

2021/12/3

相対性理論におけるパラドクス

時間と空間の物理学
= 特殊相対性理論 + 一般相対性理論

正しそうに見える前提と妥当に見える推論から、受け入れがたい結論が得られること。逆説、背理、逆理とも言われる。

2022/1/14

ブラックホールと重力波

真貝寿明（しんかい ひさあき）

大阪工業大学 情報科学部 教授

武庫川女子大学 非常勤講師

理化学研究所 客員研究員

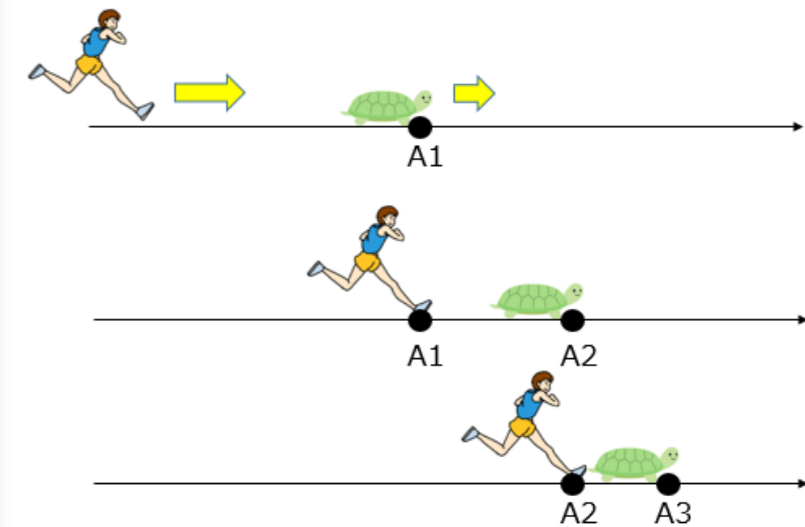


<http://www.oit.ac.jp/is/shinkai/nishinomiya>

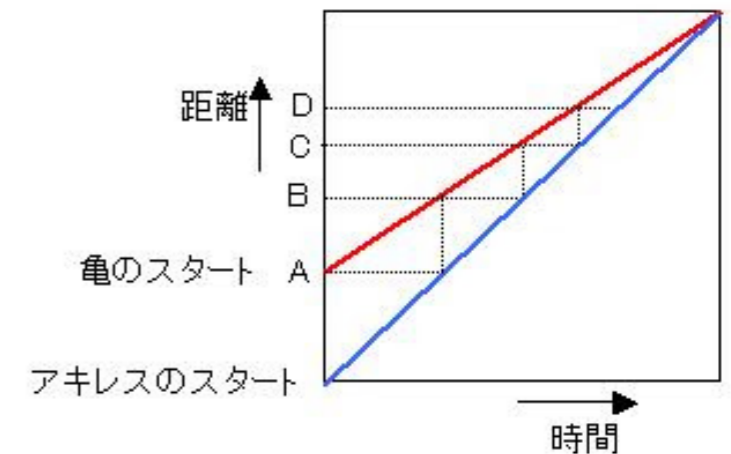
アキレスと亀のパラドックス

アキレスと亀のパラドックス

足の速いアキレスと亀が徒競走をすることになった。駿足のアキレスに対して亀の方が明らかに足が遅いため、アキレスは亀の後方からスタートすることになった。スタート後、アキレスは亀のいた場所（A 地点）に達するが、その時すでに亀は前方の B 地点にいる。アキレスが B 地点にたどり着いたときは、亀はその先の C 地点に進んでいる。この考えは、いくらでも続けることができるので、アキレスはいつまでたっても亀に追いつけないことになる。

