2　おもちゃの物理——長く回転続けるコマ

力のつりあい，運動の法則など，力学の基本事項から，いくつか話題を提供します．

2.1　ティコ・ブラーエとケプラー

近代物理を興した 2 人の業績を紹介する．

■ティコ・ブラーエと超新星の発見

デンマークの貴族に生まれたティコ・ブラーエは，13 歳のときに部分日食 (1560 年) を見て，天文学・占星術の道へ進み，精密で膨大な天体観測の記録を残した．幼い頃から夜空の星に慣れ親しんだ彼には，全天の星の位置と明るさが脳裏にインプットされていた．1572 年のある日，彼は，カシオペア座に，これまでになかった星があることに気がついた．超新星（SN1572，通称「ティコの新星」）の発見である．まだ，望遠鏡が発明される以前で，肉眼による観測である．

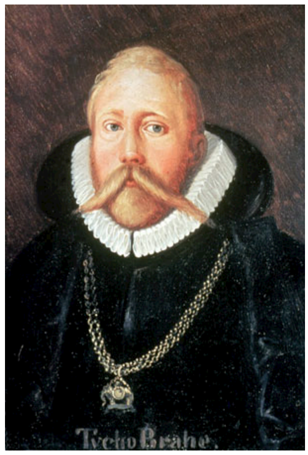


図 1: ブラーエ
Tycho Brahe
(1546-1601)

超新星は，それまで何も見えなかった空の領域に，とつぜん明るく光る天体である．星が一生を終えたときに起こす大爆発によるもので，やがて暗くなり，数ヶ月から 1 年ほどで見えなくなる．肉眼で見えるような明るい新星は我々の銀河内で発生するものだが，頻度は数百年に一度程度である．おそらく人類史上もっとも詳細な肉眼による星の観測を行っていたティコの時代に，偶然，新星が誕生したことは人類にとって非常に幸運だった．

当時，キリスト教的世界観に支配されていたヨーロッパでは，神が創りあげた宇宙は未来永劫で不変なものであり，したがって，星が増えたり減ったりすることはないと信じられていた．そのため，ティコによる超新星の発見は，ヨーロッパ社会に大きな影響を与えたと言われる．「神からの解放」とまで表現するのは言い過ぎかもしれないが，星が誕生・消滅することがあると，実際に示した意義は大きい．

ところで，このとき以前にも超新星爆発はあり，ヨーロッパ以外では，いろいろ記録が残されている．表 1 に歴史的に有名な超新星爆発の一覧を載せる．1054 年に発生した超新星は日本や中国に記録が残されているが，昼間でもわかるほど明るく輝いていたという．ヨーロッパの人々にも見えていたに違いないが，そのような記録は見つかっていない．宗教の教えが人々の生活をいかに強く支配していたのかを示す 1 つの事実かもしれない．

表 1: 歴史的に有名な超新星．超新星名には発見された西暦がつく．SN 185 は 185 年に，SN 1987A は 1987 年に発見された一番始めの超新星である．

超新星	星座	銀河	最大光度	型	備考
SN 185	ケンタウルス座	銀河系	−8		最古の観測記録（中国『後漢書』）
SN 393	さそり座	銀河系	−1		
SN 1006	おおかみ座	銀河系	−9	I	
SN 1054	おうし座	銀河系	−6	II?	かに星雲
SN 1181	カシオペア座	銀河系	0	II	
SN 1572	カシオペア座	銀河系	−4	I	ティコの新星
SN 1604	へびつかい座	銀河系	−2.5	I	ケプラーの新星，天の川銀河で最新のもの
SN 1885A	アンドロメダ座	アンドロメダ銀河	5.8	Ia	アンドロメダ座 S 星，他銀河で初の発見
SN 1987A	かじき座	大マゼラン星雲	2.9	II	肉眼で見えた最新のもの
SN 2002bj	うさぎ座	NGC 1821		Ia	2009 年の解析により新型超新星と確認
SN 2006gy	ペルセウス座	NGC 1260	15.0	II	最大級の超新星
SN 2009dc	かんむり座	UGC 10064		Ia	チャンドラセカール限界を超えた初の爆発

■ケプラーの惑星運動の法則

ケプラー は，ティコ・ブラーエの精密な観測データから，次の 3 法則を観測事実としてまとめた．

ケプラーの惑星運動の法則
(Kepler's laws)

図 2: ケプラー
Johannes Kepler
(1571–1630)

法則 **ケプラーの惑星の運動についての 3 法則** (1609,1618)

第 1 法則 **楕円軌道の法則**

惑星は太陽を 1 つの焦点とする楕円軌道を描く．

第 2 法則 **面積速度一定の法則**

太陽と惑星を結ぶ線分が単位時間に描く扇形の面積（面積速度）は，惑星それぞれについて一定である．

第 3 法則 T^2/R^3 **一定の法則**

惑星の公転周期 T の 2 乗と，惑星の描く楕円の長軸半径（長軸の長さの半分）R の 3 乗の比 T^2/R^3 は，惑星によらず一定である．

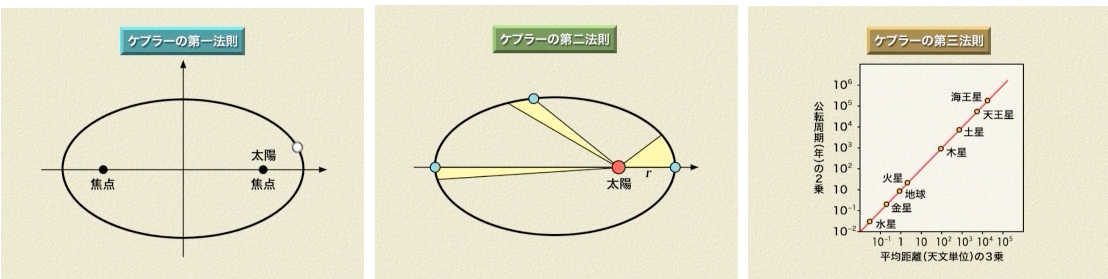


図 3: ケプラーの惑星運動の法則．

コラム 2 (ティコ・ブラーエとヨハネス・ケプラー)

