2.6.4　多変量正規分布

2.6.5　対数正規分布

2.6.6　べき分布

2.6.7　指数分布

問題 2.33 指数分布 $\mathrm{Exp}(\lambda)$ の平均は $1/\lambda$，分散は $1/\lambda^2$，標準偏差は $1/\lambda$ であることを示せ．

例題 2.34　**（冷蔵庫の寿命）** ある冷蔵庫の寿命 X は、平均が 10 年の指数分布に従っている。運悪く、5 年以内に壊れてしまう確率はいくらか。

2.6.8　Erlang 分布

例題 2.35 平均 λt の Poisson 分布にしたがって発生する事象がある．時刻 $t=0$ から始まって最初に事象が発生するまでの時間を T_1，$i-1$ 回目から i 回目の事象が発生するまでの時間を T_i とする．

(1) T_1 の分布が指数分布になることを確かめよ．

(2) $S_k = T_1 + T_2 + \cdots + T_k$ とすると，S_k は k 回目の事象が発生する時刻である．S_k の分布が Erlang 分布になることを示せ．

例題 2.36 ある個人経営の歯医者では，待合室で診察を待つ患者の数は平均 5 人の幾何分布にしたがう．また，患者 1 人の診察時間は平均 12 分の指数分布にしたがう．新たに到着した患者の平均待ち時間はどれだけか．

第 2 章 章末問題

$\boxed{2.1}$ **（平均値・分散）** 確率変数 X の密度関数が

$$f(x) = \begin{cases} a\cos x & (-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}) \\ 0 & (\text{else}) \end{cases}$$

で与えられるとき，a を求め，この分布の平均値と分散を求めよ．

$\boxed{2.2}$ **（オーバーブッキングの確率）** ある航空路線では，予約客のうち平均 4%の客が予約を取り消す．そこで，97 人乗りの飛行機に対して，100 枚の予約券を発売した．予約券を持っているのに乗れない客が出る確率はどれだけか．

$\boxed{2.3}$ **（Banach のマッチ箱の問題）** ある人が左右のポケットにマッチ箱を入れていて，マッチが必要なとき，どちらかから適当に選んで 1 本取り出して使う．はじめに両方のマッチ箱に N 本入っていた．一方の箱が空になったとき，他方の箱に $0, 1, 2, \cdots, N$ 本のマッチが入っている確率を求めよ．

$\boxed{2.4}$ **（不良品の個数）** 10 個の不良品を含む 50 個の製品の中から同時に 10 個取り出すとき，その中に含まれている不良品の個数の期待値を求めよ．

$\boxed{2.5}$ **（どのくらい稀か）** 実験結果のデータ x が平均値 $\mu = 100$，分散 $\sigma^2 = 25$ の正規分布にしたがうとき，$x = 90, 80, 70$ のデータはどのくらい稀な現象か．

$\boxed{2.6}$ **（通話時間）** ある調査では，女性の電話での会話の長さを X 分とすると，X の確率密度関数は $f(x) = \dfrac{1}{5}e^{-x/5}$　$(x > 0)$ であるという．通話時間が 5 分以内である確率と，10 分以上である確率を求めよ．

$\boxed{2.7}$ **（電話料金の期待値）** ある公衆電話では，料金が「はじめの 3 分以内は a 円，3 分以上は 1 分ごとに b 円追加」となっている．1 分未満は切り上げになる．

(1) 利用者の通話時間 X が平均 $1/\lambda$ の指数分布にしたがうとき，料金 Y の平均値を求めよ．

(2) その電話の 1 日の通話数が，平均 μ の Poisson 分布にしたがうとき，料金の合計値 Z の平均値を求めよ．

$\boxed{2.8}$ **（カード集め）** あるスナック菓子には，n 種類のカードのうち 1 枚だけカードがランダムに入っている．全種類を集めるためには，スナック菓子を平均いくつ買わなければならないか．

$\boxed{2.9}$ 2 項分布で表される確率分布をグラフ表示するプログラムを作成せよ．酔歩問題（例題 2.23）において，右向きに進む確率が $p = 0.6$ のとき，100 歩後の分布はどうなるか．

$\boxed{2.10}$ 標準正規分布で，右側確率 $\phi(\alpha)$ を与えたときの $z = \alpha$ を求めるプログラムを作成せよ．世界の人口を 70 億人としたとき，世界最高の IQ はいくつになるか．