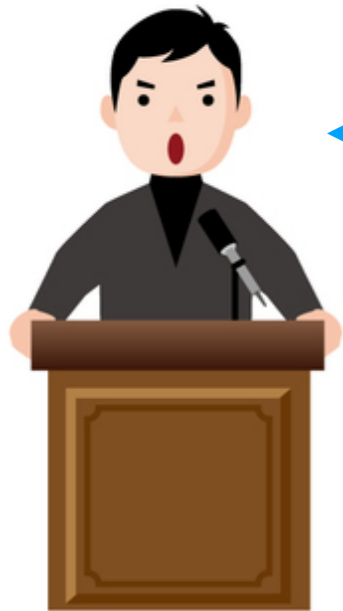


<https://atarimae.biz/archives/7971>



<http://swansong3478.web.fc2.com/008100taikakus>

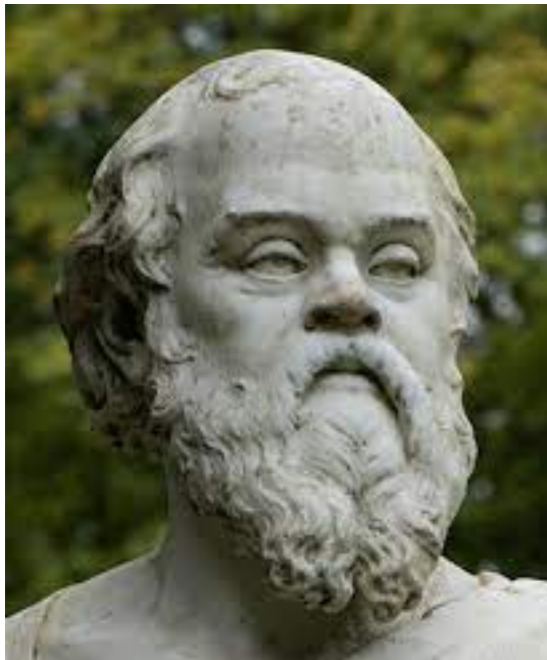
うそつきのパラドックス



私がいま話していることはウソです

この言葉はウソかホントか？

- この発言が本当だとすれば、ウソを語っていることになり、それは本当ではないので矛盾.
- この発言がウソだとすれば、本当のことを語っていることになり矛盾

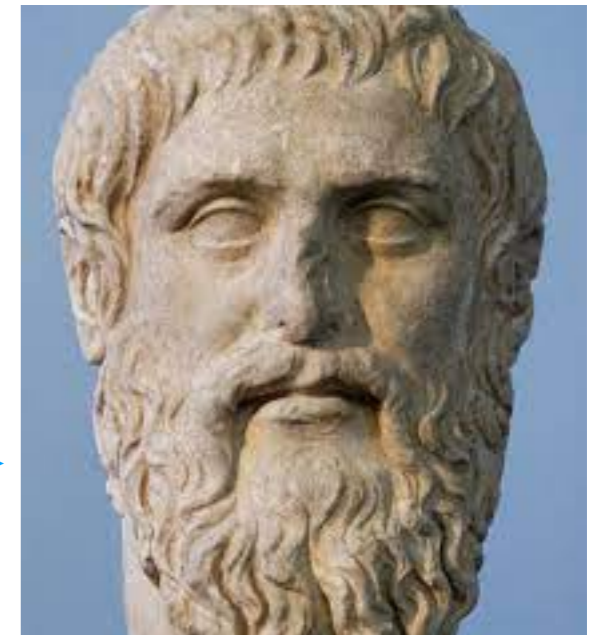


ソクラテス

プラトンの言うことはウソだ

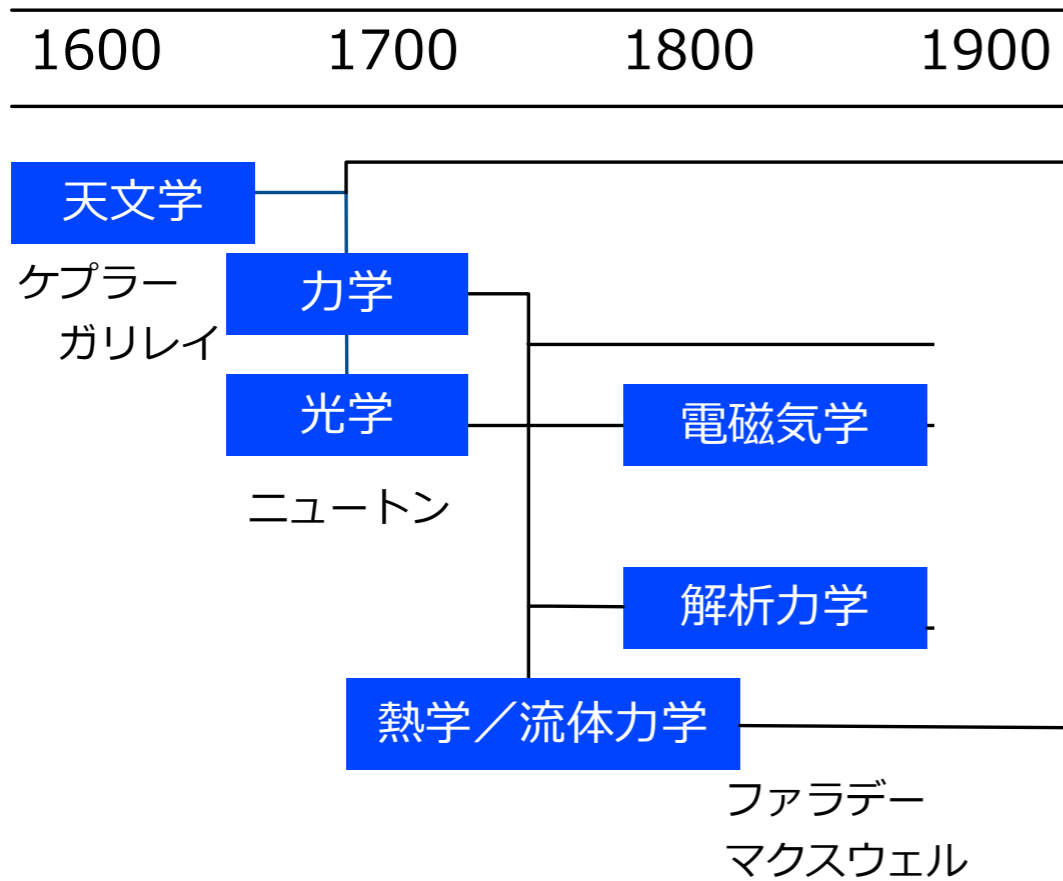
プラトン

ソクラテスの言うとおりです.