ケプラーは，大学で数学と天文学を教える教員だった．彼はコペルニクスの地動説を支持しており，地動説にもとづいて太陽系の構造を解明しようとしていた．初期にケプラーの抱いた疑問は，惑星の数がなぜ 6 つなのか（当時は水星から土星までしか発見されていなかった)，そして惑星の軌道がどのようにして決まっているのかという 2 つである．

神が創る太陽系の惑星が 6 個であるということに意味を見いだそうとして，彼が発見したのは，「プラトンの立体」と呼ばれた正多面体である．対称性が高く美しい形として，球の次に考えられるのは正多面体である．正多面体には，正 4 面体（正三角形の面が 4 つで構成される三角錐)，正 6 面体（立方体)， 正 8 面体，正 12 面体，正 20 面体の 5 種類のみが存在する．惑星が 6 つなら，惑星間のすき間は 5 ヶ所である．ケプラーは，6 惑星の間に 5 種類の正多面体をあてはめ，惑星軌道が決まっているのではないか，と考えた．つまり，一番外側の土星軌道を含む天球に内接するように正六面体を置き，その内側に内接する天球を考えるとそれは木星の軌道を含む球になる．次に木星の天球に内接する正四面体を考えるとその内側に接する火星の天球が得られる，という具合である．

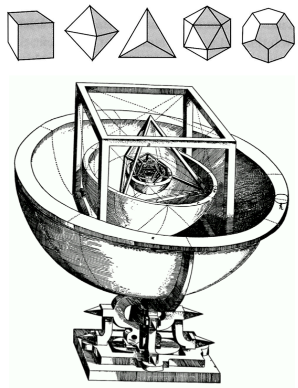


図 4: 『宇宙の神秘』(1596 年) に描かれた初期の多面体太陽系モデル

とても巧妙でおもしろいアイデアだが，これはまったくの『神秘的な』偶然である．ケプラーは，しかし，この説を観測データで実証したいと考え，当時，最高精度の天体観測を行っていたティコのもとへ弟子入りをすることにした．1600 年のことである．

ティコは，突然訪ねてきたケプラーを快く思わなかった．せっかく積み重ねてきた観測データが，一族のもとから流出してしまうことを危惧したのである．はじめにケプラーに渡されたデータは，ティコ自身も扱いに困っていた火星の観測データだった．他の惑星は円軌道で説明ができたのだが，火星はわずかにできなかった．厄介なデータだったのである．ところが，これが，歴史的な大発見へとつながることになる．

膨大な計算の結果，ケプラーは，火星の軌道は円ではなく，太陽を焦点の 1 つとする楕円であることを発見した．実はデータの揃っていた 5 惑星（水星を除く）の中で，離心率が一番大きい（円軌道から一番ずれている）のは火星だったのだ．

ティコ自身は，ケプラーが訪ねてきた翌年に急逝する．残されたデータを解析したケプラーは，自らが提案するプラトンの立体モデルと，ティコのデータが合致しないことを見いだした．ケプラーは悩んだ末，自分のモデルを捨て去ることにした．ケプラーは，その後，惑星の動く速度が，楕円軌道の焦点からの扇形を使って決まっていることを発見し，『新天文学』(1609 年) を著して発表する．さらにその 10 年後には，惑星の公転周期と軌道長半径の関係についても法則を発見した（『世界の調和』(1619 年))．

ティコの精密な観測データと，ケプラーの執念ともいえる計算力が人類の歴史上偶然にも出会い，宇宙の謎を解明する材料がそろえられたことになる．

参考：山本義隆「重力と力学的世界　古典としての古典力学」(現代数学社，1981)

2.2　速度・加速度

物体の運動を表すということは，時間とともに位置がどれだけ変わっていくかを表すことである．つまり，「いつ・どこに」あるのか，を表すことだ．

2.2.1　速さ・速度

■速さ（平均的速さ）

「速い」「遅い」を区別する言葉は，**速さ** v（スピード）である．速さは

速さ v (speed)

> 定義　**速さ**
>
> $$速さ\ v = \frac{移動した距離\ [\mathrm{m}]}{かかった時間\ [\mathrm{s}]} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad (1)$$

として決める．国際単位系では，速さの単位は，[m/s]（メートル毎秒）を使うのが基本である．

> 単位
>
> 速さ・速度は [m/s]（メートル毎秒）．

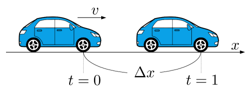


図 5: 位置と距離，時刻と時間

物理では，時間の単位は [s]（秒）を使うのが普通である．[m/s] と書いて，「メートル毎秒」と読む．日常生活では，秒速のほか，分速や時速もよく使う．

- 距離をメートル [m]，時間を秒 [s] で表せば，メートル毎秒 [m/s] である．1 秒あたり何メートル進むかを表すことになる．「秒速○メートル」という言い方でもよい．
- 距離をキロメートル [km]，時間を 1 時間 [h] を単位にして表せば，キロメートル毎時 [km/h] である．1 時間あたり何キロメートル進むかを表すことになる．車のスピードはこの単位で測ることが多い．
- **距離**を表すためには，座標軸を設定するとよい．物体の**位置**を $\boldsymbol{x}$ で表そう．時刻 t によって変化するから，$\boldsymbol{x}$ は t の関数として，$\boldsymbol{x}(t)$ としよう．$t = 0$ のときは $\boldsymbol{x}(0)$，$t = 1$ のときは $\boldsymbol{x}(1)$ となる．
- 物体の動いた距離を $\Delta\boldsymbol{x}$ と表す（デルタエックスと読む）．「デルタ○○」と書いたら「幅を持った○○の量」という意味である．

知っておくと便利な速さを表 2 にまとめた．

表 2: 知っておくと便利な速さ

人の歩く速さ	分速 80 m（不動産広告で徒歩○分というときの基準） 時速 4 km（江戸時代の距離の単位＝ 1 里）
マラソン選手	分速 280 m（=42.195 [km] / 150 [分]）
新幹線	時速 180 km = 3000 [m/分] = 50 [m/s]
旅客機	時速 900 km
音速	340 m/s（温度 T によって若干変化する）
光速	30 万 km/s（1 秒間で地球を 7.5 周）

