

## 10 タイムマシンの物理——相対性理論入門

最後の講義では、今年、提案されてから 100 年になる「一般相対性理論」を紹介します。相対性理論は時間と空間に関する物理で、特殊相対性理論と一般相対性理論の 2 つがあります。どちらもアインシュタインが独力で完成させたものです。

### 10.1 近代物理学から現代物理学へ 1905 年は奇跡の年

アインシュタインは 1905 年に非常に重要な論文を出版している。

- **光電効果の理論**

光（電磁波）を金属に当てることによって電子が飛び出す現象（光電子）において、光電子のエネルギーの値が、当てる光の振動数と飛び出す閾値との関数で与えられること（光電効果）を予言した。この理論はその後の量子力学の発展の基礎となり、1921 年のノーベル物理学賞受賞の功績となった。

- **ブラウン運動の理論**

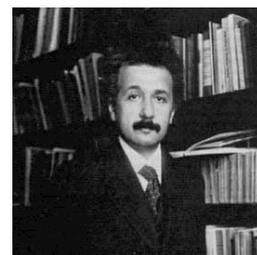
「ブラウン運動をする粒子の運動を測定することによって、原子（または分子）の存在が結論づけられる」ことを示した。当時、物理学者の間でもコンセンサスが得られていなかった原子論が、実験によって決着できることを述べた。この予言はペランによって、1908 年に実験で確認され、原子の概念が確立した。

- **特殊相対性理論**

電磁気学に登場する式を解釈する方法として**光の速度は誰から見ても一定であることを原理として唱え、結果として時間の進み方は測定する人の運動状態によって異なる**ことを予言した。そして有名な、 $E = mc^2$  という質量公式（質量とエネルギーは等価である、という式）を結論する。

上記 3 つの偉業を讃えて「1905 年は物理学にとって奇跡の年」といわれる。そして、1905 年以降に誕生した物理学（相対性理論と量子力学）を**現代物理学**と称し、それ以前の物理学を**古典物理**（ニュートン物理）と呼んで区別する。

Albert Einstein  
アルベルト・アインシュタイン (1879–1955)



1905 年に重要な論文を次々に発表したアインシュタイン。

アインシュタインは、当時 26 歳でスイス特許局技師の身分だった。

**相対性理論**  
(theory of relativity)

1 世紀たった 2005 年は世界物理年に制定された。

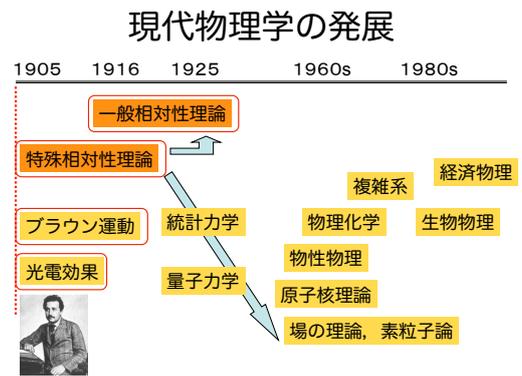
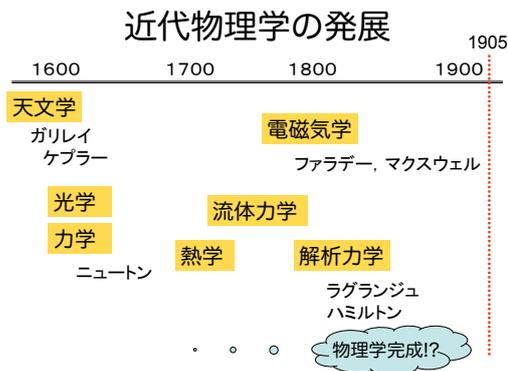


図 1: 1905 年以前の物理学と, 1905 年以降の物理学.

## 10.2 特殊相対性理論・・・光速に近いときの力学

### 10.2.1 電磁気学をめぐる混乱

導線に電気を流すとまわりの磁石が動いたり, 磁石の間で導線のループを回転させると電気が発生する. このような電磁誘導現象は, ファラデーによって発見された. 電気と磁気との密接な関係をまとめて電磁気学として基礎方程式を完成させたのがマクスウェルである.

マクスウェルがまとめた電磁気学の方程式は次のようになる.

#### 電磁気学の基本方程式 (1864)

次の 4 本の方程式から成り立つ.  $\mathbf{E}$  は電場ベクトル,  $\mathbf{B}$  は磁場ベクトル,  $\rho$  は電荷密度,  $\mathbf{j}$  は電流ベクトル,  $c$  は光速とする. また,  $\nabla$  は微分演算子で,  $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})^T$ .

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (3)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0. \quad (4)$$

マクスウェルの方程式は, たとえ真空中であっても, 電場と磁場が互いに作用しあって波として伝わることを示していた. **電磁波** (略して電波) である. 後にヘルツによって無線機が発明されて以降, ラジオやテレビから現在では携帯電話や無線 LAN に至るまで電磁波は日常生活に溶け込んでいる. 光も電磁波の 1 種である.

Michael Faraday  
(1791–1867)

James C. Maxwell  
(1831–1879)

ここで示した式は, 大学生の「電磁気学」で講義される. (1) はガウスの法則, (2) は単磁極が存在しない式, (3)(4) 式は磁場の変化が起電力を発生させる, という式に相当する.

Heinrich R. Hertz  
(1857–94)

## ■電磁波の方程式

電磁気学の基礎方程式（マクスウェル方程式）は、電磁波は「真空を」「光速で」伝わることを表すが、発表直後から不思議に思われていた。

1つめの疑問は、電磁波を伝える物質は何か、という素朴な疑問だった。真空中でも波が伝わる理由がわからないのだ。波として伝わるならば、波を伝える物質（媒質）が存在するはずである。そこで人々は電磁波を伝える物質の存在を期待して**エーテル** (ether) と命名した。そして、エーテルを見つけ出そうとする実験が始まった。

もう1つの疑問は、マクスウェル方程式の中に「光速」を表す文字が登場したことだ。この「光速」は誰から見た速さなのか、という疑問である。

## ■エーテルは存在するのか

エーテルを見つけようと、マイケルソンは**干渉計**と呼ばれる巧妙な装置を考えだした。干渉とは、2つの波が重なり合うときに、強めあったり弱めあったりする現象である。波の振幅の激しい部分どうしが同じ高低で（山と山で）重なれば強めあうし、逆の高低で（山と谷で）重なれば振幅はゼロに近くなる。光の場合は、明るさに強弱が生じて「干渉縞」となる。