1905年 物理学 奇跡の年

近代物理学の進展



19世紀末は「物理学は完成した」と考えられていた。



これまでの物理学を否定せず、拡張した理論！

特殊相対性理論

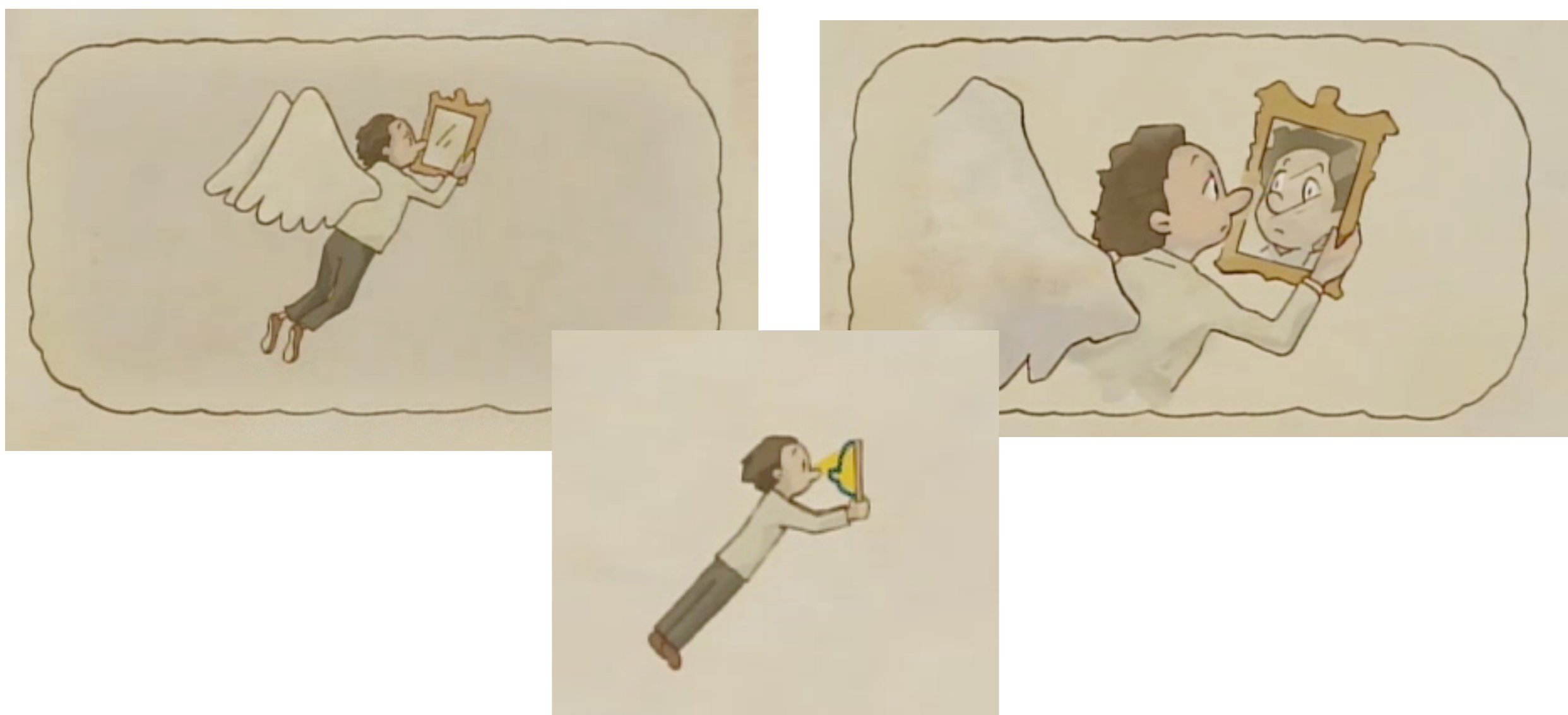
光の速さに近い場合の力学

「時間の進み方は観測者によって異なる」

ニュートン力学

$$F = ma$$

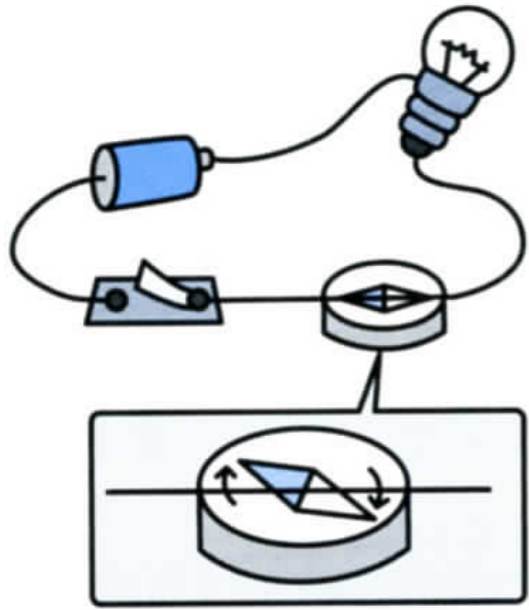
光の速さで動く人が鏡をみると 自分の顔が映るのを見るのだろうか？



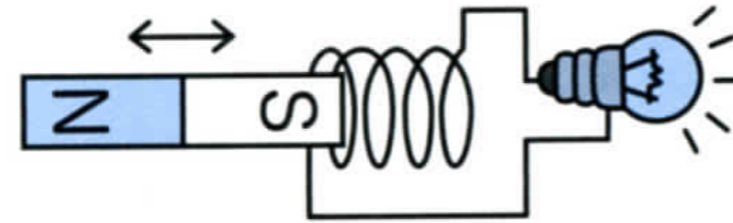
NHK 100分で名著のwebページより.

