likewise, the minimum equatorial circumference, which is a circle, is indicated by a solid dot. Here $\mathcal{C}^{\rm min}_{\rm eq}/4\pi M=0.59$ and $\mathcal{C}^{\rm min}_{\rm pole}/4\pi M=0.99$. The formation of a black hole is thus consistent with the hoop conjecture.

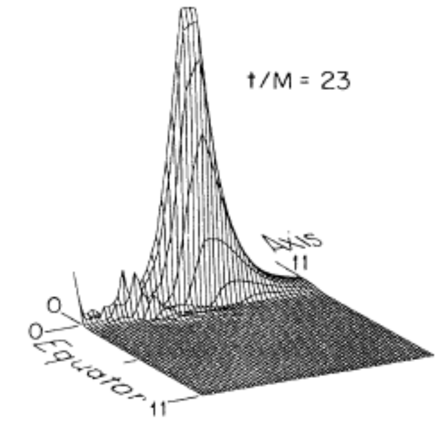
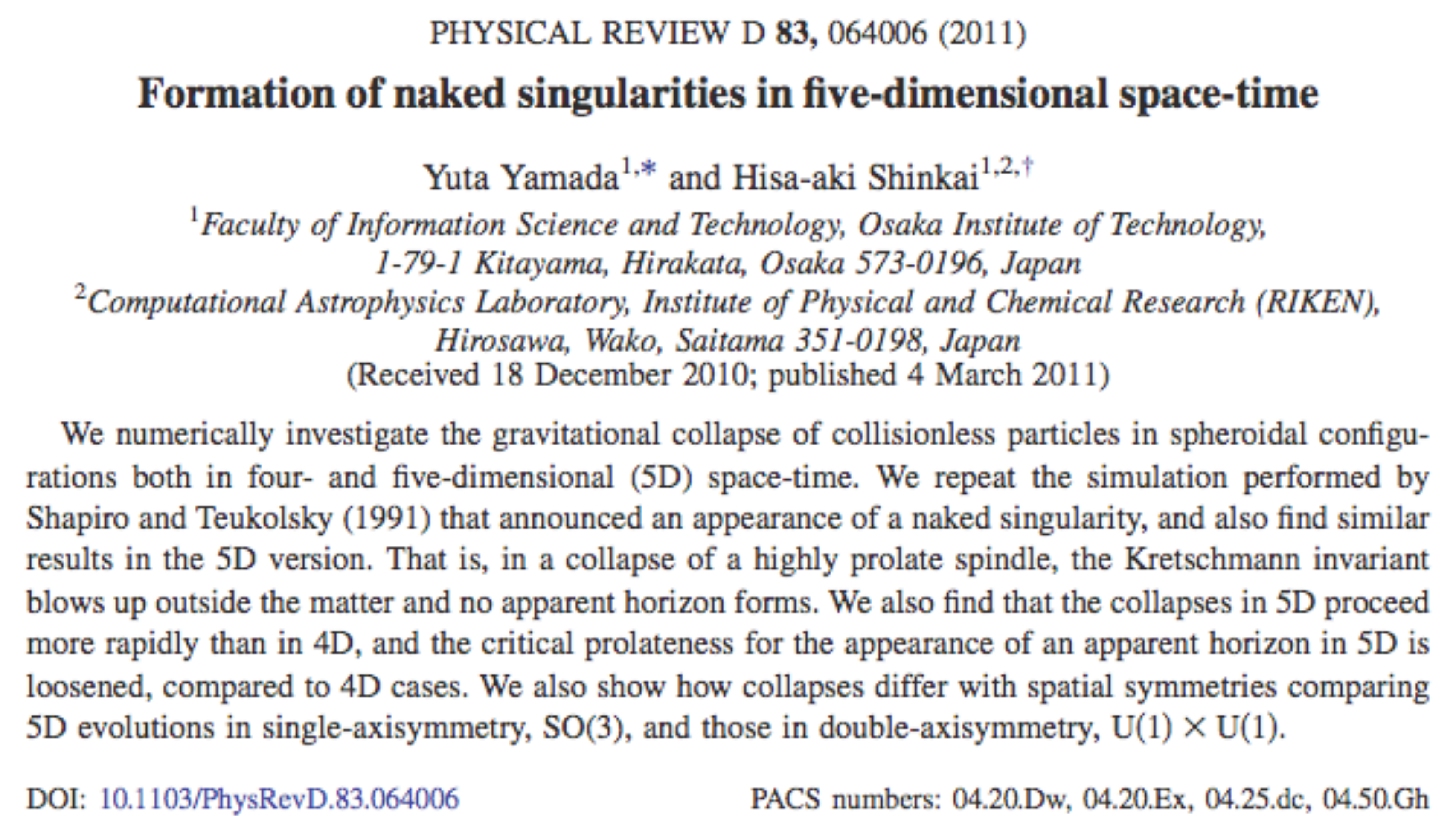


FIG. 4. Profile of I in a meridional plane for the collapse shown in Fig. 2. For the case of 32 angular zones shown here, the peak value of I is $24/M^4$ and occurs on the axis just outside the matter.



PHYSICAL REVIEW D **83,** 064006 (2011)

Formation of naked singularities in five-dimensional space-time

Yuta Yamada[1,*] and Hisa-aki Shinkai[1,2,†]

[1]*Faculty of Information Science and Technology, Osaka Institute of Technology,*
1-79-1 Kitayama, Hirakata, Osaka 573-0196, Japan
[2]*Computational Astrophysics Laboratory, Institute of Physical and Chemical Research (RIKEN),*
Hirosawa, Wako, Saitama 351-0198, Japan

(Received 18 December 2010; published 4 March 2011)

We numerically investigate the gravitational collapse of collisionless particles in spheroidal configurations both in four- and five-dimensional (5D) space-time. We repeat the simulation performed by Shapiro and Teukolsky (1991) that announced an appearance of a naked singularity, and also find similar results in the 5D version. That is, in a collapse of a highly prolate spindle, the Kretschmann invariant blows up outside the matter and no apparent horizon forms. We also find that the collapses in 5D proceed more rapidly than in 4D, and the critical prolateness for the appearance of an apparent horizon in 5D is loosened, compared to 4D cases. We also show how collapses differ with spatial symmetries comparing 5D evolutions in single-axisymmetry, SO(3), and those in double-axisymmetry, U(1) × U(1).

DOI: 10.1103/PhysRevD.83.064006 PACS numbers: 04.20.Dw, 04.20.Ex, 04.25.dc, 04.50.Gh