Topic **稲妻までの距離**

稲妻がピカッと光ってから，ゴロゴロゴロと音が届くまでの時間差は，光の速度と音の伝わる速度との違いである．表 2 にあるように，光は一瞬で伝わるが，音速は 340 m/s である．稲妻が光ってから 10 秒後に音が聞こえたら，稲妻は自分の位置から

$$\text{距離} = \text{速度} \times \text{時間} = 340[\text{m/s}] \times 10[\text{s}] = 3400[\text{m}]$$

先にいることになる．

図 6: 光速と音速．

Topic **太陽が消えても...**

地球上では，光速は無限に速く感じられるが，宇宙空間では光でさえも，伝わるのには時間がかかる．太陽から出た光が地球に届くまでには，

$$\text{時間} = \frac{\text{距離}}{\text{速度}} = \frac{1\text{ 億 }5\text{ 千万 [km]}}{30\text{ 万 [km/s]}} = 500[\text{s}] = 8\text{ 分 }20\text{ 秒}$$

経過する．つまり，地球に届いている光は 8 分 20 秒前に太陽を出た光だ．太陽が今この瞬間に消失しても，地球では 8 分 20 秒の間，その事実が伝わらない．

夜空に輝く星も，地球に到達するまでには時間がかかっている．オリオン座のベテルギウス（642±147 光年先）はもうすぐ超新星爆発で消失すると考えられているが，現実にはこの瞬間にはもう存在しないかもしれない．

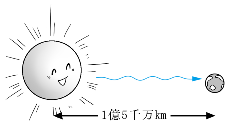


図 7: 太陽と地球．

アインシュタインの相対性理論により，最も速い速度は，光の速度で約 30 万 [km/s] である．⟹ §1.3.2

■速度

運動を考えるときは，どちら向きに動いているのか，という方向も重要である．プールで泳ぐ 2 人の人の速さが共に 2 [m/s] であっても，往路か復路かによって区別したい．そこで，**向きも含めて**速さを定義することにして，**速度** $\boldsymbol{v}$ と呼ぶことにしよう．

速度 $\boldsymbol{v}$ (velocity)
単位は [m/s]
(メートル毎秒)
大きさと方向を持つベクトル量は，本書では**太字で**表す．

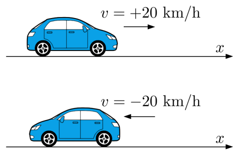


図 8: ＋ と － は向きを表す．向きを含めた量が「速度」．

定義 **速度**

向きも含めて速さを定義したものが，**速度**である．

- 速度は，「◯◯方向に速さ◯◯」と向きを含めて表す．
- 直線方向で向きを指定するには，座標系を使って，**正**（+）の向きか**負**（−）の向きかを付けて表してもよい．
- 平面上で向きを指定するには，ベクトルと呼ばれる矢印（大きさと方向を持つ量）で表すことになる．ベクトルを太文字で表すことにすれば，

$$\boldsymbol{v} = \frac{\Delta \boldsymbol{x}}{\Delta t} = \frac{\text{動いた距離 [m]}}{\text{かかった時間 [s]}} \qquad \text{単位は [m/s]} \qquad (2)$$

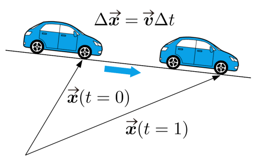


図 9: 速度はベクトル量．

■x-t **グラフ，** v-t **グラフ**

運動の様子を知るために，グラフを使うと便利である．時間 t を横軸にして，位置 $x(t)$ を示したものを x-t **グラフ**という．時間 t を横軸にして，速度 $v(t)$ を示したものを v-t **グラフ**という．

x-t **グラフ**
v-t **グラフ**

Topic **「ダイヤの乱れ」のダイヤとは**

列車の時刻表を x-t グラフで一覧できるように表したものをダイヤグラムという．上下の列車をすべて書いていくと，図面がダイヤモンド型に見えるからである．荒天や事故などで列車の運行が乱れるときには「ダイヤの乱れ」が生じた，という言葉がよく使われる．

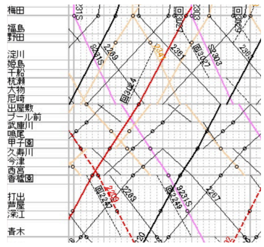


図 10: ダイヤグラム．

2.2.2 加速度

■**加速度＝速度の変化の割合**

加速度 $\boldsymbol{a}$
(acceleration)
加速度が生じているということは，力を受けていることである ($\Longrightarrow$ 運動方程式 §2.4.2)．

定義 **加速度**

速度の増減の具合を加速度として定義する．

$$\boldsymbol{a} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\text{速度の変化 [m/s]}}{\text{かかった時間 [s]}} \qquad \text{単位は [m/s}^2\text{]} \tag{3}$$

単位

加速度は [m/s^2] (メートル毎秒毎秒)．

加速度が正ならば，速度は増加する．加速度が負ならば，速度は減少する．等速運動ならば，加速度はゼロである．

例えば，時速 36 km（= 秒速 10 m）の車が急ブレーキを踏んで 2 秒後に停止した，としよう．このときの加速度は，

$$\boldsymbol{a} = \frac{0 \text{ [m/s]} - 10 \text{ [m/s]}}{2 \text{ [s]}} = -5 \text{ [m/s}^2\text{]} \quad \text{となる．}$$

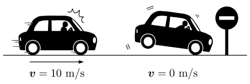


図 11: 秒速 10 m から 2 秒で静止すれば，加速度は，-5 m/s^2．

■**重力加速度** $\boldsymbol{g}$

モノを投げると，地球から重力を受けて落下するが，これは地球から「下向きに加速度を受ける」ことでもある．地球上で重力によって生じる加速度を**重力加速度**といい，値を g の文字で表したり，この大きさを 1G として他と比較したりする．g の大きさは，およそ 9.8 m/s^2 である．

重力 (gravity)
重力加速度
(gravitational acceleration)
$\boldsymbol{g} = 9.8$ [m/s^2]

問題と研究

問 2.1 国際宇宙ステーション (ISS) は約 90 分で地球を 1 周する．地球の半径は 6380 km，ISS の高度は地表から約 370 km である．ISS の速度はどのくらいか．