http://www.nhk.or.jp/meicho/famousbook/17_einstein/index.html#box01

電磁気学の進展



電流が流れると方位磁針の針が振れる。



ファラデー

コイルに磁石を出し入れすると電流が流れるぞ。

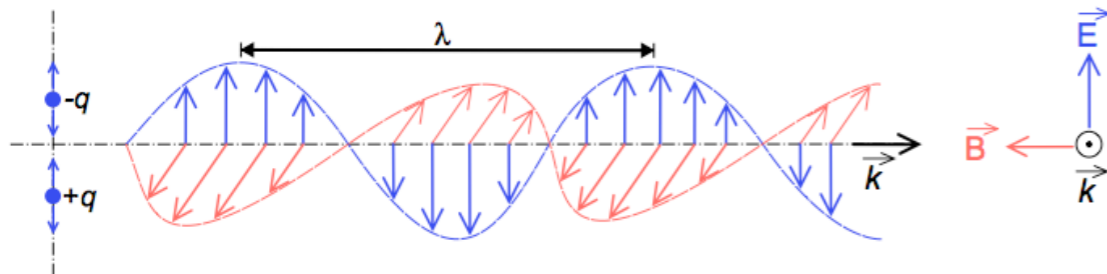
電磁誘導現象の発見 (1831年)

電気力と磁石の力は関係しあうから「電磁気学」としてまとめよう。

電磁気現象を説明する「マクスウェルの方程式」を完成させ (1864年)、電場と磁場が互いに作用して電磁波として伝わることを示す。



マクスウェル



ヘルツ

電磁波は確かに光の速さで伝わっていた。

電磁波 (電波) の受発信に成功し、光の電磁波説を実証する (1888年)

電磁気学の完成 (マクスウェル, 1864)

電磁気学の基本方程式

次の4本の方程式から成り立つ。 \mathbf{E} は電場ベクトル, \mathbf{B} は磁場ベクトル, ρ は電荷密度, \mathbf{j} は電流ベクトル, c は光速とする。また, ∇ は微分演算子とする。

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad (2.20)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0, \quad (2.21)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad (2.22)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0, \quad (2.23)$$

具体的には, 各ベクトルは

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix}, \quad \nabla = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

などと書け, \cdot と \times はベクトルの内積と外積を表す。したがって,

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}, \quad \nabla \times \mathbf{E} = \begin{pmatrix} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

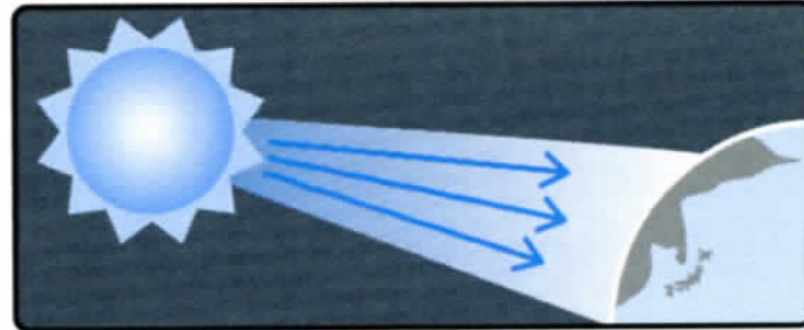
などとなる。

電磁気学で生じた疑問

疑問1 電磁波を伝えるもの(媒質)は何か?



音波は空気中の分子の振動が伝える。



電磁波(光)は真空中を満たす未知の媒質エーテルが伝える?

エーテルの存在?

疑問2 電磁波が伝わる速度が「光速」であるとは、誰から見た時の光速なのか?



時速140km



時速120km

車中の人からはパトカーの速度は時速20kmに見える。
(速度は相対的なもの)

特別な座標系の存在?

2つの原理の導入

- ★**相対性原理**：物理法則は、どのように運動をする人からみても（どのような座標系から見ても）同じ形にならなくてははいけない。
- ★**光速度一定の原理**：真空中の光の速度は、どのような座標系から見ても同じである。

疑問2

電磁波が伝わる速度が「光速」であるとは、誰から見た時の光速なのか？



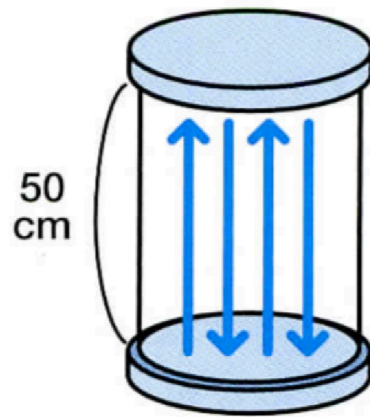
車中の人からはパトカーの速度は時速20kmに見える。
(速度は相対的なもの)