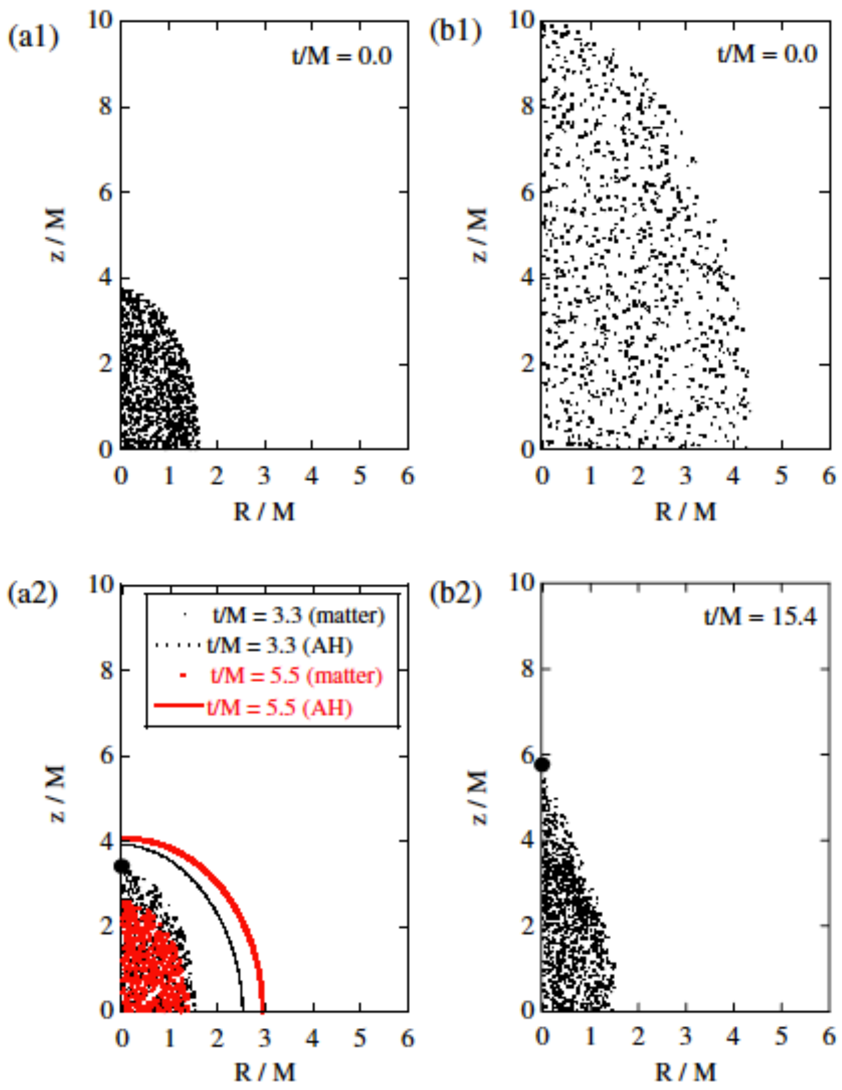


FIG. 2 (color online). Snapshots of 5D axisymmetric evolution with the initial matter distribution of $b/M = 4$ [(a1) and (a2); model 5DSβ in Table I] and 10 [(b1) and (b2); model 5DSδ]. We see the apparent horizon (AH) is formed at the coordinate time $t/M = 3.3$ for the former model and the area of AH increases, while AH is not observed for the latter model up to the time $t/M = 15.4$, when our code stops due to the large curvature. The big circle indicates the location of the maximum Kretschmann invariant $I_{\max}$ at the final time at each evolution. Number of particles are reduced to 1/10 for figures.

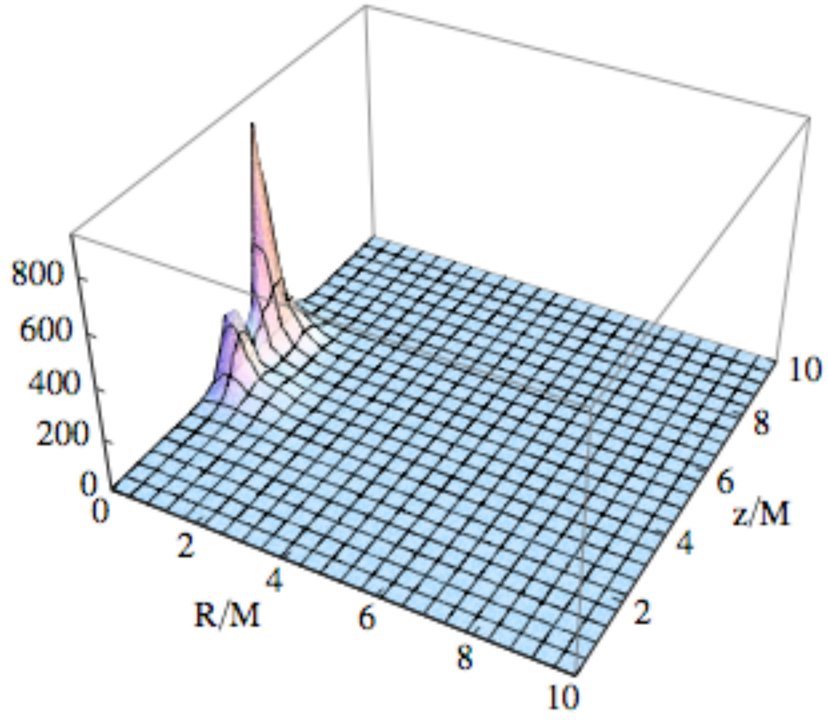
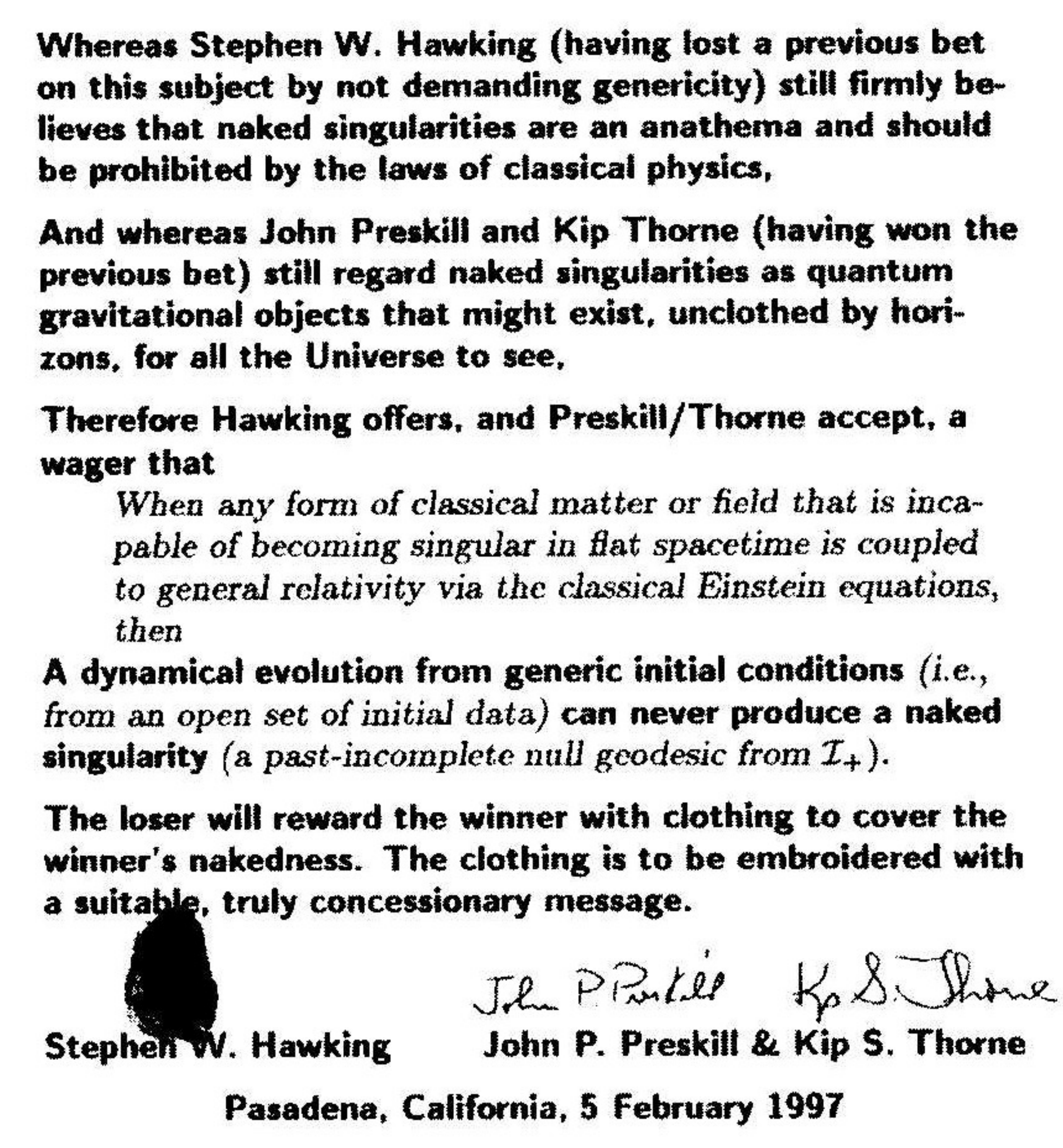


FIG. 3 (color online). Kretschmann invariant I for model 5DSδ at $t/M = 15.4$. The maximum is $O(1000)$, and its location is on z-axis, just outside of the matter.