問 2.2 地球は自転により，24 時間で 1 周する．地球が半径 6380 km の球であるとして，赤道上での自転の速さはいくらか．

問 2.3 地球は公転により，太陽のまわりを 1 年間で 1 周する．軌道が半径 1 億 5000 万 km の円であるとして，公転速度はいくらか．

問 2.4 傘がないのに雨が降っているとき，走るべきか歩くべきか．風の向きで場合分けして考察せよ．

問 2.5 1G の加速度を保ってずっと速度を上げていくことができるロケットがあったとしよう．1 年後の速度はいくらか．

Advanced　微分

微分とは，グラフの傾きを求める演算のことである．傾きを知ることができれば，グラフが増加しているのか（傾きが正），あるいは減少しているのか（傾きが負）を判定することができるので便利である．x が時間 t を変数として変化しているとき，関数として，$x(t)$ と書く．$x(t)$ の各 t での傾きを表す関数を**導関数**といい，$x'(t)$ あるいは $\dfrac{dx}{dt}$ と書いて

$$\frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{x(t+\Delta t) - x(t)}{\Delta t} \tag{4}$$

として定義する．導関数を求めることを「微分する」という．
実際の計算は，$x(t)$ が 2 次関数の場合，c_0, c_1, c_2 を定数として，

$$x(t) = c_0 + c_1 t + c_2 t^2 \longrightarrow \frac{dx}{dt} = c_1 + 2c_2 t \tag{5}$$

となる．定数を微分すると，ゼロである．

微分 (derivative)
グラフの傾きを求める演算
$v(t) \longrightarrow \dfrac{dv}{dt}$

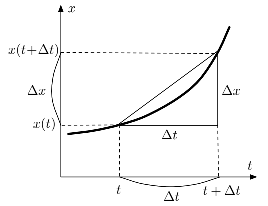


図 12: 関数 $v(t)$ の傾きは，$(\Delta v)/(\Delta t)$ で与えられる．$\Delta t \longrightarrow 0$ とすれば，各点での傾きになる．

Advanced　速度・加速度の定義と微分・積分

> 定義　**速度・加速度**（微分で定義する方法）
>
> 瞬間の速度は，$\Delta t \to 0$ の極限である．つまり，速度 $\boldsymbol{v}(t)$ は**位置 $\boldsymbol{x}(t)$ の時間微分**として定義される．
>
> $$\boldsymbol{v}(t) = \frac{d\boldsymbol{x}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{x}}{\Delta t} \tag{6}$$
>
> 加速度 $\boldsymbol{a}(t)$ は**速度 $\boldsymbol{v}(t)$ の時間微分**として定義する．
>
> $$\boldsymbol{a}(t) = \frac{d\boldsymbol{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t} \tag{7}$$

微分は，グラフの傾きを求める操作だったから，

- **速さ v は，x–t グラフの傾きである**
- **加速度の大きさ a は，$v - t$ グラフの傾きを求めること**

といえる．

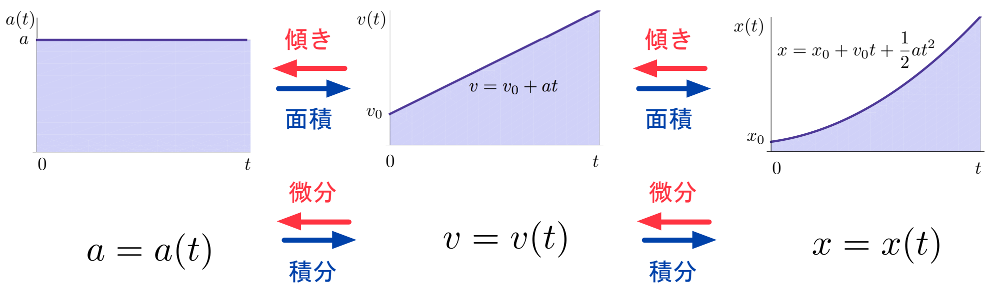


図 13: 速度・加速度の関係．速度・加速度の定義は，$x - t$ グラフ・$v - t$ グラフの傾きを求めることになる．逆に速度・加速度は，$v - t$ グラフ・$a - t$ グラフの面積を求めることにも相当する．

微分の逆演算は積分であり，積分はグラフの面積を求める計算と同じである．だから，$v(t)$ から $x(t)$ を求める操作は積分であり，**移動距離 x は，v–t グラフの面積**で与えられることになる．

2.2.3 自由落下運動

■鉛直方向への自由落下運動

鉛直方向への自由落下

重力による自由落下は，加速度の大きさ g =9.8 [m/s^2] の等加速度運動である．地面の高さをゼロとして，上向きを y 軸とした式にすると，時刻 t での速さ v_y と位置 y は，時刻 $t=0$ での初速度を v_0，位置を y_0 とすると，

$$v_y(t) = v_0 - gt \tag{8}$$

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{9}$$

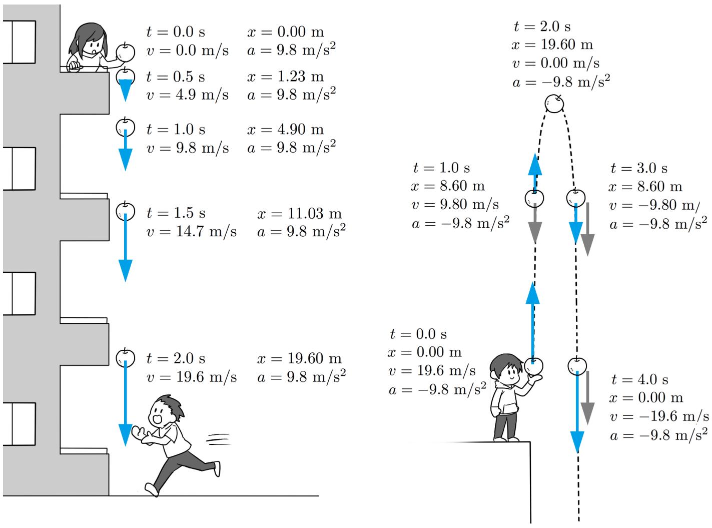


図 14: 自由落下運動は，等加速度運動．

■放物運動（水平方向への投射）

放物運動（水平投射）

こんどは，ボールを水平に打ち出すことを考えよう．空気抵抗がなければ，鉛直下向きには重力加速度 g が加わるが，水平方向には何も力は加わらない．つまり，ボールは，鉛直方向には等加速度運動を行い，水平方向には等速運動をする．この 2 つの運動を組み合わせると，**放物線**を描く．