✗ 特別な座標系の存在？
不要である

時間の進み方は観測者によって異なる

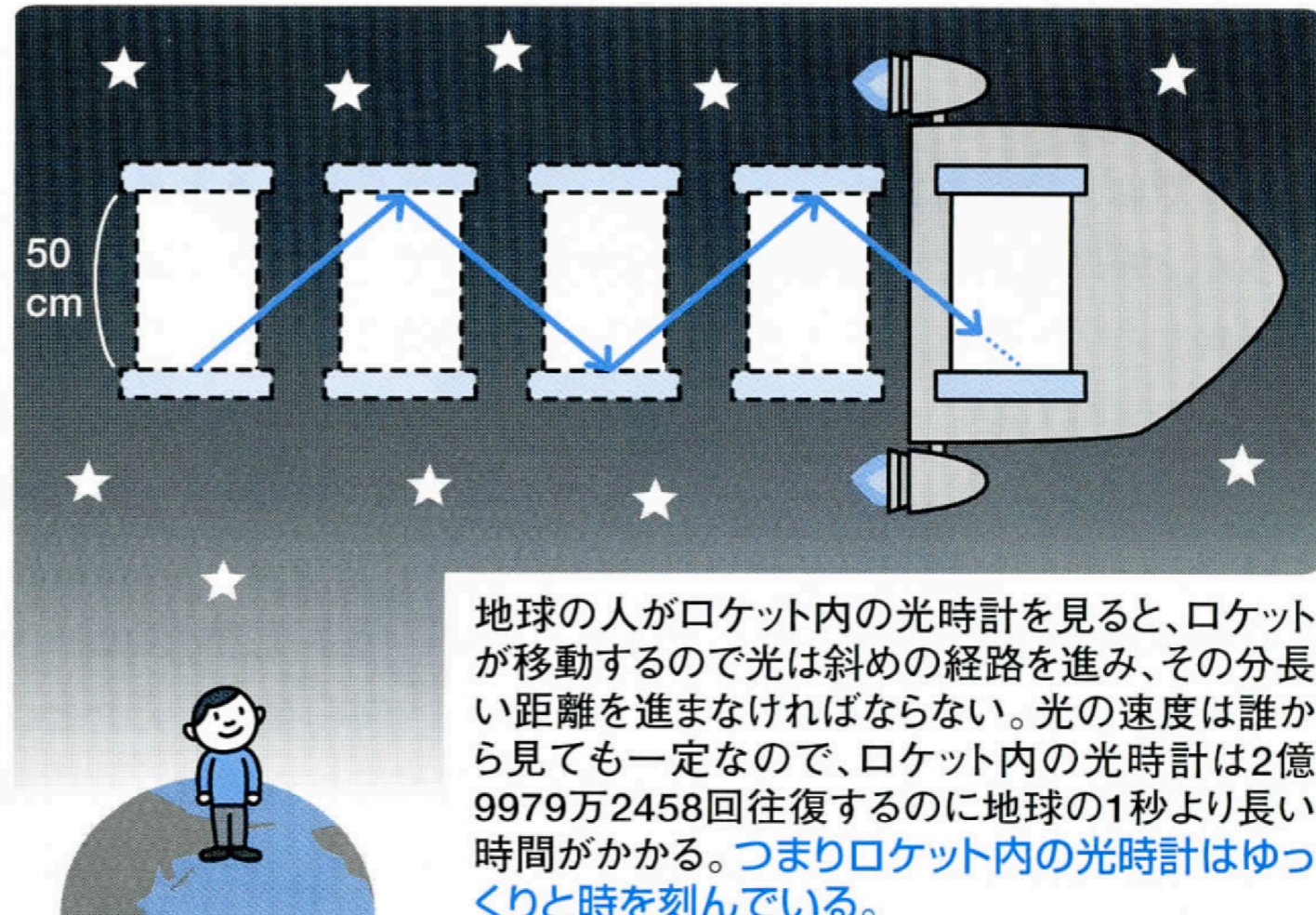
時間の進み方は、観測する人によって異なる。

時間の進み方は**相対的**になる。



光時計

光が2億9979万2458回往復すると「1秒」を刻む時計



地球の人がロケット内の光時計を見ると、ロケットが移動するので光は斜めの経路を進み、その分長い距離を進まなければならない。光の速度は誰から見ても一定なので、ロケット内の光時計は2億9979万2458回往復するのに地球の1秒より長い時間がかかる。つまりロケット内の光時計はゆっくりと時を刻んでいる。

動いている人の時間の進み方は、静止している人よりも遅い

光時計の不思議

NHK 100分de名著「相対性理論」第2回 (2012年)

2:30'