ホーキングとソーンの賭け　2



Whereas Stephen W. Hawking (having lost a previous bet on this subject by not demanding genericity) still firmly believes that naked singularities are an anathema and should be prohibited by the laws of classical physics,

And whereas John Preskill and Kip Thorne (having won the previous bet) still regard naked singularities as quantum gravitational objects that might exist, unclothed by horizons, for all the Universe to see,

Therefore Hawking offers, and Preskill/Thorne accept, a wager that

> *When any form of classical matter or field that is incapable of becoming singular in flat spacetime is coupled to general relativity via the classical Einstein equations, then*

A dynamical evolution from generic initial conditions (*i.e.*, *from an open set of initial data*) **can never produce a naked singularity** (*a past-incomplete null geodesic from* $\mathcal{I}_+$).

The loser will reward the winner with clothing to cover the winner's nakedness. The clothing is to be embroidered with a suitable, truly concessionary message.

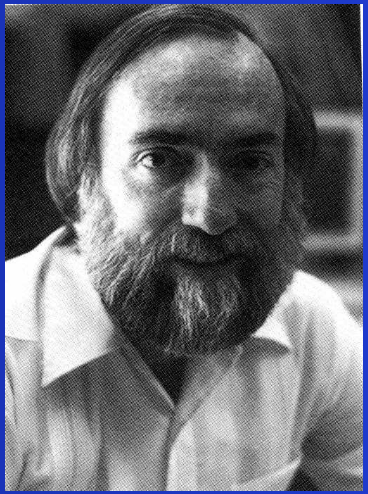
John P Preskill　Kip S. Thorne

Stephen W. Hawking　**John P. Preskill & Kip S. Thorne**

Pasadena, California, 5 February 1997

ホーキング

「一般的な初期条件では，裸の特異点は発生しない」



ソーン，プレスキル

「あり得る」

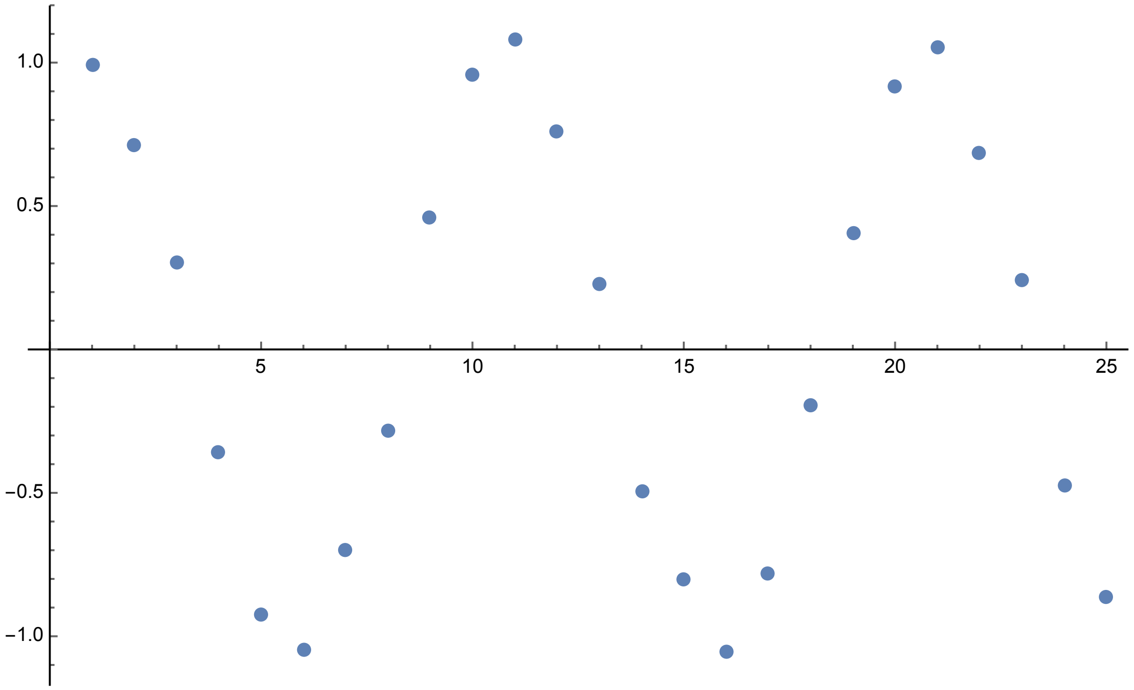
敗者は裸体を覆う着物を勝者に与え，その着物には敗北を認める文章を入れること．

1997年2月5日

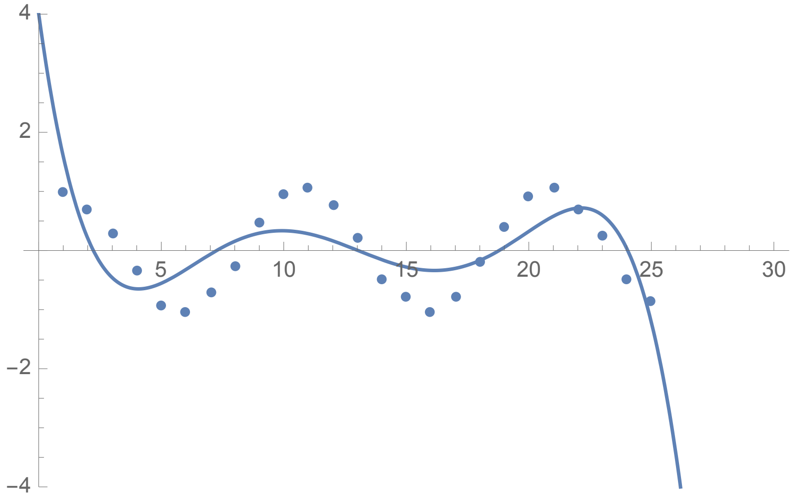
Sparse modeling (疎性モデリング)　introduction

```
Sin[i Pi/5 + Pi/3]
 + RandomReal[{-0.1, 0.1}]
```