第 3 章　大数の法則と中心極限定理

3.1　大数の法則

3.1.1　Chebyshev の不等式

3.1.2　独立な確率変数の和

3.1.3　弱い大数の法則

3.2　中心極限定理

3.2.1　de Moivre-Laplace の定理

例題 3.1 サイコロを 500 回投げるとき，⚀ の目が 80 回以上 100 回以下の回数で出現する確率はいくらか．

問題 3.2 サイコロを 1000 回投げるとき，⚀ の目が 160 回以上 200 回以下の回数で出現する確率はいくらか．

3.2.2　中心極限定理

第 3 章 章末問題

3.1 **(エレベータの設計)** 10 人乗りのエレベータの設計を依頼された．成人 1 人の体重の平均値を $\mu = 58$kg，標準偏差を $\sigma = 6.0$kg とする．エレベータの乗客重量の想定は，4σ レベルで最大どれだけを考えればよいか．

3.2 **(下駄を投げる)** 下駄を投げて逆さに落ちる確率は p である．n 回投げて逆さに落ちる回数を k とするとき，k/n の値が $p \pm 0.1p$ 以内に収まる確率が 95% 以上になるためには，n は何回以上にすればよいか．

3.3 サイコロを投げて 6 つの目のどれかを出すプログラムを作成し，サイコロを投げる回数を増やすと，それぞれの出現が等確率に近づいていくかどうか確かめよ．

3.4 コラム 15 (p89) を参照して，一様乱数と正規乱数を発生させるプログラムでつくり，次を確かめよ．

(1) 一様乱数の出現頻度が一様分布に近づいていくかどうか．

(2) 正規乱数の出現頻度が正規分布に近づいていくかどうか．

第 4 章　標本分布・多変量解析

4.1　1 変量のデータ処理

4.1.1　データの代表点を示す統計量

4.1.2　データの広がりを示す統計量

4.1.3　データ分布の形状を示す統計量

4.1.4　データ分布の高次の積率（モーメント）

4.1.5　データ個々の位置づけを示す量

例題 4.1 (親と子供の身長データ 1) 次のデータは，父親・母親とその成人した子供の身長データ (cm) である．

(1) 父親データの標本平均，標本分散，標準偏差を求めよ．

(2) 母親データの標本平均，標本分散，標準偏差を求めよ．

(3) 息子データの標本平均，標本分散，標準偏差を求めよ．

(4) 娘データの標本平均，標本分散，標準偏差を求めよ．

i	父親身長 x_i	母親身長 y_i	息子身長 z_i	娘の身長 w_i
1	171	150	163	154
2	174	149	168	153
3	172	151	169	153
4	172	156	162	158
5	170	153	172	155
6	173	153	174	158
7	173	160	175	165
8	176	155	168	163
9	178	160	175	165
10	175	162	172	164
11	170	160	178	162
12	181	155	172	162
13	183	156	185	160
14	171	154	173	163
15	173	159	166	162
16	175	150	167	160
17	170	160	173	163
18	169	161	170	164
19	175	152	178	159
20	165	155	168	160

4.2　多変量のデータ処理

4.2.1　散布図

4.2.2　平均，分散，共分散

4.2.3　相関

問題 4.2 積和記号について，次を示せ．

$$S_{xx} = \sum_i x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_i x_i\right)^2 \tag{4.2.1}$$

$$S_{xy} = \sum_i x_i y_i - \frac{1}{n}\left(\sum_i x_i\right)\left(\sum_j y_j\right) \tag{4.2.2}$$

例題 4.3 (親と子供の身長データ 2) 例題 4.1 の親と子供の身長データを用いて，父親・母親・息子・娘　のうちから 2 者を取り出し，相関係数をそれぞれ求めよ．

4.2.4　ガイド　多変量解析の概略

4.3　回帰分析

4.3.1　最小 2 乗法による回帰直線解析

4.3.2　重回帰分析

例題 4.4 (親と子供の身長データ 3) 例題 4.1 の親と子供の身長データを用いて，次を求めよ．

(1) 父親・母親・息子・娘　のうちから 2 者を取り出し，回帰直線を求めよ．

(2) 父親・母親の身長に対する息子の身長，および娘の身長について，重回帰分析をせよ．