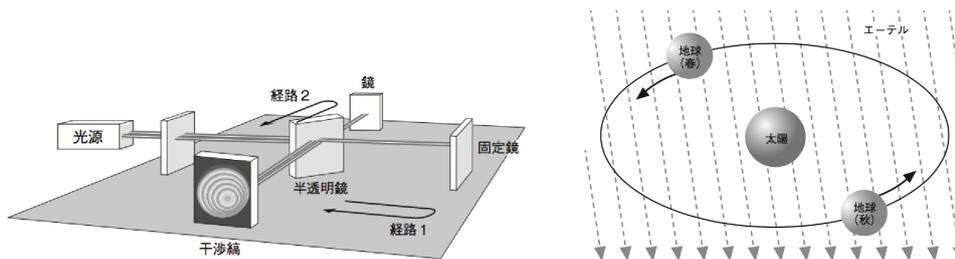


図 2: マイケルソン干渉計の概略とエーテル検出の原理

マイケルソンの干渉計は、1つの光を2筋に分け、互いに直角に 11 m ほど往復させてから再び合成して干渉縞を観測する装置だった。地球が太陽の周りを公転するスピードは秒速 30 km 位である。2つに分けた光は、地球の公転速度の分だけ、エーテル中を移動する速度が違ってくるはずだ。したがって、干渉縞の季節変動でエーテルの存在がわかる、という原理だった。

マイケルソンは、共同研究者モーリーと共に6年後に結論を出す。「エーテルの存在は確認されなかった」と。マイケルソンもモーリーも、エーテルの存在を確認しようと実験を行ったので、エーテルが見つからなかったことを「失敗」と表現した。

エーテル理論は窮地に立たされ、ローレンツらは、実験結果を説明するためにニュートン力学の修正を試みるようになった。しかし、「光速近くの物体は長さを縮める（ローレンツ収縮）」という解釈を第一に行う説明であり、原理や理由はなく、現象を説明するための理屈とも言えた。

エチルアルコールをエーテルと呼ぶことがあるが、まったく別のもの。古代ギリシア語の「天空を満たす物質」を表す言葉に由来する。

Albert A. Michelson  
(1852–1931)

Edward W. Morley  
(1838–1923)

Hendrik A. Lorentz  
(1853–1928)

## 10.2.2 アインシュタインの登場

### ■大胆な2つの原理の導入

ローレンツ収縮というツジツマ合わせに対し、まったく新しい解釈を提案したのが、アインシュタインである。アインシュタインは、エーテル問題を原理的な面から考え直し、2つの簡単な仮定によってローレンツ変換が「導出できる」ことを示した。2つとは、

- (a) **相対性原理**：物理法則は、どのように運動をする人からみても（どのような座標系から見ても）同じ形にならなくてはならない。
- (b) **光速一定の原理**：真空中の光の速度は、どのような座標系から見ても同じである。

という大胆な仮定である。

1つめの原理は、物理法則の美しさを理想にした原理と言えなくもない。しかし、2つめの原理は、当時多くの物理学者が思いつかなかった原理であり、同時にニュートンの力学に修正を要求することになる大きな仮定である。最もシンプルな仮定から、いろいろな現象を矛盾なく説明できるのならば、それを真実と認めよ、というアインシュタインの思想が現れている。

### ■光速+光速=光速

ニュートンの力学では、 $v_1$  の速度で動く電車の中で、 $v_2$  の速度でボールを投げた場合、ボールの速度を地上から見ると  $v_1 + v_2$  になる。これは我々が日常的に正しいと思っている速度の足し算である。光の速度  $c$  で飛ぶロケットが進行方向に光を出したら、 $2c$  の速度の光になりそうである。

しかし、特殊相対性理論では、速度の足し算は  $v_1 + v_2$  ではなく、

$$\frac{v_1 + v_2}{1 + (v_1 v_2 / c^2)} \quad (5)$$

となる。我々が日常に感じる  $v_1 + v_2$  という足し算は、光速よりずっと遅い速度を考えているので「近似的に」正しい式になっている、というのが相対性理論の結論である。

(5) 式で  $v_1 = v_2 = c$  として計算してみよう。

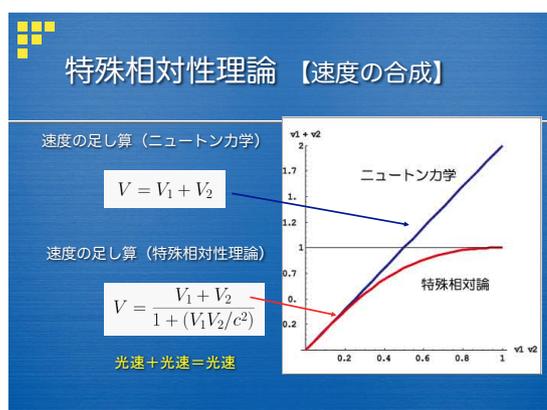


図 3: 速度の足し算  $v_1 + v_1$  をニュートン力学と特殊相対性理論で比較した図。

## ■不思議の国のトムキンス

光の速度に近い速さで移動すると、ニュートン力学とは違った現象がおきる。光がドップラー効果を受けて色を変えたり、角度によって光が到着する時間差が生じるので、見かけの形が変形したりする。

物理学者のガモフは、このような現象を一般向けにわかりやすく伝えるため、物語として『不思議の国のトムキンス』を著した。もし、光の速度が時速 30 km/s だったとしたら、日常生活でも相対性理論の効果がいろいろ見えるだろうというストーリーである。

George Gamow  
(1904–1968)

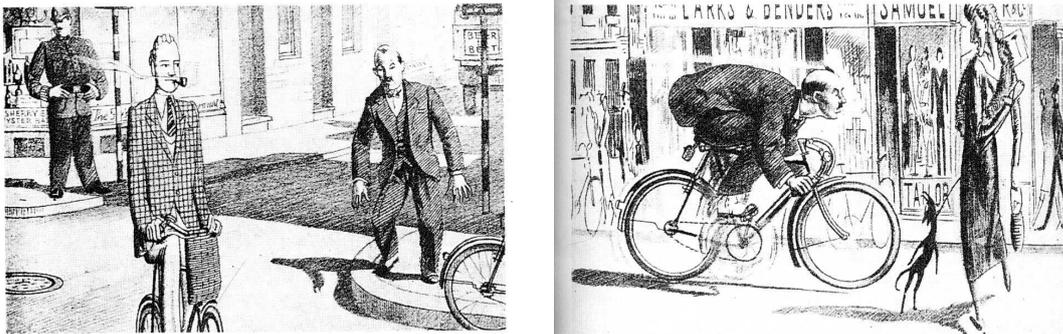


図 4: ガモフ著『不思議の国のトムキンス』の挿絵。最高速度が時速 30 km/s の世界では、自転車で移動する人からみると世界が歪んで見え、止まっている人から自転車の人を見ると平たく見える。