当然ながら，水平方向に飛び出す初速度が大きければ，遠くまで到達する．

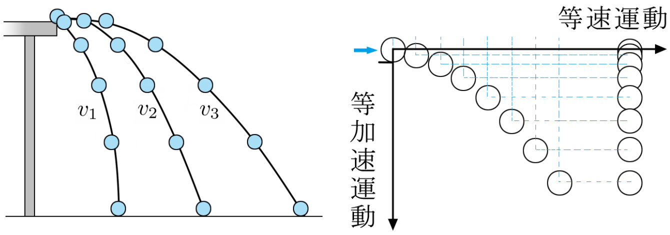


図 16: 放物運動は，等速運動と等加速度運動の組み合わせ．

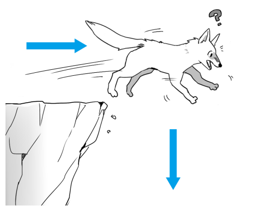


図 15: よくアニメで，崖から飛び出した狼が地面のないのに気がついたあと真下に落下するが，間違い．

2.3　力のつりあい — モーメントと重心

2.3.1　重力と張力

■ 力 1 重力

リンゴが落ちるのは，地球が**重力**を及ぼすからだ．リンゴの運動を詳しく観察すると，加速度がおよそ 9.8 m/s^2 で，加速していくことがわかる．この値を，**重力加速度**とよび，g として表すことにする．重力がはたらく方向をとくに**鉛直方向**とよぶ．地表付近では，重力の大きさはほぼ一定である．

法則　地球表面での重力の大きさ

質量 m[kg] の物体には，重力加速度 $g = 9.8$ [m/s^2] がはたらく．重力の大きさ W は，

$$W = mg \tag{10}$$

$$\text{重力 [N]} = \text{質量 [kg]} \times \text{重力加速度 [m/s}^2\text{]}$$

■力の単位はニュートン

力の単位は [N]（ニュートン）である．1 kg の物体に，9.8 m/s^2 の加速度が生じるとき，物体に加えられている力は 9.8 N である．力の単位として，1 kg の物体にはたらく重力の大きさを 1 kgw あるいは 1 kg 重 とする単位もある．重力加速度は，9.8 m/s^2 だから，1 [N]=9.8[kg 重] である．

■ 力 2 ひもの張力

物体にひもがつながっていて，ひもがピンと張っていれば，物体はひもから力をうける．この力を**張力**という．T で表すことが多い．

力 1 **重力** (gravity)

万有引力 ⟹§3.1.1
鉛直方向
(vertical direction)

単位

力は [N]（ニュートン）．
重力には [kg 重]（キログラム重）も使う．
1[kg 重]=9.8[N]

力 2 **張力** (tension)

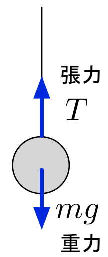


図 17: 重力と張力．

2.3.2　力の合成と分解

■力の合成

普通，物体にはいくつもの力が加わる．それらを $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\cdots$ などとしよう．それぞれの力はベクトルとして，大きさと向きをもつものと考えられるので，2 つ以上の力が加わった場合は，ベクトルとして足し算を行う（力の合成を行う）計算をすればよい．つまり，**合力** $\boldsymbol{F}$ として，

$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 = \boldsymbol{F} \tag{11}$$

とする．具体的には 2 つのベクトルの足し算は，2 つの矢印を平行四辺形の 2 辺として足し合わせ，その対角線を和とすることに相当する．

力の合成
(composition of forces)
合力
(resultant force)

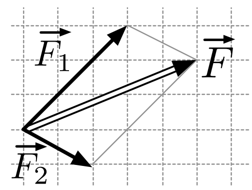


図 18: 2 つの力 $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$ の和は，このようにベクトル合成された $\boldsymbol{F}$ の大きさと向きになる．

■力のつりあい

物体に複数の力が加わって，その合力がゼロになるとき，**力がつりあう**という．物体にはたらく力がつりあっていると，物体には加速度が生じない．すなわち，

物体に はたらく力が つりあう
$\Longrightarrow$ 静止しているものは静止しつづけ，
等速直線運動しているものは等速直線運動を続ける．

力のつりあい
(equilibrium of forces)
「力がつりあっていたら動かない」わけではない．等速直線運動が保たれることになる．

ひもでつり下げたコインが止まっているのは，コインに加わる鉛直下向きの重力とひもの張力の 2 つがつりあって**合力がゼロ**になっていると考える．

■力の分解

力の合成は，平行四辺形の規則にしたがってベクトルの和をとった．逆に，同じ規則を使って，力を分解することができる．水平成分と垂直成分に分解したり，斜面に平行と垂直な成分に分解したりすることで，運動を理解しやすく考えることができる．分解された力を**分力**ともいう．

力の分解
(decomposition of forces)
分力
(component of force)

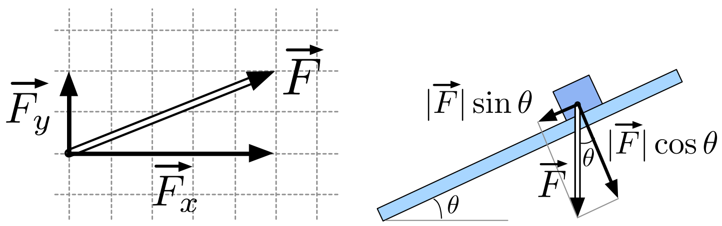


図 19: 〔左〕$\boldsymbol{F}$ ベクトルは，平行四辺形の和の規則を逆に使って，2 つのベクトルに分解できる．図は横軸と縦軸の成分に分解した例．〔右〕斜面上を動く物体を理解するときには，鉛直方向にかかる重力を，斜面に平行な成分と斜面に垂直な成分とに分解して考えるとよい．

Topic **針金をピンと伸ばす方法**

ぐにゃぐにゃの針金の両端を手で引っ張ってもなかなかピンと伸びない．そんなときは，針金の両端を固定し，引っ張るとよい．中央を力 F_1 で引っ張ると，その何倍もの力 F_2 が針金にかかる．