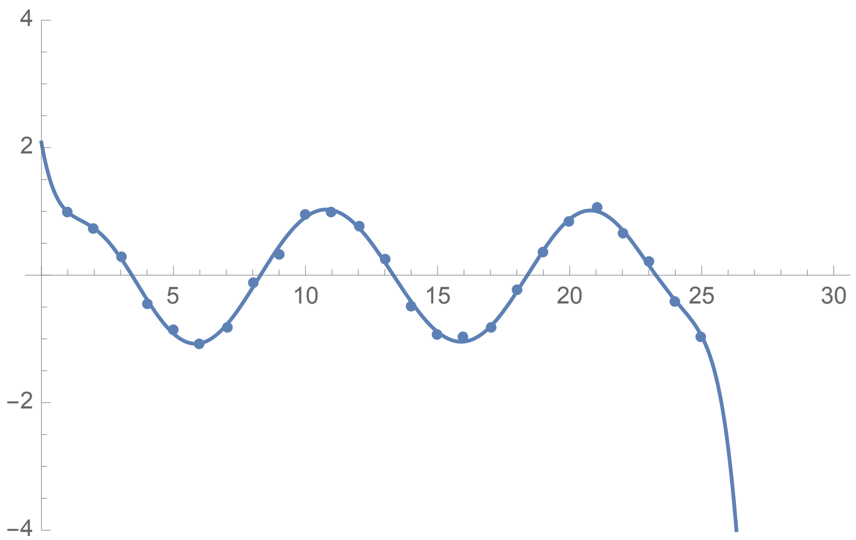
25 pt data



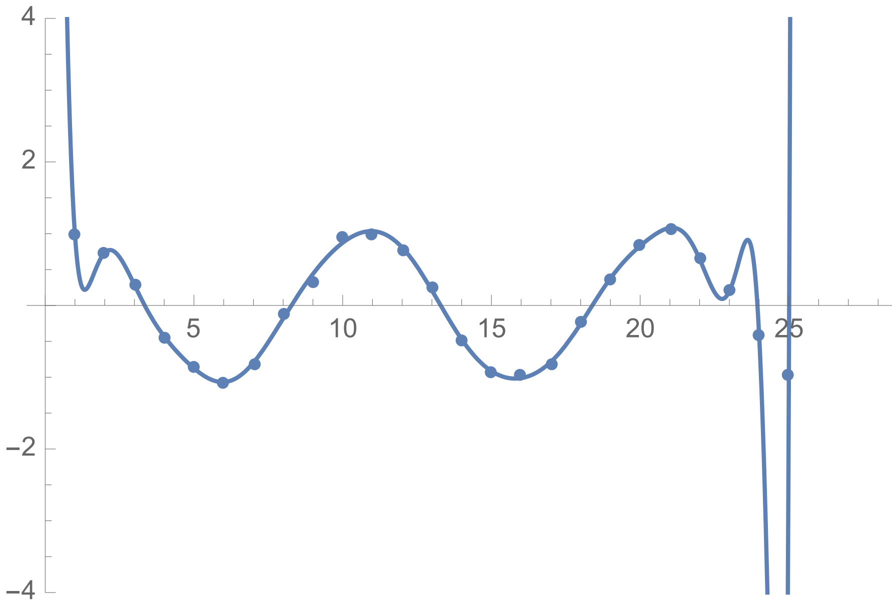
fitting up to x^5



fitting up to x^10



fitting up to x^25

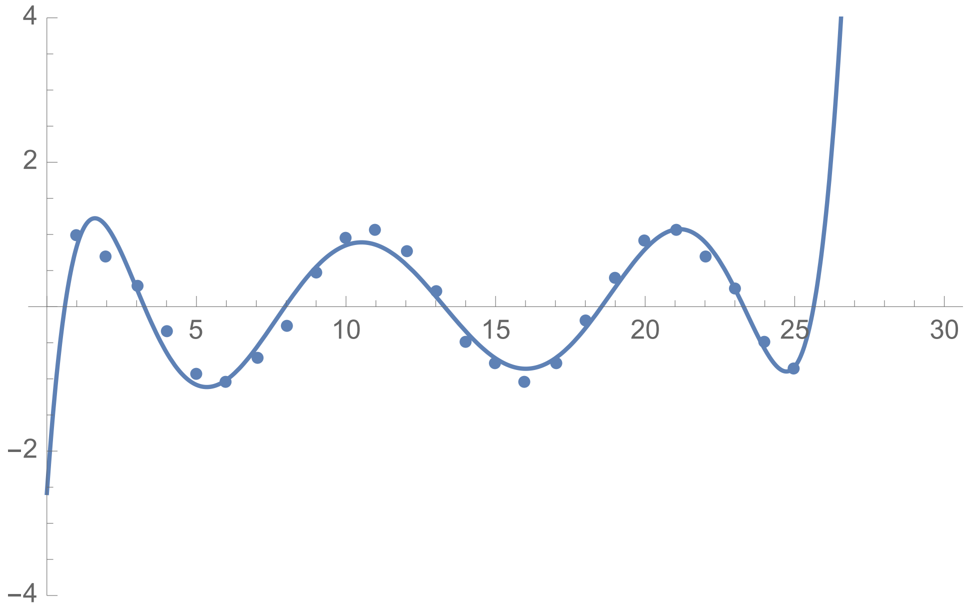


$$53.7899 - 151.583\,x + 178.296\,x^{2} - 115.918\,x^{3} + 46.9704\,x^{4} - 12.6065\,x^{5} + 2.30156\,x^{6} - 0.28538\,x^{7} + 0.0230585\,x^{8} - 0.00104673\,x^{9} + 8.43045\times10^{-6}\,x^{10} + 1.54191\times10^{-6}\,x^{11} - 4.25305\times10^{-8}\,x^{12} - 2.23891\times10^{-9}\,x^{13} + 7.47783\times10^{-11}\,x^{14} + 4.10585\times10^{-12}\,x^{15} - 9.09328\times10^{-14}\,x^{16} - 8.04044\times10^{-15}\,x^{17} + 4.79003\times10^{-17}\,x^{18} + 1.46216\times10^{-17}\,x^{19} + 1.02793\times10^{-19}\,x^{20} - 2.5521\times10^{-20}\,x^{21} - 2.74335\times10^{-22}\,x^{22} + 5.38566\times10^{-23}\,x^{23} - 1.39172\times10^{-24}\,x^{24} + 1.17278\times10^{-26}\,x^{25}$$