### 10.2.3 時間の進み方が相対的になること

#### ■光時計を使った思考実験

光速度一定の原理を使うと、光を使って正確な時刻が測れるはずだ。右図のように、光を往復させる装置をつくり、光の往復回数で時間を測る光時計を考えよう。

光時計をロケットに載せたとしよう。ロケットが飛ぶと、光時計の筒を 1 往復するために光が進まなければならない距離が増える。地球上で止まって見ている人の光時計が 1 秒刻んだときでも、ロケット内の光時計の光はまだ 1 往復できていない。しかし、ロケットの中の人にとっては、光時計が 1 秒を刻む時刻が正確のはずだ。

どちらも矛盾無く考えようとするならば、地球上の 1 秒とロケット内の 1 秒の刻み方がずれていると考えれば良い。つまり、**時間の進み方は、観測する人によって変わる**ことになる。ロケットの速度が速いほど、地球の 1 秒にくらべてロケットの 1 秒は遅くなる。

ニュートン力学では、時間はどこでも一定に流れてゆくと考えた。絶対時間があると人々は思っていた。しかし、アインシュタインは時間座標も空間座標と同じであり、どちらも変化し得るものと考えたのだ。

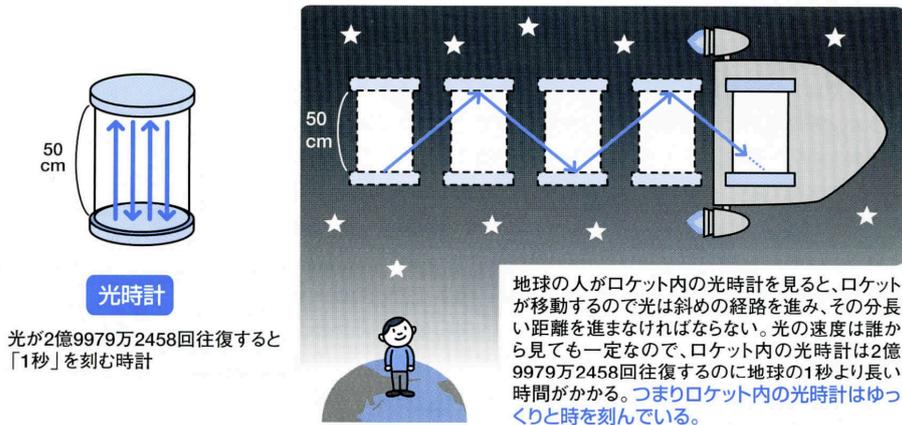


図 5: 光時計をロケットに載せて時間を測ると、地上のときより 1 秒の刻みは遅くなる。ロケット内では、光を基準に 1 秒を測るので、地上よりもロケット内の時間の進みは遅くなる。

■浦島効果：未来へ行くタイムトラベルは可能！

特殊相対性理論によれば、高速で動いている人ほど 1 秒の間隔は開いてくる。計算式で表すと、速度  $v$  で移動している人の時間  $T'$  は、静止している人の時間  $T$  と同じではなく、

$$T' = \sqrt{1 - (v/c)^2} T \tag{6}$$

となる。この式にいくつか数字を入れると、時間の進み方は、 $v$  が光の速さ  $c$  に近づくほど極端に遅くなっていくことがわかる。

地球を周回している国際宇宙ステーション (ISS) は、秒速 7.8 km ほどの速度だが、この速度は光速の 10 万分の 2.6 でしかないため、たとえ 1 年間 ISS に乗っていたとしても、残念ながら地球上との時間差は、わずかに 0.01 秒程度でしかない。しかし、光速の 80% で飛ぶロケットならば、ロケット内の 1 年は地球上の 1 年 8 ヶ月になる。もし光速に近い速さで飛ぶロケットが開発されたならば、ロケットに乗った人はなかなか歳をとらないことになる。

$v$	$\sqrt{1 - (v/c)^2}$
0.1 $c$	0.99499
0.5 $c$	0.86603
0.9 $c$	0.43589
0.99 $c$	0.14107

浦島太郎は、竜宮城で 3 年間過ごし、自分の村に戻ってきたら、誰も知り合いがいなかった。これを例えば 300 年経っていた、と考えるならば、竜宮城が光の速さの 99.99499% で動くロケットだった、と考えればツジツマが合う。

だから、この意味で、未来へ行くタイムトラベルは可能！と言える。光速に近いロケットが実現すれば、そのロケットで旅行して帰ってくるだけでタイムマシンになるのだ。

実際に、素粒子の実験では、光速近くで飛ぶ粒子の寿命が、通常の場合よりも長生きであることが確認されている。

## 10.3 一般相対性理論・・・強い重力場の力学

### 10.3.1 一般相対性理論の出発点

1905年にアインシュタインが発表した相対性理論は、「時間の進み方は、観測者によって異なる」という衝撃的な結論を導いたが、弱点も明らかだった。加速度運動が扱えなかったのである。そこで、アインシュタインは、相対性理論をもっと一般的なものに拡張しようと、研究に取り組んだ。

彼が追い求めたのは、どんな座標系から見ても物理法則は同じ形に書けるはずだ、という理想の運動方程式である。彼は出発点として、

- (A) **一般相対性原理**：物理法則は、すべての局所慣性系で同一（一般座標変換に対して不変）である。
- (B) **光速一定の原理**

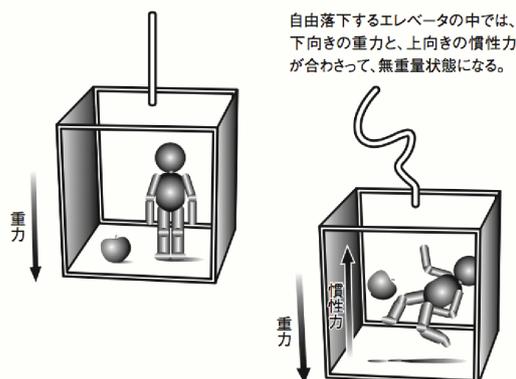
という原理を想定した。

すぐに問題となったのは、加速度運動している人から見た運動方程式である。例えば動き始めた列車内では、後ろ向きに力を受けるように感じる。逆にブレーキをかけた列車内では、前向きに力を受けるように感じる。加速度運動をしている空間では、観測者は加速度と逆向きに**慣性力**を感じるからだ。しかし、慣性力は座標系に依存する「見かけの力」であって、物理的なものではない。アインシュタインは、慣性力を加えた運動方程式は醜いと考えた。このような「対処法」が嫌いだったのだ。上記の一般相対性原理を実現するためには、慣性力などあってはならないものだった。