光時計の不思議

特殊相対性理論 【ウラシマ効果】

- 動いている人の時間の進み方は、静止している人よりも遅い。

$$dt' = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} dt$$

- 「水の江の浦の島子を詠める一首」（万葉集 巻九 1740-41）
……家ゆ出でて 三歳の中に 垣もなく 家滅せめやと……

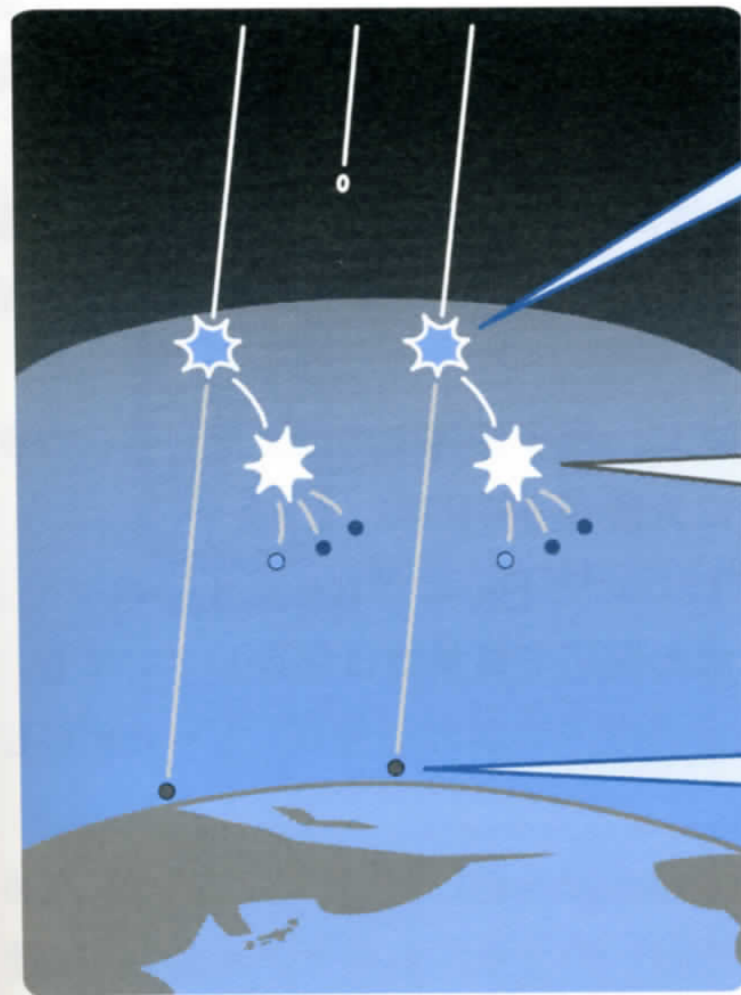
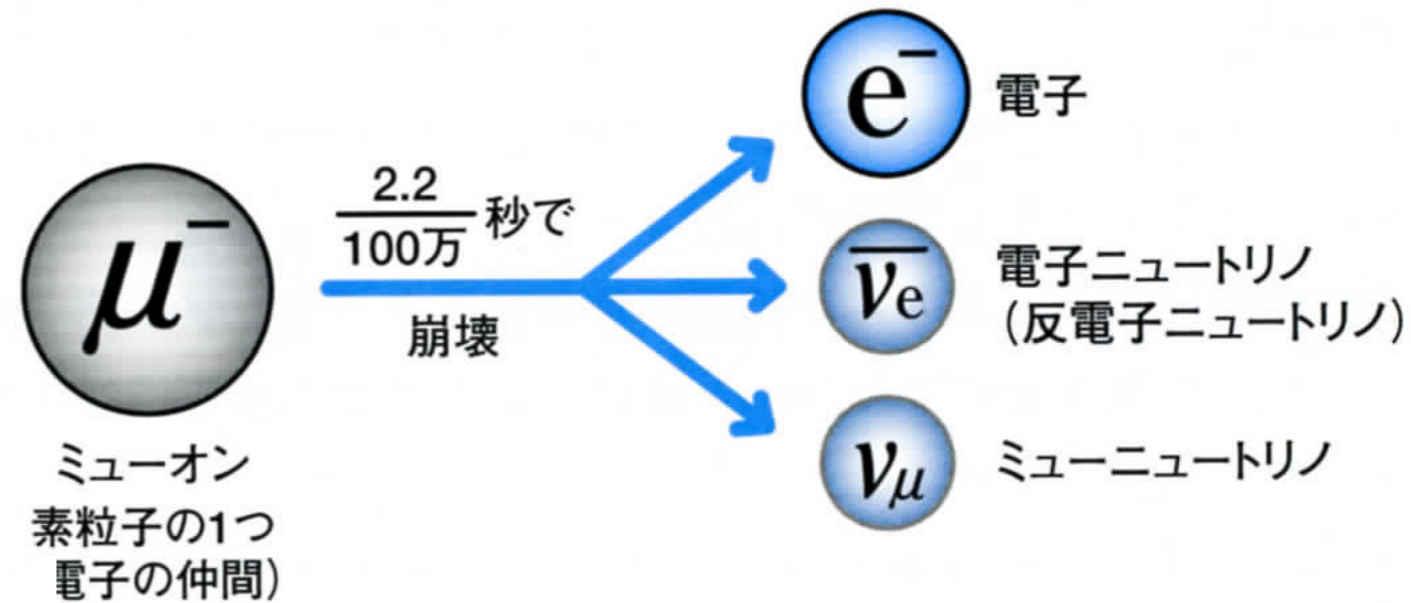
3年間竜宮城にいる間に、300年も経っていた。

$$300 \text{ year} = \int_0^{3 \text{ year}} \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}} dt \implies v = 0.9999499c$$

竜宮城は光速の99.995%で動いていた。

未来へ行くタイムマシンは実現可能！

素粒子の寿命は確かに延びている！



宇宙線が大気と衝突すると
ミューオンができる。

ミューオンは100万分の
2.2秒で崩壊するので
600mほどしか進めない
はずだが……

しかし光速度近くで飛行す
るミューオンは寿命が50倍
程度に伸びるので、20km
ある大気圏を通り抜けて地
表まで到達できる。

国際宇宙ステーションの乗務員の寿命も延びる！



ISSは秒速 7.8km
1年間乗務すると, . . .