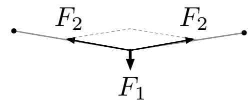


図 20: 針金をピンと伸ばす．

2.3.3　力のモーメント・重心

剛体 (rigid body)

■力のモーメント（トルク）

力のモーメント
(moment of force)

やじろべえや天秤ばかりなどで，「**力のモーメント**（ねじりモーメント）」という言葉を使ったことがあると思う．「**回転させようとする力**」のことである．つりあうためには，支点からの「長さ × おもりの数」が同じであればよい，という計算方法だ．（正確にはモーメントは「力」ではない．）

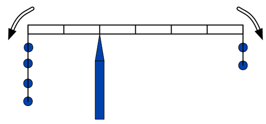


図 21: モーメントのつりあい．

例えば，図 21 のような天秤であれば，

右回りのモーメント＝（長さ）4 ×（おもり）2

左回りのモーメント＝（長さ）2 ×（おもり）4

となり，どちらも等しい値になるので，つりあうことになる．子供たちは，シーソーで遊ぶときに，この原理を学ぶことになる．

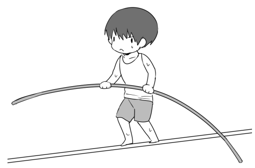


図 22: 綱渡りの棒は，何のため？

Topic　**サーカスの綱渡りは，なぜ長い棒を持つのか**

綱渡りの芸を披露する人は，長い棒を横にして持っている．同じ質量の棒であれば長い棒ほど，回転させるのに大きなモーメントを必要とする．綱渡りの際に長い棒を持っていれば，自分自身が回転しにくくなって姿勢を制御しやすくなる．つまり，長い棒を持つ方が安定なのだ．

よく回り続けるコマ　実験

CD 盤の中央にビー玉をつけるとコマになる．安定して長い時間回り続けるようにするには，トルクを大きくすればよい．CD 盤におもりを貼り付けておくと，安定して回るようになる．おもりの位置を中心付近，端の部分と変えてものをつくり，比較してみよう．

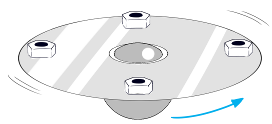


図 23: トルク（角運動量）が大きいコマ．

■てこの原理

てこの原理もモーメントを使って説明できる．支点と作用点の距離を短くし，支点と力点の距離を長くとれば，小さな力を加えるだけで，大きな力を作用点に加えることができる．

てこ (lever)
支点 (fulcrum)
力点 (effort)
作用点 (resistance)

地面を掘るときには大きなシャベルを使う．缶ジュースのふたを開けるしくみもてこの原理である．

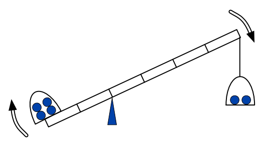


図 24: てこ．

Topic　**てこで地球を動かす**

アルキメデスは，「支点さえあれば，私は長い棒を使って地球を動かすことができる」と豪語したという．さて，どれだけの長さの棒があれば，可能だろうか．地球の質量は，6×10^{24}kg，アルキメデスが

100 kgw の力を出せるとする．支点を 1m の位置におくと，支点から力点までの距離は 6×10^{22}m となる．これは光の速さで約 600 万光年である．(しかも，てこの棒の質量は考えていない)．ちょっと，豪語しすぎだったのでは？？

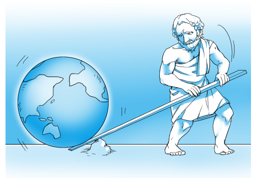


図 25: てこで地球を動かす？

■重心

モノの重さの中心となる点を**重心**という．全体の重さが，その 1 点にあると考えてよい場所である．指 1 本で支えられる（はず）の点である．

重心
(center of mass)

2 つの物体があるとき，質量 m_1 が位置 $\boldsymbol{x}_1$，質量 m_2 が位置 $\boldsymbol{x}_2$ にあるとすれば，重心の位置 $\boldsymbol{x}_C$ は，

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{C}} = \frac{m_1\boldsymbol{x}_1 + m_2\boldsymbol{x}_2}{m_1 + m_2} \tag{12}$$

となる．いくつもの質量があるときも同様である．3 個の場合は，次式になる．

$$\boldsymbol{x}_{\mathrm{C}} = \frac{m_1\boldsymbol{x}_1 + m_2\boldsymbol{x}_2 + m_3\boldsymbol{x}_3}{m_1 + m_2 + m_3} \tag{13}$$

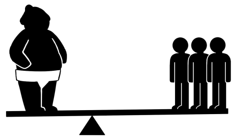


図 26: この図の場合，重心はシーソーの支点の上にある．

重心の位置をみつけよう 実験

三角形の重心は，それぞれの角度の 2 等分線の交点になるが，これを簡単に見つける方法がある．まず 1 つの端（A 点とする）をもち，ぶら下げる．下がった真下の方向へ A 点から線を引く．次に別の端（B 点）をもち，同じように線を引く．線が交わった所が重心である．重心の位置で全体を支えられるはずである．

この方法は，どんな形でも使えるので，重心を見つける方法として便利である．ただし，三日月型のような板だと，重心となる位置が空中になって，支えられないこともある．

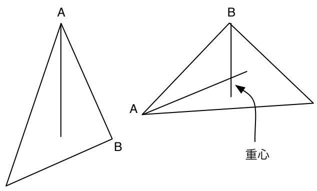


図 27: 重心

Topic　**やじろべえの重心**

どんぐりの左右に竹串の「腕」をさすと，やじろべえができる．両端におもりをつければ安定になる．2 本の腕が下に伸びているやじろべえの重心は，左右のバランスがとれていれば，中心付近で，図で×印をつけたところが重心になる．⟹ コラム 3 やじろべえの安定性

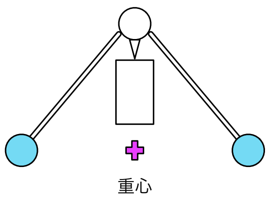


図 28: やじろべえの重心．

問題と研究

問 2.6　身の回りで「てこの原理」が使われているものを探してみよう．

問 2.7　おきあがりこぼしのしくみを説明してみよう．

問 2.8　妊婦の方の歩き方の特徴を重心という言葉を使って説明してみよう．

■安定・不安定

ちょっとのずれに対して，もとに戻るような状態を**安定な状態**，そうでなければ**不安定な状態**という．「つりあい」の状態であっても，安定か不安定かによって，運動が大きく変わるし，自然界では不安定つりあいはほぼ実現しないと考えてよい．