### 10.3.2 重力の正体は時空のゆがみ

#### ■アインシュタイン生涯最大の発見

重力に引かれたロケット内では重力加速度があるために慣性力を考えなければならない。日々悩んでいたアインシュタインは、後に「**人生で最も幸福なひらめき**」と振り返るアイデアを得た。自由落下するエレベータの思考実験である。



自由落下するエレベータの中では、下向きの重力と、上向きの慣性力が合わさって、無重量状態になる。

図6: エレベータのワイヤが切れて自由落下すると、無重量状態になる。

加速度 (acceleration)  
= 速度の時間変化率。  
重力による自由落下は  
加速度  $g = 9.8\text{m/s}^2$  の  
等加速度運動である。



人生で最も幸福なひらめきを得た頃のアインシュタイン

ワイヤの切れたエレベータは、重力加速度で自由落下する。エレベータの中にいる人は、下向きの重力に加えて、同じ大きさの慣性力を上向きに受けるので無重力状態になる。つまり、観測者は重力の効果を感じず、特殊相対性理論が適用できる空間になる。重力の効果は局所的には消去可能になる。

アインシュタインのアイデアは、「加速によって生じた慣性力と重力は区別できない」という**等価原理**だった。

等価原理  
(equivalence principle)

この考えを使えば、加速度運動の特殊性を取り去ることができる。アインシュタインは、重力の正体を「力」として捉えなくてよいこと、加速度系でも慣性系の概念を使えることに気がついたのだ。

エレベータを使った思考実験では、自由落下することで重力の影響がない空間をつくることができた。しかし、重力そのものをこの手法で消し去ることは不可能である。

例えば、地球の重力に引かれて自由落下するエレベータを考えよう。普通のエレベータ一台が自由落下するならば、確かにその瞬間には等価原理により、重力の影響は相殺される。しかし、仮にエレベータがとてつもなく大きくて、地球の半径位だったとしよう(図7)。エレベータの両端では重力の向きが異なるため、一つの慣性力で重力を相殺することは不可能だ。

つまり、すごく小さな領域で重力を消去できたとしても、より大きな空間・長い時間で運動を観測すれば、重力が働いていることがわかる。重力は小さな領域では相殺できても、大きな領域では消去できないのだ。アインシュタインは、重力の正体は時空のもつ特有の構造として説明できるのではないかと考えた。

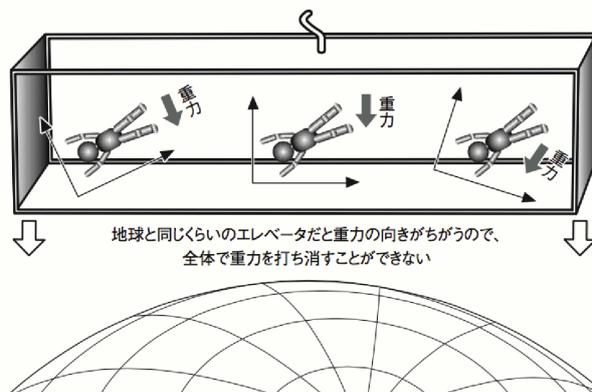


図7: 小さな領域で重力を消去できたとしても、全体で重力を消すことはできない。地球の半径位大きなエレベータを考えれば、重力の方向が違うからだ。

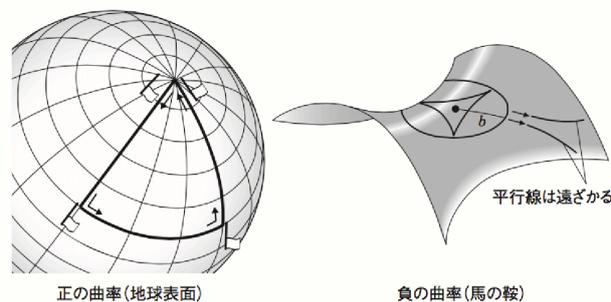
33歳のアインシュタインが、友人で数学者のグロスマンにこの考えを相談すると、グロスマンは当時完成していた「リーマン幾何学」の存在を教えた。平らな空間上での幾何学(ユークリッド幾何学)ではなく、曲がった時空の幾何学である。

Marcel Grossmann  
(1878-1936)  
Georg F.B. Riemann  
(1826-66)

## ■曲がった空間とは何か

曲がった空間（3次元空間）のイメージは、地球儀の表面の曲がった平面（2次元面）を考えると理解しやすい。

図8に示すように、北極から赤道へ下りていき、赤道上を東へ進む。そして再び北極に行くルートで三角形を考えよう。赤道で2回直角に曲がっているため、この三角形の内角の和は明らかに180度より大きくなっている。逆に馬の背につける鞍の上で三角形を描くと、三角形の内角の和は180度より小さくなる。机の上のような平らな平面（2次元面）では三角形の内角の和は常に180度であるが、世の中には曲がった空間が存在するのだ。曲がった空間では、ピタゴラスの定理（三平方の定理）を修正しなくては行けなくなる。違う幾何学が必要になってくるのだ。



**図8:** 地球儀の上で三角形を描くと、三角形の内角の和は180度より大きい。また、馬の背につける鞍の上で三角形を描くと、三角形の内角の和は180度より小さい。このような曲がった空間（平面）を扱う幾何学がリーマン幾何学である。旗を持ってこの三角形を一周するとき、旗を常に同じ向きに持っていたとしても、一周して戻れば旗は違う方向を向いている。これらのことから平面上の人は自分が曲がった平面にいることがわかる。