0.01067秒 地表より時間が短くなる

旅客機の乗務員の寿命も延びる！



旅客機は時速900km (秒速 250 m)

10000時間乗務すると, . . .

0.000012517秒地表より時間が短くなる

互いに「相手の時計が遅れている」というパラドックス

互いに「相手の時計が遅れている」というパラドックス

- a 速度は相対的なものだ。地球からロケットを見れば速度は v でも、ロケットから地球を見れば地球は速度 $-v$ で動いていることになる。
- b だから、地球の人はロケットの時計が自分より遅く進むと観測し、ロケットの人は地球の時計が自分より遅く進むと観測する。
- c だから、お互いどちらも「相手の時計が遅れている」と主張する。

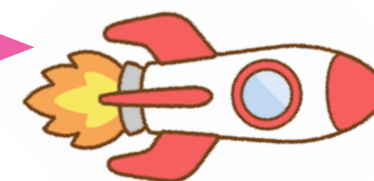


ロケットは速度 v で動いている。

だからロケットの時計の進みは遅くなる

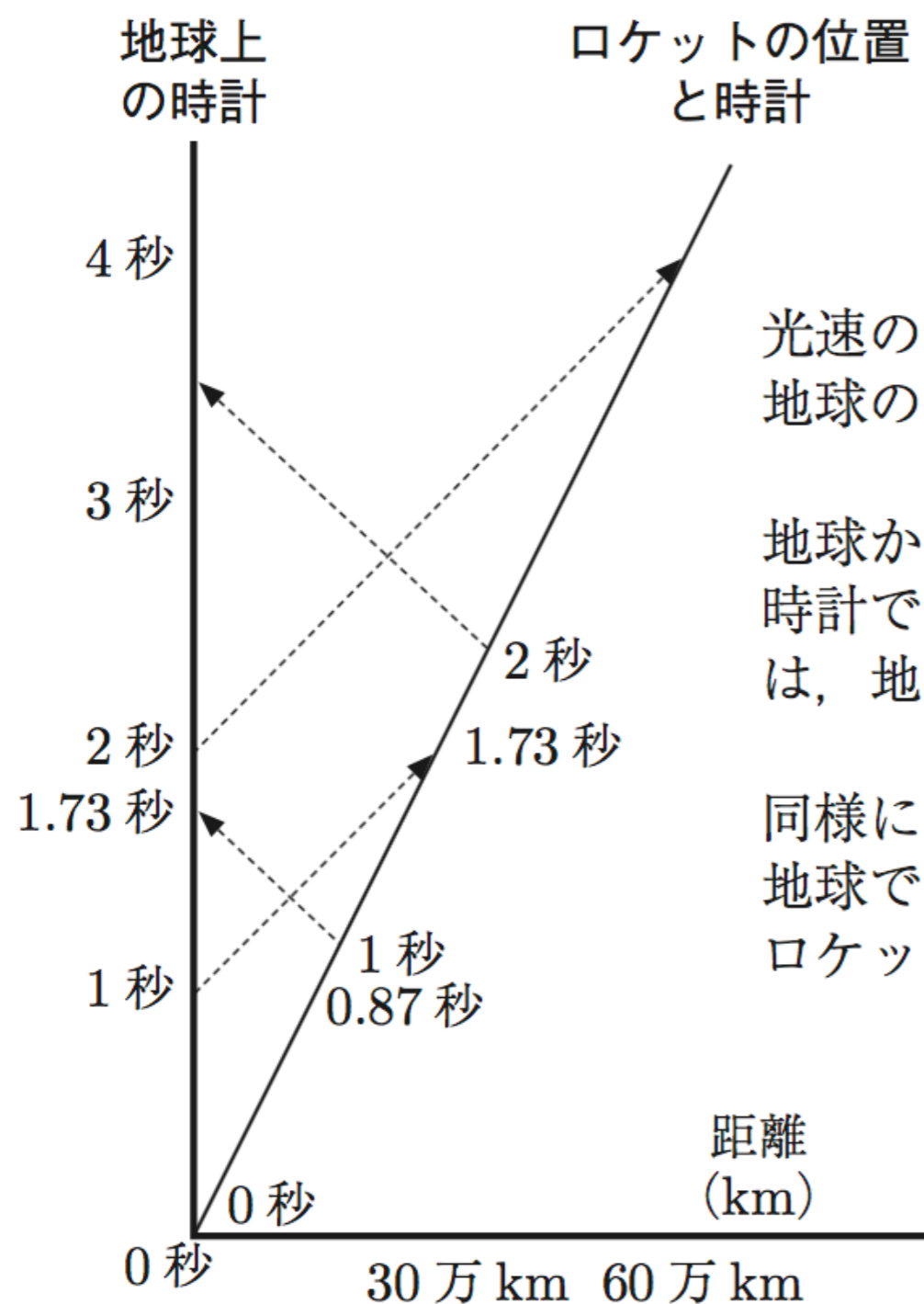
地球は速度 v で動いている。

だから地球の時計の進みは遅くなる



どちらも正しい

互いに「相手の時計が遅れている」というパラドックス



光速の 50% で動くロケットでは
地球の 1 秒は 0.87 秒に，地球の 2 秒は 1.73 秒になる。