安定性
(stability)

コラム

コラム 3（安定な「やじろべえ」）

やじろべえが傾くと，重心が少し上に移動する．そうすると，重力に引っ張られて，重心が下へ動こうとする．行き過ぎて反対側に移動しても，逆向きの力が働く．重心の運動として考えると，これは振り子と同じである．振り子は同じ場所を行ったり来たりするが，空気抵抗や摩擦によって，次第に止まる．やじろべえが安定に止まるのも同じ仕組みだ．

ところで，やじろべえの両腕が上向きだったらどうなるだろうか．今度は重心が支えている点よりも上になる．少しでもやじろべえが傾くと，重心は下がるので，戻る力がなくなってしまう．だからやじろべえは不安定で崩れてしまう．頑張って立たせられたとしても，不安定なつりあい状態である．

安定にするためには，重心は支点より下になければいけない．また，腕を 3 本にすれば，より安定なやじろべえになる．

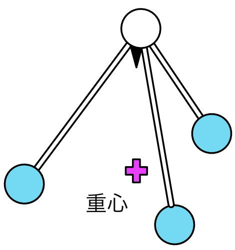


図 29: 3 つ腕やじろべえ

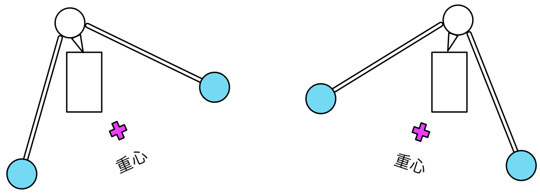


図 30: 傾いたやじろべえの重心．

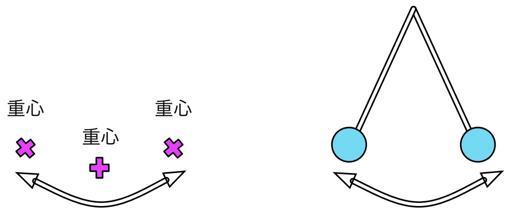


図 31: 重心の動きは，振り子と同じ．

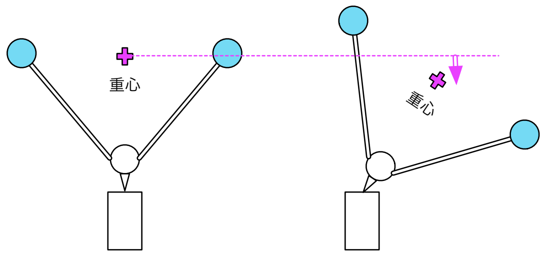
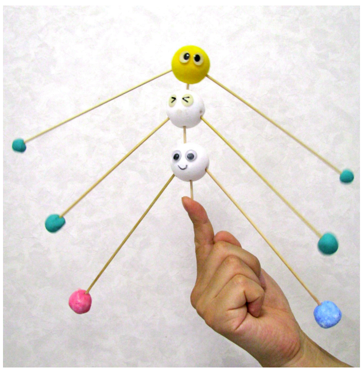


図 32: 支える点より上に重心があると，不安定になる．



左の写真は，やじろべえを 3 つ上下に重ねたものである．やじろべえを重ねるときは，腕の先のおもりを下段ほど重く，腕の角度を下段ほど鋭角にするのがコツだとか．

ちなみに，やじろべえの語源は，東海道中膝栗毛の「やじさん」こと，弥次郎兵衛「振分け荷物姿」だそうだ．

参考　真貝理香，科学工作『バランス遊び』，理科の探求 2011 年 11 月号（文一総合出版）

図 33: やじろべえ 3 兄弟

2.4　運動の法則 — 力を加えると，生じるのは加速度だった

普通の人なら，「力を加えたら，物体は動く」とか「力を加えたら，物体には速度が生じる」と考えてしまうかもしれない．ニュートンが偉かったのは，「**力を加えた時に，物体には速度が生じるのではなく，加速度が生じるのだ**」と見抜いたことだ．

2.4.1　運動の第 1 法則：慣性の法則

力がはたらかないときは，物体はどのような運動をするだろうか．答えは，「**いつまでもどこまでもそのまま**」である．それをきちんと述べたのが，**慣性の法則**である．

慣性 (inertia)
慣性の法則
(law of inertia)

法則　**ニュートンの運動法則 (第 1 法則)：慣性の法則**

物体は慣性を持つ（そのままの運動状態を保とうとする）．
力を加えなければ，物体は等速直線運動を行う．

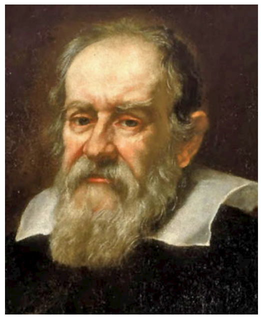


図 34: ガリレイ
Galileo Galilei
(1564-1642)

日常では，摩擦や空気抵抗のため，水平面上でボールを転がしたとしてもボールはいずれ静止してしまう．慣性の法則が成り立つことを示すのは実際にはとても難しい．慣性の法則にはじめて気づいたのは，ガリレオ・ガリレイである．彼は 次のような論法でこの法則を導いた．

> 斜面に球を置いて手をはなすと，球は加速しながら転がり落ちる．斜面の角度を急にすれば加速は一層速くなる．一方で斜面の上向きにボールを放つとボールは減速してゆく．この場合も減速は斜面の角度に依存する．それでは，水平面ならば，ボールはどのように動くだろうか．—-加速も減速もせず，そのままの運動を保ち続けると考えるのが自然である．(『天文対話』1632 年)

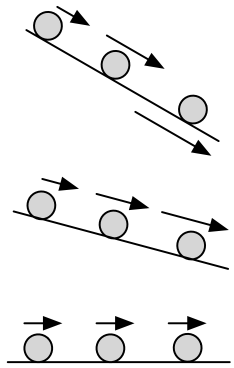


図 35: 斜面の角度を小さくすれば加速が少なくなる．傾きゼロでは等速運動となるはずだ．

走っている電車の中でモノを落としても足下に落下する（後方には落下しない）．また，地球は自転し，太陽のまわりを公転しているが，地球上に住んでいる私たちはそのことに気がつかない．どちらも，「運動状態を保とうとする」慣性が原因である．