角度を測る代わりに、旗を常に同じ方向を向くように持ち歩いて一周してもよい。スタート位置に戻ってきたときに、旗が違う方向を向いていたら曲がった空間だった、ということになる。この考え方を一般化したのが、リーマン幾何学の**曲率**である。旗（正確にはベクトル）を持ってある点のまわりを一周したとき、旗（ベクトル）が元の向きと一致すれば、そこは平らな空間で曲率はゼロ。違う方向を向けば曲がった空間ということになる。

### 10.3.3 重力場の方程式

アインシュタインはリーマン幾何学との格闘を数年にわたって続け、試行錯誤を重ねながら、ようやく「一般的な相対性理論」を完成させた。導いた式は、時空の計量関数  $g_{\mu\nu}$  (図9) に関する微分方程式で、次の「**重力場の方程式**」である。

## 重力場の方程式（アインシュタイン方程式）

重力の正体は、時空の歪みである。その関係は、次の式で表される。

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (7)$$

左辺はリーマン幾何学に基づいて時空がどのように曲がっているのかを表す。右辺は物体がどのように分布しているのかを表す。

- $\mu, \nu$  と添字は 4 次元の座標の成分 ( $t, x, y, z$ ) を表していて、この式全体は具体的には 10 本の微分方程式である。
- 「物質が存在すれば時空が曲がる。時空が曲がると物質も（光も）それに添って動く」その作用を 1 つにまとめた美しい式である。

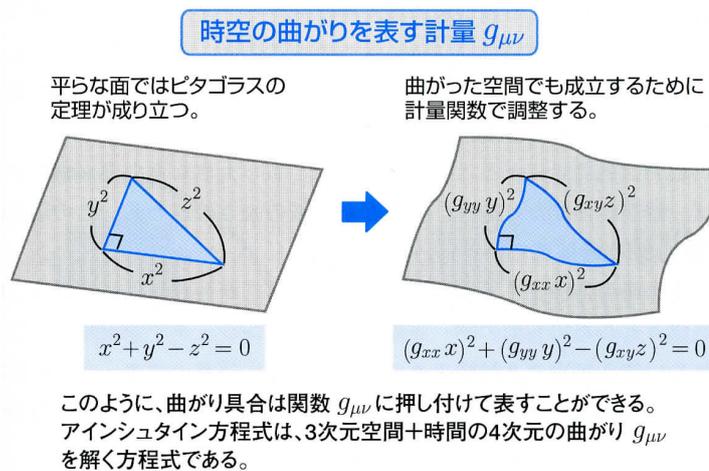


図 9: 空間の曲がり具合は、計量関数  $g_{\mu\nu}$  に押し付けて表すことができる。

## 10.4 一般相対性理論が予言する現象

一般相対性理論は、強い重力場の物理現象を記述する。この式から、ブラックホールや膨張宇宙、ワームホールなど、アインシュタイン自身の想像をも越える現象が予言されることになった。

### 10.4.1 水星の近日点移動：観測値を見事に説明

太陽系の惑星の運動は、海王星の発見の逸話に象徴されるように、ニュートンの運動方程式でほぼ正確に説明できることが知られている。

しかし、太陽に一番近い水星の軌道のズレは、1854年から未解決として残されていた。水星は、他の惑星と違って、楕円運動とはならず、100年で角度が574秒づつずれて、2250世紀で完全な「ばら模様」を描くことが観測からわかっていった。このような運動を**近日点移動**という。水星は太陽の他からも重力を受けて動く。きちんと計算すると、一番近くにある金星の影響で277秒のずれがあり、一番重い惑星である木星の影響で153秒のずれ、

地球の影響で 90 秒，その他の惑星で 10 秒分の説明が可能だった。しかし，これらを全部足しても，残りは 43 秒角あり，なかなか説明がつかなかった。

1915 年，アインシュタインが完成したばかりの一般相対性理論を太陽のまわりの時空に適用すると，見事に水星が 100 年で「43 秒の歳差運動をする」結果が出てきたのである。43 秒角の分は，太陽の重力で時空がゆがみ，水星の運動がニュートンの運動方程式からずれた軌道を取ることが原因だったのだ。

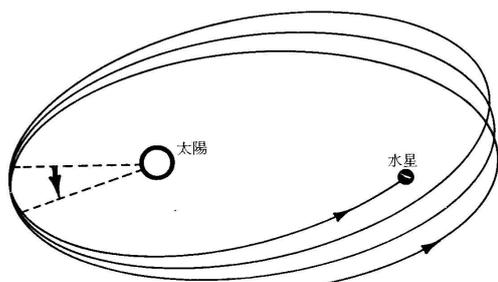


図 10: 太陽にいちばん近い水星の軌道は，強い重力のため，きれいな楕円にならず，花びら模様を描くようにずれていく。太陽にもっとも近い点（近日点）がずれていくことから，近日点移動と呼ばれ，ニュートン力学では解決できない大きさだった。

#### 10.4.2 重力レンズ

重力があれば，トランポリンの膜のように時空が歪む。この考えに従えば，光でさえも重い星の近くでは曲がることになる。重い星の近くを通る光は，星の方向に少しずつ曲がるので，星は凸レンズのような役割をすることになるだろう。この現象は，後に**重力レンズ効果**と呼ばれることになった。

**重力レンズ** (gravitational lens)

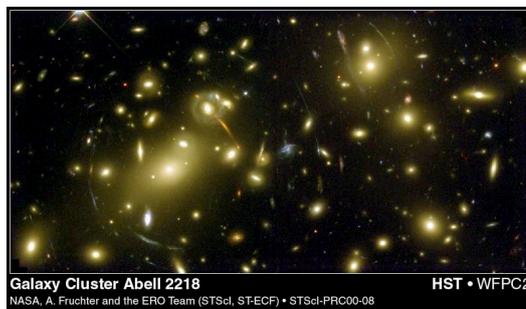
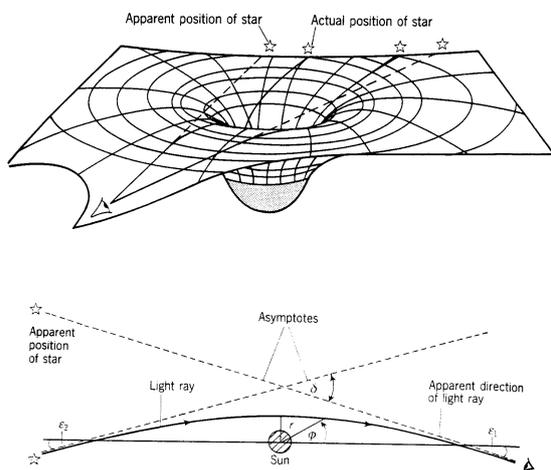