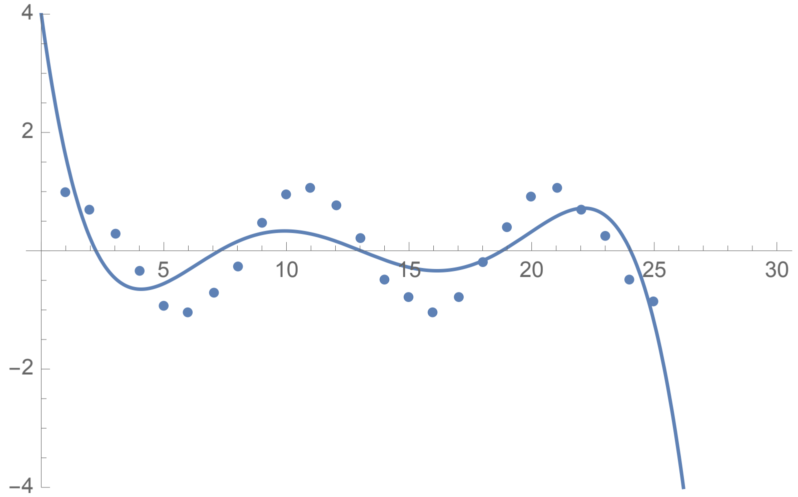
Sparse modeling (疎性モデリング)　introduction

fitting up to x^7

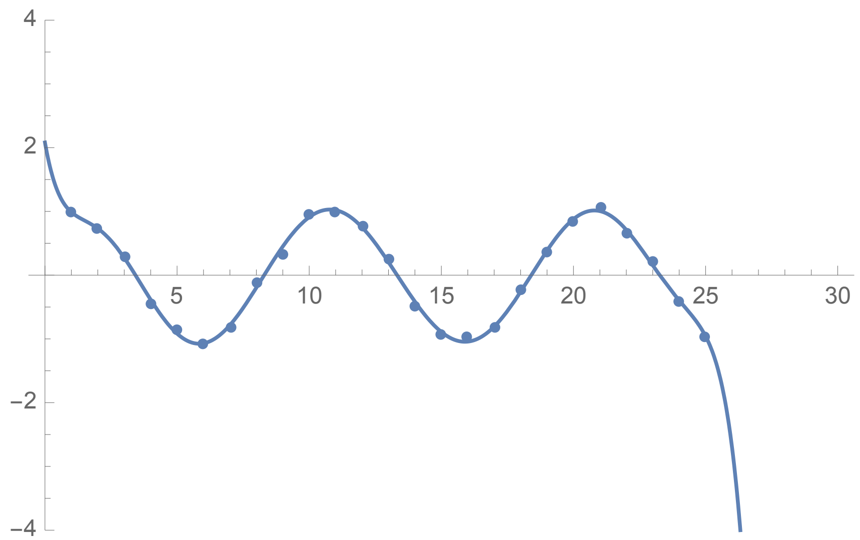
$$-2.58003+5.95476\,x-3.14124\,x^{2}+0.668408\,x^{3}-0.0698719\,x^{4}+0.0038123\,x^{5}-0.000104163\,x^{6}+1.12509\times10^{-6}\,x^{7}$$



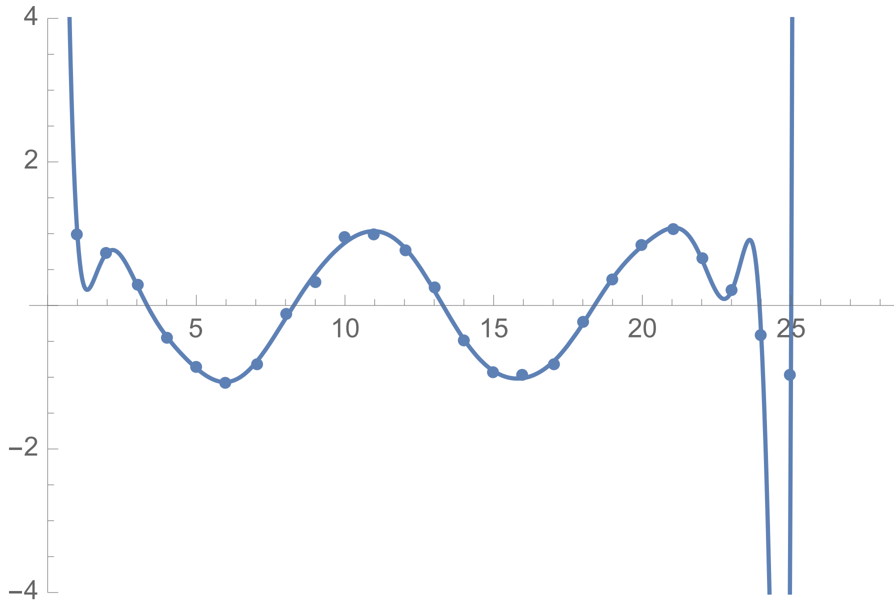
fitting up to x^5



fitting up to x^10



fitting up to x^25



$$53.7899-151.583\,x+178.296\,x^{2}-115.918\,x^{3}+46.9704\,x^{4}-12.6065\,x^{5}+2.30156\,x^{6}-0.28538\,x^{7}+0.0230585\,x^{8}-0.00104673\,x^{9}+8.43045\times10^{-6}\,x^{10}+1.54191\times10^{-6}\,x^{11}-4.25305\times10^{-8}\,x^{12}-2.23891\times10^{-9}\,x^{13}+7.47783\times10^{-11}\,x^{14}+4.10585\times10^{-12}\,x^{15}-9.09328\times10^{-14}\,x^{16}-8.04044\times10^{-15}\,x^{17}+4.79003\times10^{-17}\,x^{18}+1.46216\times10^{-17}\,x^{19}+1.02793\times10^{-19}\,x^{20}-2.5521\times10^{-20}\,x^{21}-2.74335\times10^{-22}\,x^{22}+5.38566\times10^{-23}\,x^{23}-1.39172\times10^{-24}\,x^{24}+1.17278\times10^{-26}\,x^{25}$$

Sparse modeling (疎性モデリング)　introduction

fitting the data with noise

=> we do not need a fitting function which passes all the data
(overfitting, 過適合)

=> rather we should find a fitting as it has more zero-components

signal　redundant dictionary　data

$$\begin{pmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{m1} & A_{m2} & \dots & A_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} \qquad (m < n), \quad \mathrm{rank}(A) = \min(m, n)$$

with many zero components
=> minimize

$$||\boldsymbol{x}||_0 \quad \equiv \quad |\mathrm{supp}(\boldsymbol{x})| \equiv |\,\{i = \{1, 2, \cdots, n\} : x_i \neq 0\}\,|$$

LASSO

Linear regression problem.

▼ error

$$\boldsymbol{y_i} = \boldsymbol{\beta_1 x_i^{(1)}} + \boldsymbol{\beta_2 x_i^{(2)}} + \cdots + \boldsymbol{\beta_p x_i^{(p)}} + \boldsymbol{\varepsilon_i} \tag{1}$$

Find β, which minimize

$$\min_\beta \quad \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_i^{(j)} \right)^2 \tag{2}$$

and also with sparse β. ◀ **sparse = as much zero-components**

LASSO (least absolute shrinkage and selection operator)

Tibshirani (1996)

$$\min_\beta \quad \sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_i^{(j)} \right)^2 \qquad \boxed{\text{subject to} \quad \sum_{i=1}^{N} |\beta_j| \le t}$$

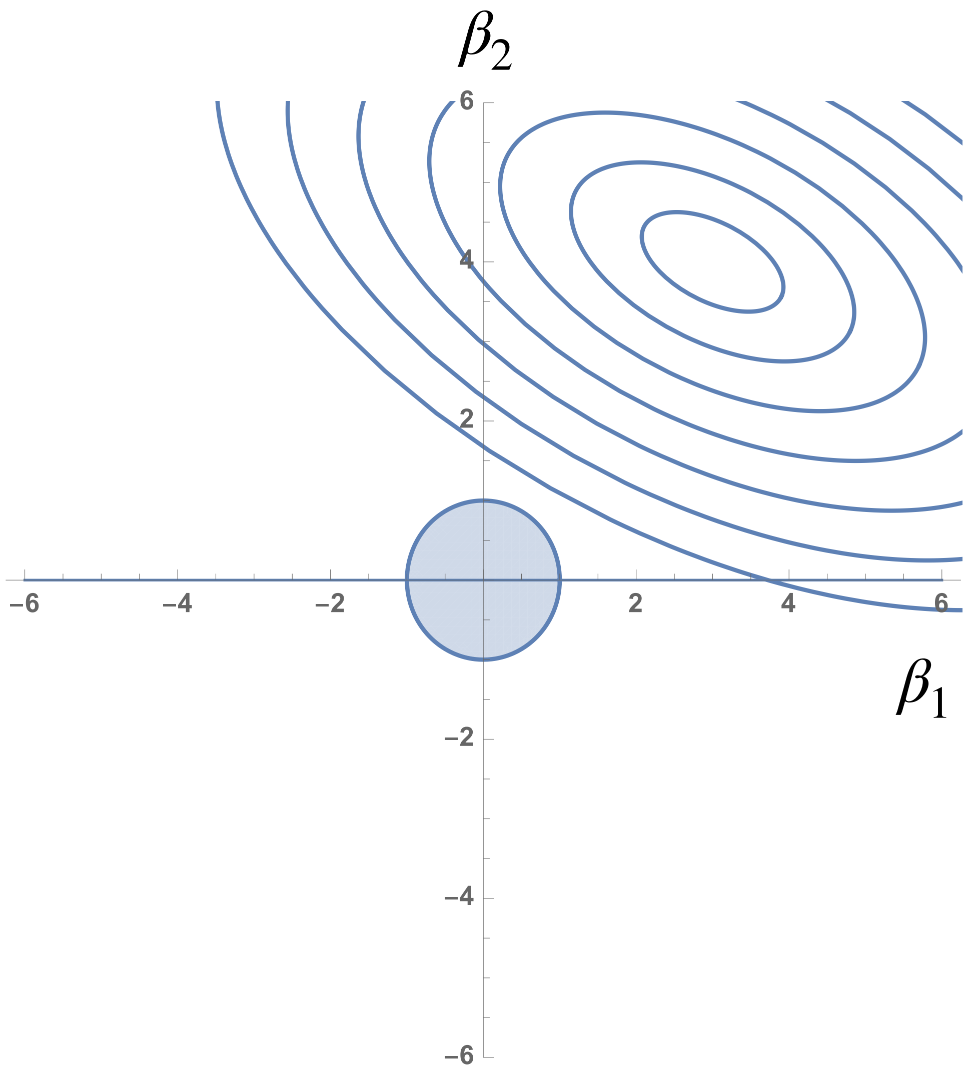
which is equivalent with finding β which minimize the following equation:

$$\min_\beta \quad \left[\sum_{i=1}^{N} \left(y_i - \sum_{j=1}^{p} \beta_j x_i^{(j)} \right)^2 + \lambda \sum_{i=1}^{N} |\beta_j| \right] = \quad \min_\beta \quad \left[\left\| \boldsymbol{y} - \sum_{j=1}^{p} \beta_j \boldsymbol{x}^{(j)} \right\|_2^2 + \lambda \, ||\boldsymbol{\beta}||_1 \right]$$

▲ **L1-norm** ▲ **L1-norm**

Why L1-norm constraint makes sparse solution?

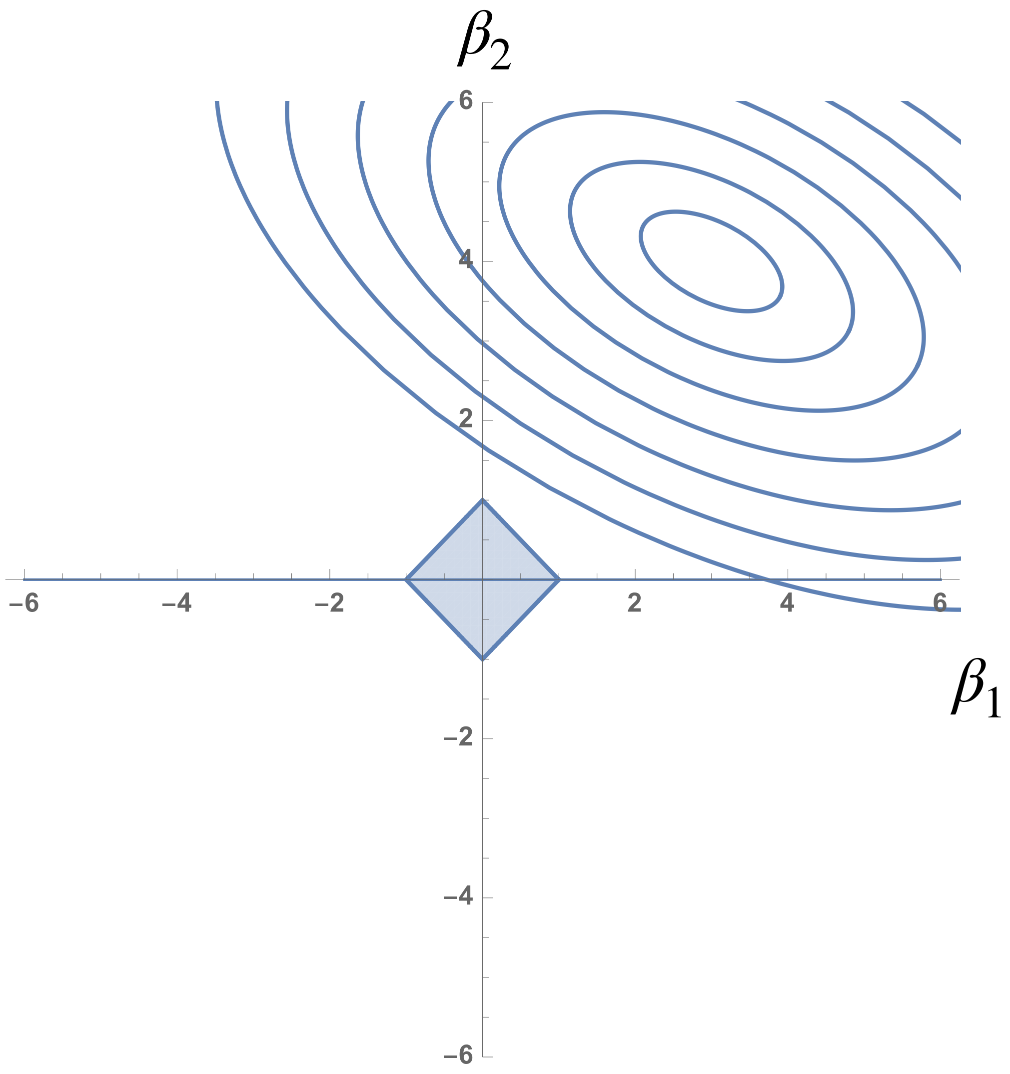
Rigde Regression



$$\min_\beta \left[\left\| \boldsymbol{y} - \sum_{j=1}^{p} \beta_j \boldsymbol{x}^{(j)} \right\|_2^2 + \lambda ||\boldsymbol{\beta}||_2 \right]$$

▲ **L2-norm**

LASSO



$$\min_\beta \left[\left\| \boldsymbol{y} - \sum_{j=1}^{p} \beta_j \boldsymbol{x}^{(j)} \right\|_2^2 + \lambda ||\boldsymbol{\beta}||_1 \right]$$

▲ **L1-norm**

LASSO variations

- elestic net = LASSO + Ridge Regression

$$\min_\beta \quad \left[\left\| \boldsymbol{y} - \sum_{j=1}^{p} \beta_j \boldsymbol{x}^{(j)} \right\|_2^2 + \lambda \left((1-\alpha) \left|\left|\boldsymbol{\beta}\right|\right|_1 + \alpha \left|\left|\boldsymbol{\beta}\right|\right|_2 \right) \right] \tag{1}$$

- fused LASSO (for time series data)

▶ Image Processing

▶ time-series data

$$\min_\beta \quad \left[\sum_{i=1}^{N} (y_i - \beta_i)^2 + \lambda \sum_{i=1}^{N-1} |\beta_{i+1} - \beta_i| \right] \tag{2}$$

- Classification problem: Set the logistic regression for probability function

$$p(y \mid \boldsymbol{x}; \boldsymbol{\beta}, \beta_0) = \frac{\exp\left[y(\beta_0 + \sum_j \beta_j \boldsymbol{x}^{(j)}) \right]}{1 + \exp\left[\beta_0 + \sum_j \beta_j \boldsymbol{x}^{(j)} \right]} \tag{3}$$

and consider

$$\min_\beta \quad \sum_{i=1}^{N} \left[-\log p_i(y_i \mid \boldsymbol{x}_i; \boldsymbol{\beta}, \beta_0) + \lambda ||\boldsymbol{\beta}||_1 \right] \tag{4}$$

▶ Machine Learning

▶ Big-data analysis

Exercise of Noise Removing

LASSO

From noisy data $I_{\rm input}$ to reconstructed data $I_{\rm output}$. Try to minimize

$$F = \frac{1}{2}|I_{\rm output} - I_{\rm input}|^2 + \lambda |I_{\rm output}|. \tag{1}$$

In actual, let the output (each cell component) x_i and the input b_i. Set $\boxed{x_i = a_i e_i}$, where $a_i > 0$ and $e_i = +1$ or -1.