テーブルクロス引き　実験

だるま落としでは，一番下のブロックを勢い良くたたいても上のブロックが慣性の法則により留まり，そのまま下に落下する．テーブルクロス引きの芸も同様である．勢い良く引いたクロスの上の皿やコップがそのまま残るのは慣性の法則である．被害を最小にするため，机の上でペンなど載せた紙を引っ張って確かめよう．

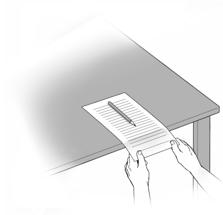


図 36

問 2.9 エレベータが動き始める時に，ふわっと感じた．昇りと下りのどちら向きの話か．

問 2.10 ぬれた雨傘の先を地面にたたくと，水滴が落ちる．この理由を説明せよ．

問 2.11 車の中で浮いている風船がある．車が急ブレーキをかけると風船は前後どちらに倒れるか．

風船ホバークラフト 実験

ホバークラフトとは，空気を下に送り込んで本体を少し浮かせて進む船のこと．CD や DVD のメディアに風船をとりつけて，ホバークラフトをつくってみよう．ペットボトルのふたに釘で穴をあけて空気が通るようにしておき，CD の中心部に接着する．そして風船に空気をいれてペットボトルのふたにとりつける．こうすると，すこしずつ風船から出た空気が CD を浮き上がらせる．まさつのない状態になるので，すこし押せばそのまま直進，すこし回転させればそのまま回転することが確認できる．

図 37

2.4.2 運動の第 2 法則：運動方程式

■力を加えると，物体には加速度が生じる：$F = ma$

物体に力を加えると動くことは誰でもわかる．「動く＝速度がある」ことだ．しかし，ニュートンは，

- 力を加えると，物体には「加速度」が生じる．
- 生じる加速度の大きさは，物体の質量に反比例する．

という 2 つの事実を見抜いた．同じ力を加えたとしても，思い扉を押すときと，軽い扉を押すときでは，扉の動き方が違う．違いは**速度ではなくて，加速度である**，という発見である．

法則 **ニュートンの運動法則 (第 2 法則)：運動方程式**

物体に力 $\boldsymbol{F}$ を及ぼすと，物体の質量 m に反比例した加速度 $\boldsymbol{a}$ が生じる．

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \tag{14}$$

物理学でいちばん重要な式である．方程式と呼んでいるのは，どのような加速度が生じるかを解く式になるからである．質量が 1 kg の物体に，加速度 1 m/s^2 を発生させる力の大きさの単位を 1 [N] (ニュートン) と呼ぶ．力の単位は [N] (ニュートン) である

太陽系の惑星の運動も，蹴り上げたサッカーボールの運動も，私たちがふだん目にする物体の運動は，ニュートンが発見した 1 つの方程式，**運動方程式**で説明することができる．

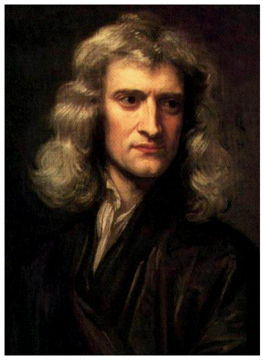


図 38: ニュートン Isaac Newton (1642–1727)

運動方程式 (equation of motion)

力 $\boldsymbol{F}$ (force)
単位は [N] (ニュートン)
質量 m
単位は [kg]
加速度 $\boldsymbol{a}$
単位は [m/s^2]

■運動方程式を解く，ということ

運動方程式を使うと，原因（力 $\boldsymbol{F}$）と結果（加速度 $\boldsymbol{a}$ ）を結びつけることができる．つまり，運動方程式は因果関係を表している式，ともいえる．

物理の問題を解くということは，**力が加わったときに，物体はどのように動くのか**を明らかにすることだ．つまり，私たちは，運動方程式を用いて，次の作業を行うことになる．

手続き　**物体の運動がわかる**

- 物体にはたらいている力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \cdots$ をすべて考える（向きも大きさもすべて列挙する）．
- 物体にはたらいている力の合力 $\boldsymbol{F}$ $(= \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \cdots)$ を求める．
- 運動方程式 (14) を用いて，物体に生じる加速度 $\boldsymbol{a}$ を求める．
- 加速度 $\boldsymbol{a}$ から，次の瞬間の速度 $\boldsymbol{v}$ を求める．（§2.2.2）
- 速度 $\boldsymbol{v}$ から，次の瞬間の位置 $\boldsymbol{x}$ を求める．（§2.2.1）

これにより，物体の運動が予測できることになるのだ．

2.4.3　運動の第 3 法則：作用・反作用の法則

■力は作用と反作用の 2 つペアで現れる

私たちが立ち止まっているとき，重力を受けていても静止しているのは，地面が逆に私たちを押し返しているからである．私たちが走るとき，地面を大きく後ろに蹴る．後ろ向きの力を加えることで，同じ力を地面から受けるからである．

作用 (action)
反作用 (reaction)

このように，2 つの物体 A と B があり，A が B に力を及ぼせば，同じ大きさで逆向きの力が B から A に及ぼされる．このような関係を**作用・反作用の法則**という．

作用・反作用の法則
(law of action-reaction)

法則　**ニュートンの運動法則 (第３法則)：作用・反作用の法則**

物体に力 $\boldsymbol{F}$ を及ぼすと，同じ大きさで逆向きの反作用 $-\boldsymbol{F}$ がその物体から及ぼされる．

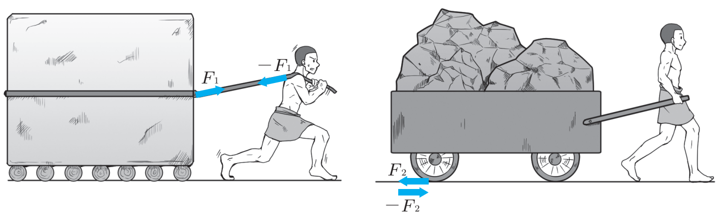


図 39: 力は必ず 2 つの物体間で生じていて，お互いが力を介して運動する．その状況を示すのが作用・反作用の法則である．