図 11: [左] 強い重力源に近ければ，空間の歪みのため，光も直進できず曲がるはずである。重力レンズと呼ばれる現象で，太陽による重力レンズは 1919 年の皆既日食を利用して確認された。現在では，遠方の銀河が，手前の銀河（ブラックホール）によって，歪んだり複数に分離して見える重力レンズ現象が多数見つかっている。[右] アベル銀河団 2218 のまわりには，背後の銀河の光が重力レンズ効果で円周をつくるように見えている。

一般相対性理論の正しさを決定づけたのは、1919年にアフリカで見られた皆既日食である。一般相対性理論によれば、太陽の近くを通る光は、重力レンズ効果で曲げられる。皆既日食の時に、太陽のすぐそばを通過した星の写真を撮って、通常の星の位置との違いを測れば、重力レンズ効果の有無がわかることになる。

天文学者のエディントン を隊長とする観測隊が組織され、観測は南大西洋にあるスペイン領赤道ギニアの海岸沖プリンシペ島で行われた。測定結果が発表されたのは、11月になってからだったが、エディントンの観測結果は、一般相対性理論の予言通りの光の曲がり具合を示していた。太陽に近い光ほど差が大きく、光の曲がり量は1.31秒角から2.28秒角で、相対性理論の予言値1.73秒に近いものだった。

この劇的な結果は、世界各地の新聞に「アインシュタインの勝利」「ニュートン理論をくつがえす」などと大々的に報道され、アインシュタインは一夜にして有名になった。

Sir Arthur S. Eddington  
(1882–1944)

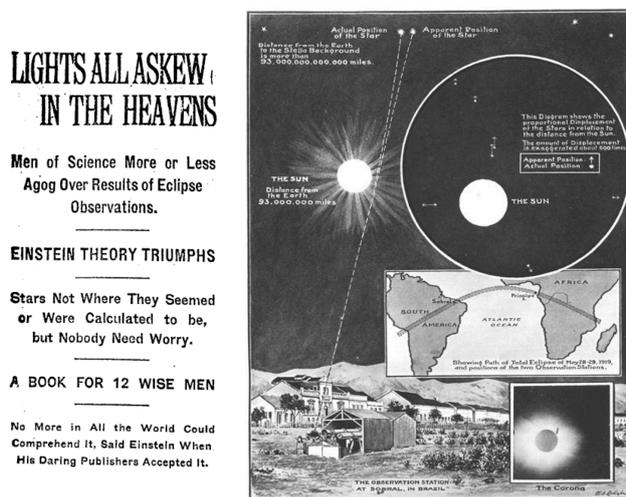


図 12: 1919年5月29日の皆既日食で、太陽の近くを通る星の光が、本来の位置よりずれて見えたことが確認された。「アインシュタインの勝利」と見出しで伝える Illustrated London News (1919年11月22日号)。

### 10.4.3 ブラックホール

アインシュタイン方程式 (7) を、もっとも簡単な仮定 (球対称・静的・真空のもと) で解いたのは、シュヴァルツシルトである (1916年)<sup>\*1</sup>。この解は、シュヴァルツシルト解とも呼ばれ、今ではブラックホールを表すことが分かっている。この解には、無限大となってしまう半径が2つあり、その解

Karl Schwarzschild  
(1873–1916)

第1次世界大戦の従軍先で解を導出し、戦死。この解はアインシュタインの論文に引用されている。

\*1 アインシュタイン方程式 (7) を、球対称 (計量は動径座標  $r$  のみに依存)・静的 (計量は時間に依存しない)・真空 ( $T_{\mu\nu} = 0$ ) のもとで解くと

$$ds^2 = - \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \quad (8)$$

となり、これは、ブラックホール計量を表す。 $r$  は原点からの動径座標である。

釈にアインシュタインも苦しんだ。

- $r_g \equiv 2GM/c^2$  より内側の領域からは、光の速さでもその外側に脱出することはできない。そのため**ブラックホール**と呼ぶ。
- $r = r_g$  のところで計量が無限大になるが、この点は質量  $M$  のブラックホールの半径に相当する。シュヴァルツシルト半径とも呼ばれる。ブラックホールの境界として、**事象の地平面**とも呼ぶ。

**事象の地平面**  
(event horizon)

物理的に無限大はあってはならない点である。座標点  $r = r_g$  のところで計量が特異になるのが当初は不明であったが、現在では、座標の取り方を工夫すると、無限大にはならないことがわかっている。しかし、 $r = 0$  のところの無限大は除去できず、座標特異点と呼ばれる。つまり、一般相対性理論は、その解として、一般相対性理論が適用できない特異点を含んでしまうのだ。非常に奇妙なことである。

ブラックホールという言葉の誕生も、相当する天体の発見も、アインシュタインの死後のことだ。

#### 10.4.4 連星パルサー：重力波の間接的証明

重力場の方程式 (7) は、重力は光速で伝わることも示していた。もし大きな重力源が振動すれば、時空は伸びたり縮んだりしながら波のように伝わるはずである。この現象は**重力波**と呼ばれている。重力波は振幅がとても小さい波と考えられており、まだ直接観測はされてはいない。現在、重力波の直接観測を目指して、(日本を含め)世界に大きなレーザー干渉計が数カ所建設され、その瞬間を待つ状態である。

**重力波** (gravitational wave)

重力波に関連して、1974年に大きな発見があった。連星パルサー(連星中性子星)の発見である。

中性子星は燃え尽きた星が到達する1つの姿である。原子は、原子核のまわりに電子が飛び回っている構造であり、両者は電氣的にプラスとマイナスで引力が働いている。ところが、星が燃え尽きると、星は重力で押し潰されて原子核と電子も合体してしまう。電氣的に中性になり、中性子だけの塊のとても重たい星になる。典型的な中性子星は、半径約10キロメートルで、太陽の1.4倍の質量になる。中性子星はその小ささゆえ超高速で回転する。そして磁場によってパルス信号を定期的に(ミリ秒周期で)放出すれば、パルサーと呼ばれる天体になる。



図 13: 連星パルサーを拾っている電波のデータ。

Russell A. Hulse  
(1950–)  
Joseph H. Taylor, Jr.  
(1941–)