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2}\sum_i (x_i - b_i)^2 + \lambda \sum_i |x_i| \\ &= \frac{1}{2}\sum_i (a_i e_i - b_i)^2 + \lambda \sum_i |e_i| a_i \end{aligned}$$

If we want to minimize this equation, $e_i = \text{sgn } (b_i)$, therefore

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2}\sum_i (a_i \text{sgn } (b_i) - b_i)^2 + \lambda \sum_i |e_i| a_i \\ &= \frac{1}{2}\sum_i (a_i - |b_i|)^2 + \lambda \sum_i |e_i| a_i \\ &= \frac{1}{2}\sum_i (a_i - |b_i| + \lambda)^2 + 2\lambda |b_i| - \lambda^2 \end{aligned}$$

so that we obtain $a_i = \max\ (|b_i| - \lambda, 0)$.

https://lp-tech.net/articles/CY2Kn

Exercise of Noise Removing

Total Variation (Bregman Iteration)

From noisy data I_{input} to reconstructed data $u \equiv I_{\text{output}}$. Try to minimize

$$F = \boxed{|\nabla_x u| + |\nabla_y u|} + \frac{\lambda}{2}\boxed{|u - I_{\text{input}}|^2.} \tag{1}$$

This makes differences of each nearest cells are sparse, which makes monotonic colors.

To weakly enforce the constraints in this formulation as to minimize

$$\text{minimize}_{u,d_x,d_y} |d_x| + |d_y| + \frac{\lambda}{2}|u - I_{\text{input}}|^2 + \frac{\mu}{2}\left(|\nabla_x u - d_x|^2 + |\nabla_y u - d_y|^2\right) \tag{2}$$

where $d_x \equiv \nabla_x u, d_y \equiv \nabla_y u$ (independent values to $\nabla_x u$ and $\nabla_y u$). **Bregman Iteration** is to split this converging process in k-steps as

$$u^{k+1} = \text{minimize}_{u,d_x,d_y} |d_x| + |d_y| + \frac{\lambda}{2}|u - I_{\text{input}}|^2 + \frac{\mu}{2}\left(|\nabla_x u - d_x - b_x^k|^2 + |\nabla_y u - d_y - b_y^k|^2\right) \tag{3}$$

https://lp-tech.net/articles/tkPFr/view

First Image of a black hole : center of M87

地球から5500万光年

https://alma-telescope.jp/news/press/eht-201904

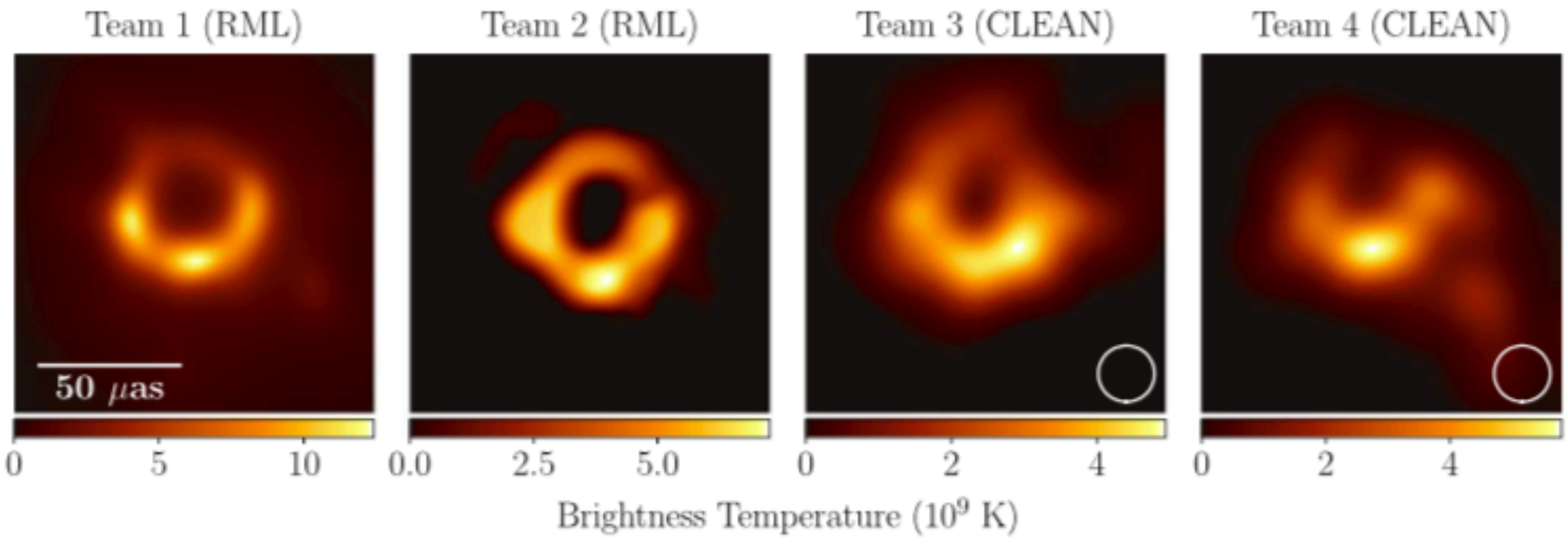
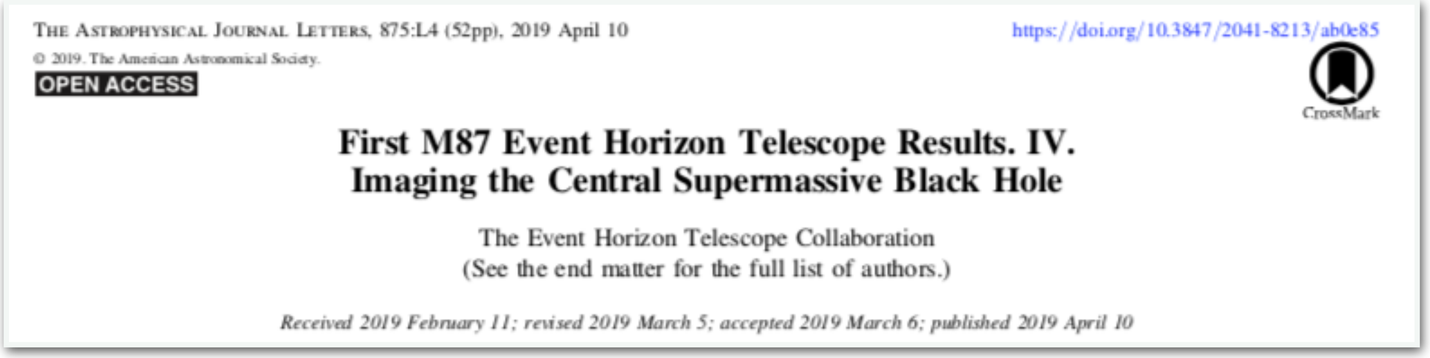


Figure 4. The first EHT images of M87, blindly reconstructed by four independent imaging teams using an early, engineering release of data from the April 11 observations. These images all used a single polarization (LCP) rather than Stokes *I*, which is used in the remainder of this Letter. Images from Teams 1 and 2 used RML methods (no restoring beam); images from Teams 3 and 4 used CLEAN (restored with a circular 20 μas beam, shown in the lower right). The images all show similar morphology, although the reconstructions show significant differences in brightness temperature because of different assumptions regarding the total compact flux density (see Table 2) and because restoring beams are applied only to CLEAN images.