1974年、ハルスとテーラーは、電波望遠鏡でパルスの周期が約8時間で

周期的に変わる奇妙なパルサーを発見した。観測を続けると、中性子星2つが連星となっていて、その片方からのパルスであることが分かった。連星中性子星の発見である。

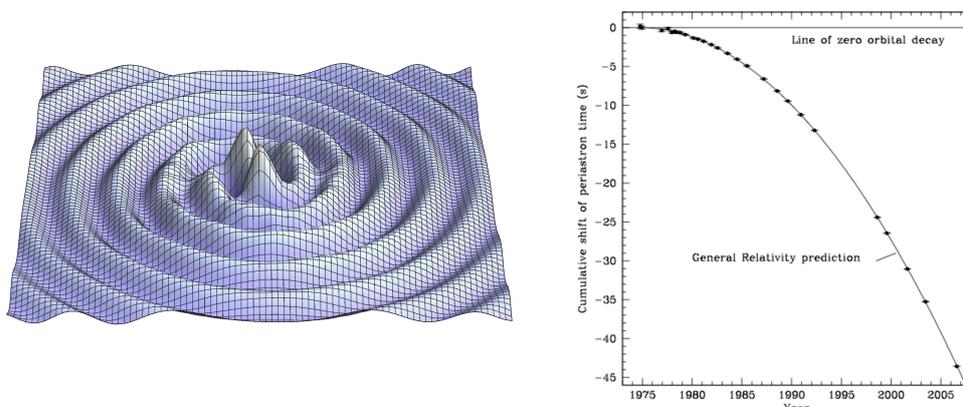


図 14: 連星パルサーは、互いに公転しながら重力波を放出している。重力波を放出することによって、連星パルサーの公転周期が減少していくことが予想されるが、30 年以上にわたって、その予想曲線にピッタリと観測データが一致する。

大きな質量の星が高速で運動しているので、連星からは重力波が発生する。重力波は連星からエネルギーを持ち去るので、連星はエネルギーを失って近づいていく。そのため、公転周期はだんだん短くなるはずである。発見後 30 年以上経つが、連星の公転周期の減少は、一般相対性理論の予測と完全に一致している。連星中性子星のこの観測結果は、重力波の存在を間接的に証明するものとなっている。



#### 10.4.5 GPS

相対性理論は、実生活には役に立たない理論だとアインシュタインも考えていた。しかし、現代の我々は、相対性理論の世話になっているものがある。カーナビや携帯電話に装備されている GPS 測位システムだ。

GPS ⇒ 122 ページ

GPS はグローバル・ポジショニング・システム (Global Positioning System) の頭文字で、アメリカが (当初は軍事用に) 開発した「現在地が正確にわかるシステム」である。GPS 衛星は、正確な時刻を刻む原子時計を備え、地上から 20000 km の上空を秒速 4 km (1 周 11 時間 58 分) で周回している。地球上のいつでもどこにいても、上空に 4 機以上が飛んでいるように同じ衛星が 30 機配置されている。

GPS 受信機は、上空の GPS 衛星からの信号を受信して三角測量によって現在地を計算するしくみだ。受信機側での信号処理には、さまざまな要素があるが、その中には相対性理論による補正もある。GPS 衛星が高速で運動するために、GPS 衛星内の時計は特殊相対性理論の効果によって地表の

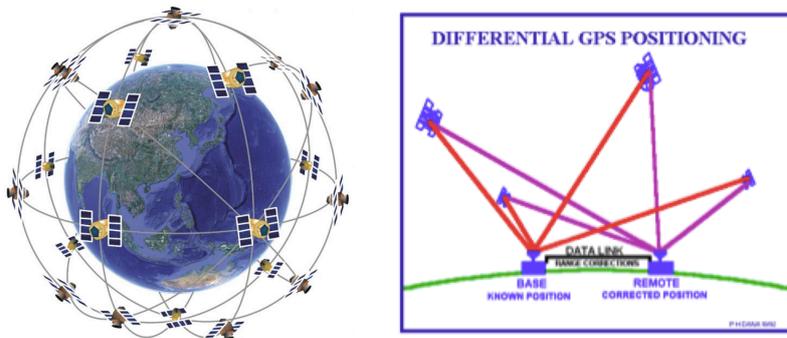


図 15: GPS システム. 原理的には, 同時に 3 台の GPS 衛星からの電波を捉えることができれば, 三角測量によって現在地が分かる. 実際には, GPS 衛星からの時計信号の補正をする必要があるため, 4 台の衛星からの電波が必要となる.

時計よりも (1 日あたり 7 マイクロ秒) 遅れる. また, 衛星軌道は地球表面よりも重力が弱いので, 一般相対性理論の効果によって, 衛星での時間間隔は地球の時間間隔よりも (1 日あたり 45 マイクロ秒) 進む. 両者を合わせると 1 日で 38 マイクロ秒の狂いが生じる. つまり, 1 日たつと 11 km の誤差が生じてしまうのである. これでは全く使い物にならない.

そのため, 実際の GPS 衛星や受信機には, 相対性理論の補正プログラムがきちんと実装されている. カーナビで現在地が表示されるたびに, 我々はアインシュタインの恩恵を受けていることになる.

#### 10.4.6 膨張宇宙

アインシュタインは, 一般相対性理論を導いたあと, その方程式を使って宇宙の姿を解こうとした. すると, 一般相対性理論は, 宇宙という「空間」が膨張や収縮を行うことが自然である, という結論を導き出すことになってしまった. 当時, 宇宙が膨張している, という観測はなかったし, 宇宙は未来永劫不変なものだ, と考えるのが「普通」だった. 混乱したアインシュタインは, 自身の得た方程式を修正してしまう. **宇宙項**と呼ばれる斥力を加えて, 静止する宇宙をつくらうとしたのだ. しかし, ルメートルやハッブルによって宇宙全体が膨張していることが報告されると, さすがに膨張宇宙モデルを認めざるを得なくなった. 宇宙項の導入について, 「人生最大の過ちだった」と語っている.

一般相対性理論を宇宙に適用して得られる解は, フリードマン・ロバートソン・ウォーカー解と呼ばれる. 宇宙の大きさ (スケールファクター) の時間変化は, 宇宙項の有無や曲率が正か負かによって, 図 16 に示すようになる.