Independent methods:
>>inverse modeling (CLEAN) the standard deconvolution method
>>forward modeling (RML) regularized maximum likelifood
(classical maximum entropy method)



THE ASTROPHYSICAL JOURNAL LETTERS, 875:L4 (52pp), 2019 April 10
https://doi.org/10.3847/2041-8213/ab0e85
© 2019. The American Astronomical Society.
OPEN ACCESS
CrossMark

First M87 Event Horizon Telescope Results. IV. Imaging the Central Supermassive Black Hole

The Event Horizon Telescope Collaboration
(See the end matter for the full list of authors.)

Received 2019 February 11; revised 2019 March 5; accepted 2019 March 6; published 2019 April 10

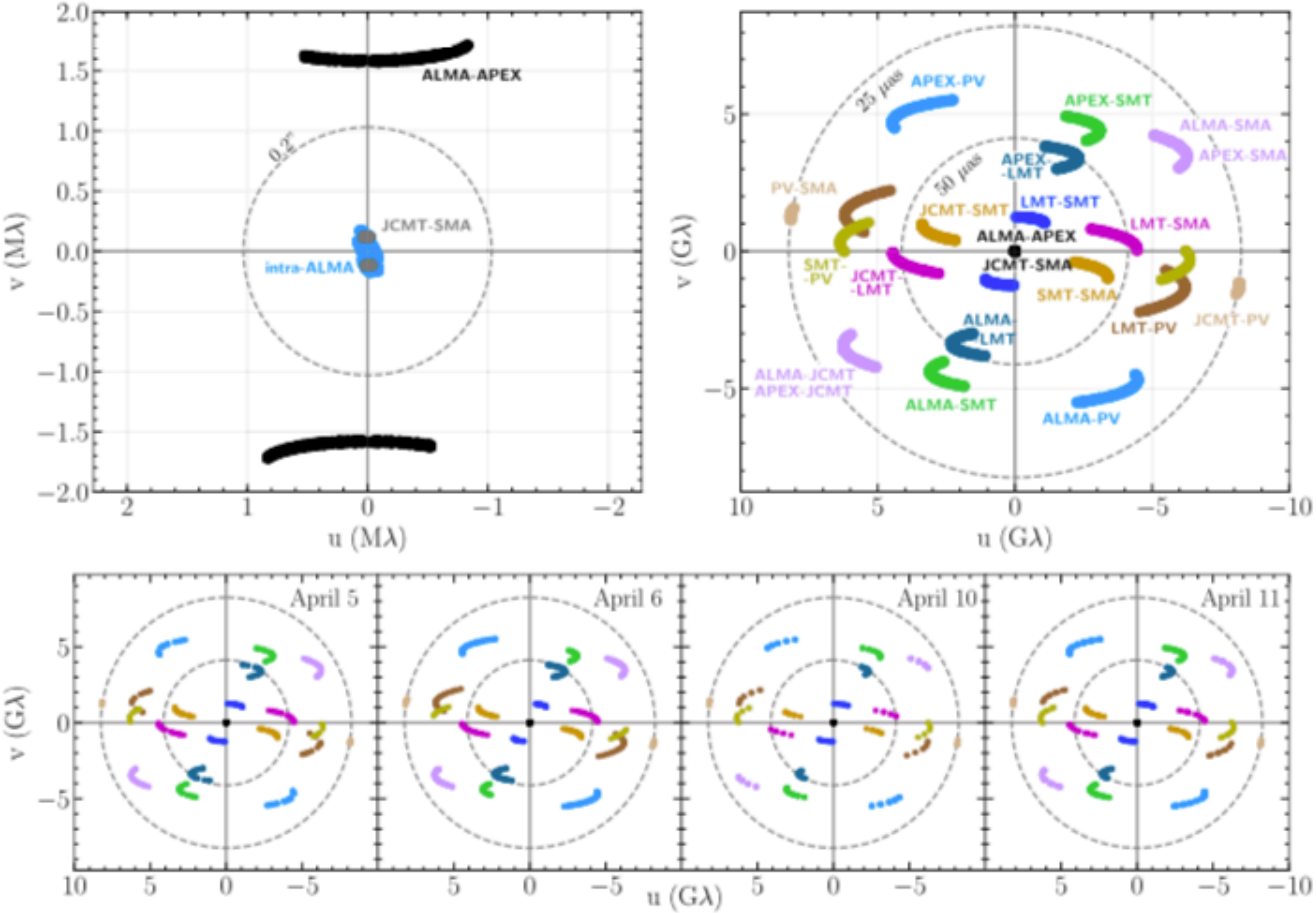


Figure 1. Top panels: aggregate baseline coverage for EHT observations of M87, combining observations on all four days. The left panel shows short-baseline coverage, comprised of ALMA interferometer baselines and intra-site EHT baselines (SMA–JCMT and ALMA–APEX). These short baselines probe angular scales larger than 0.1". The right panel shows long-baseline coverage, comprised of all inter-site EHT baselines. These long baselines span angular scales from 25 to 170 μas. Each point denotes a single scan, which range in duration from 4 to 7 minutes. Bottom panels: the full baseline coverage on M87 for each observation. In all panels, the dashed circles show baseline lengths corresponding to the indicated fringe spacings (0.2" for the upper-left panel; 25 and 50 μas for the remaining panels).

Observed “Visibility” $\boldsymbol{V}$ is Fourier-transformed image $\boldsymbol{I}$: $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{F}\boldsymbol{I}$.

- LASSO

$$\boldsymbol{I} = \mathrm{argmin}_{\boldsymbol{I}} \quad \Big[||\boldsymbol{V} - \boldsymbol{F}\boldsymbol{I}||_2^2 + \Lambda_\ell ||\boldsymbol{I}||_1 \Big], \qquad \text{subject to} \qquad \boldsymbol{I} \geq 0 \tag{1}$$

- LASSO with Total Variance of the image

$$\boldsymbol{I} = \mathrm{argmin}_{\boldsymbol{I}} \quad \Big[||\boldsymbol{V} - \boldsymbol{F}\boldsymbol{I}||_2^2 + \Lambda_\ell ||\boldsymbol{I}||_1 + \boxed{\Lambda_t ||\boldsymbol{I}||_{\mathrm{TV}} \Big]}, \qquad \text{subject to} \qquad \boldsymbol{I} \geq 0 \tag{2}$$

where $||\boldsymbol{I}||_{\mathrm{TV}}$ is either isotropic TV [Akiyama+, ApJ 838 (2017) 1]

$$||\boldsymbol{I}||_{\mathrm{isoTV}} = \sum_i \sum_j \sqrt{|I_{i+1,j} - I_{i,j}|^2 + |I_{i,j+1} - I_{i,j}|^2} \tag{3}$$

or total squared variation [Kuramochi+, ApJ 858 (2018) 56]

$$||\boldsymbol{I}||_{\mathrm{TSV}} = \sum_i \sum_j \left(|I_{i+1,j} - I_{i,j}|^2 + |I_{i,j+1} - I_{i,j}|^2 \right) \tag{4}$$