宇宙膨張をさかのぼると, 宇宙全体は 1 つの点から始まることになる. すべての銀河系が本当に 1 つの点からスタートしたのだろうか. 宇宙が火の玉から始まったとするビッグバンの考えが認められるまでには 20 年近くを

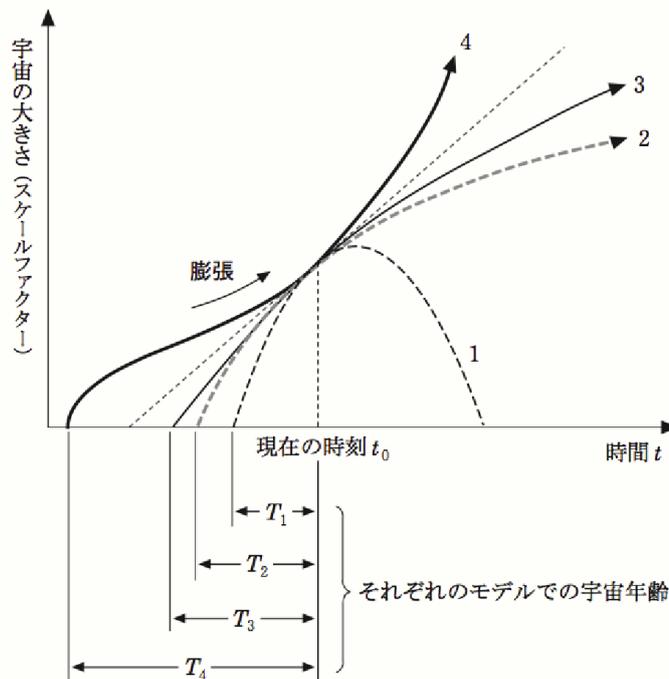


図 16: フリードマン解が描く宇宙膨張の時間変化 横軸は時間, 縦軸は宇宙の大きさ (スケールファクター) を示す. 時空の曲率と宇宙項の有無によって振る舞いが異なる. 4つの線は次のモデルに対応する.

1. 閉じた宇宙 (曲率が正) で宇宙項なし ( $\Lambda = 0$ )
2. 平坦な宇宙 (曲率が0) で宇宙項なし ( $\Lambda = 0$ )
3. 開いた宇宙 (曲率が負) で宇宙項なし ( $\Lambda = 0$ )
4. 平坦な宇宙 (曲率が0) で宇宙項あり ( $\Lambda > 0$ )

現在の宇宙は膨張しているので, 現在の時刻を  $t_0$  とする. 宇宙モデルをどれと考えるかで, 宇宙の始まりまでの時間 (宇宙年齢)  $T_1, \dots, T_4$  が決まる. 最新の観測によれば, 現在の宇宙は加速膨張をしているので, 図中の 4 に近いようだ.

要した. 決め手となったのは, 宇宙が過去に非常に高温だった, という痕跡 (宇宙背景放射) の発見である.

宇宙には始まりがあり, **ビッグバン** と呼ばれる大爆発で今から 138 億年前に誕生した. 超高温・超高压だった火の玉宇宙は, 周囲に空間を広げつつ膨張し, 次第に温度を下げていく. 素粒子として拡散した物質は, 原子・分子へと結合し, やがて星や銀河を構成する. 今でも宇宙は膨張を続けていて, 宇宙空間の温度は, 摂氏マイナス 270 度 (絶対温度 2.7 度) 程度になっている. これが, 我々が把握している大まかな宇宙の歴史である.

ビッグバン以前の宇宙については, 諸説ある. もっとも有力なのは, 宇宙が 1 つの小さな量子ゆらぎから始まって, 真空のエネルギーによって, **インフレーション** と呼ばれる急膨張を遂げ, 多数の泡構造の衝突によってビッグバンに至った, というシナリオである. この説によれば, 宇宙は 1 つではなく, 我々の交信し得ない別の宇宙がたくさん存在することになる. この他にも, 宇宙は 1 点から始まったのではなく, 以前の宇宙が収縮して再び膨張に転じた, とする説もある. どちらが正しいかは不明である. これは, 相対性

**ビッグバン** (big-bang)

**インフレーション** (inflation)

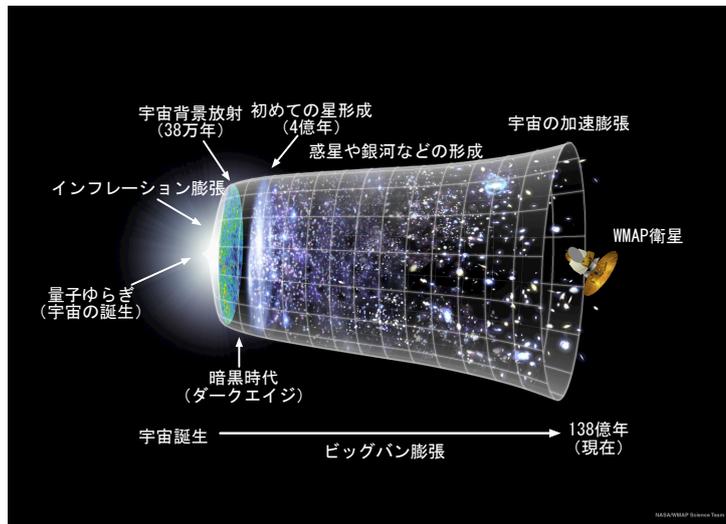


図 17: ビッグバン宇宙モデルのイメージ 左側から右側へ時間の流れとともに宇宙が膨張していく様子を示す。宇宙誕生後、38 万年後に光が直進できるようになる。電磁波では、この時以降の観測が可能になる。最近では、宇宙は加速膨張をしていることが明らかになった。(WMAP 衛星のプレスリリース図を改変)。

理論と量子論を融合する物理学がまだまだ完成していないからである。

現在、遠方にある超新星爆発やガンマ線バーストと呼ばれる天体の観測、宇宙背景放射の詳細な観測が進んでいるが、私たちの宇宙は、一般相対性理論が想定する以上に膨張を加速しているという不思議な事実がわかってきた。加速膨張をもたらす物質を「ダークエネルギー」と名付け、正体を模索している状態である。

新書出版のお知らせ

最終回の内容を含んだ本書が出版されました。

真貝寿明著

**ブラックホール・膨張宇宙・重力波**  
**一般相対性理論の 100 年と展開**

光文社新書、900 円 (税別)、

2015 年 9 月 16 日発売

ISBN 978-4334038779

342 ページ、図版 54 点



タイムマシンを中心にした相対性理論の解説書としては、文章と図版が半分ずつの  
 真貝寿明, 図解雑学 タイムマシンと時空の科学 (ナツメ社, 2011) 1400 円 + 税  
 もあります。