地球から 1 秒ごとに送信された信号は，ロケット内の時計では 1.73 秒間隔で受信する。だからロケット側は，地球の 1 秒は遅くなっていると考えよう。

同様に，ロケットから 1 秒ごとに送信された信号も，地球では 1.73 秒間隔で受信する。だから地球側も，ロケットの 1 秒は遅くなっていることになる。

図 3.16

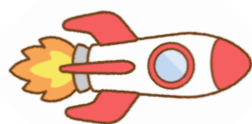
「相手の時計の方が遅れている」という主張はどちらも正しい。

双子のパラドックス

双子のパラドックス

- 双子の兄と弟がいて、兄が光速の80%のスピードで飛ぶロケットに乗って宇宙旅行に出た。目的地の星の近くまで一直線に飛び、すぐに引き返して戻ってきた。
- ロケットで飛行中は、どちらも相手の時計の進み方が遅いと観測していた。
- それでは、地球時間で30年経って戻ってきた兄と、地球に残っていた弟が再会するとき、どちらが若いのか。

弟



兄の方が若い



双子のパラドックス

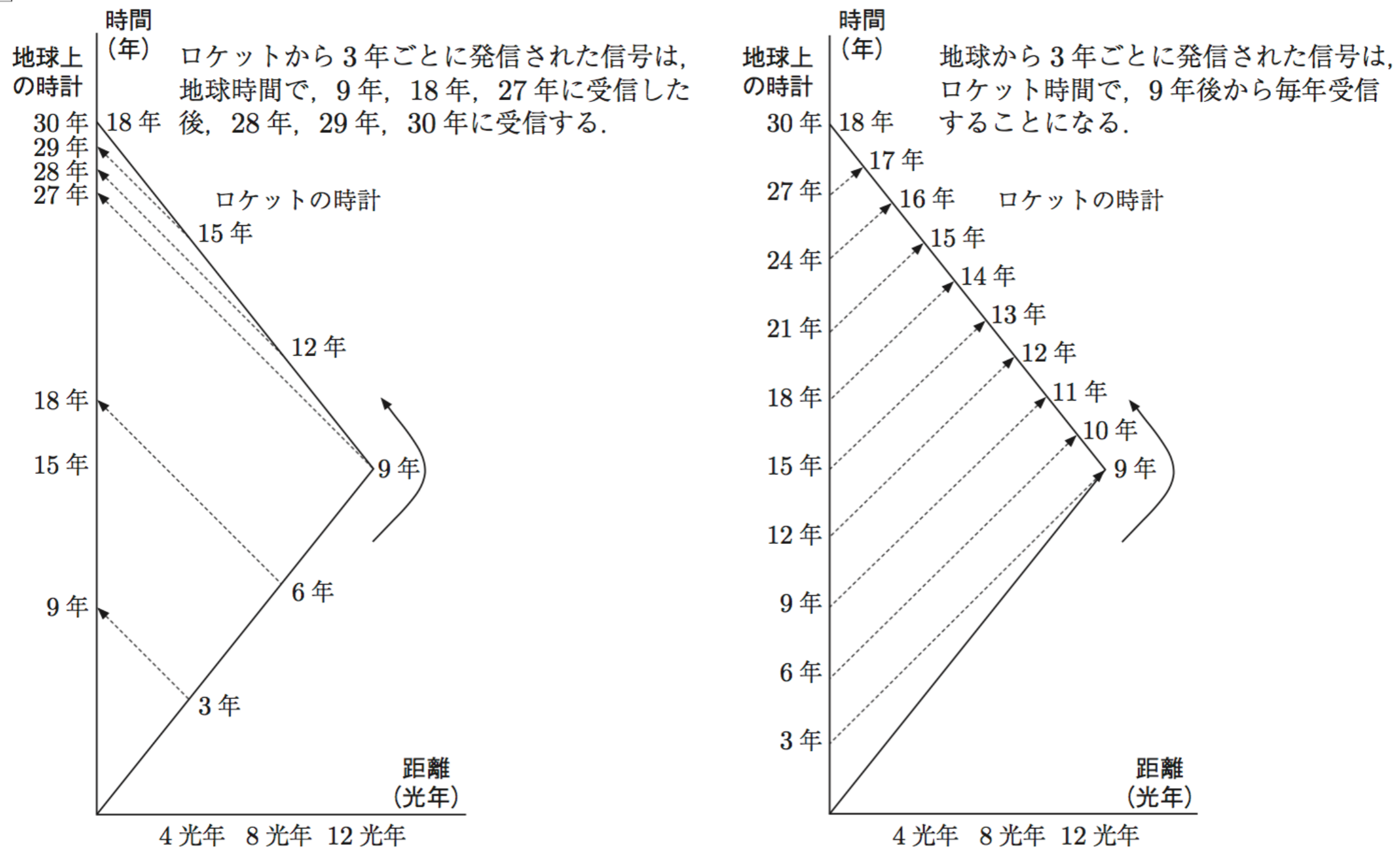


図 3.17 双子のパラドックスの理解. 互いに3年ごとに信号を発して、互いに相手の時計は遅いと感じつつも、再び出会うときにはロケットに乗っていた方が時間経過が短い。

不思議の国のトムキンス

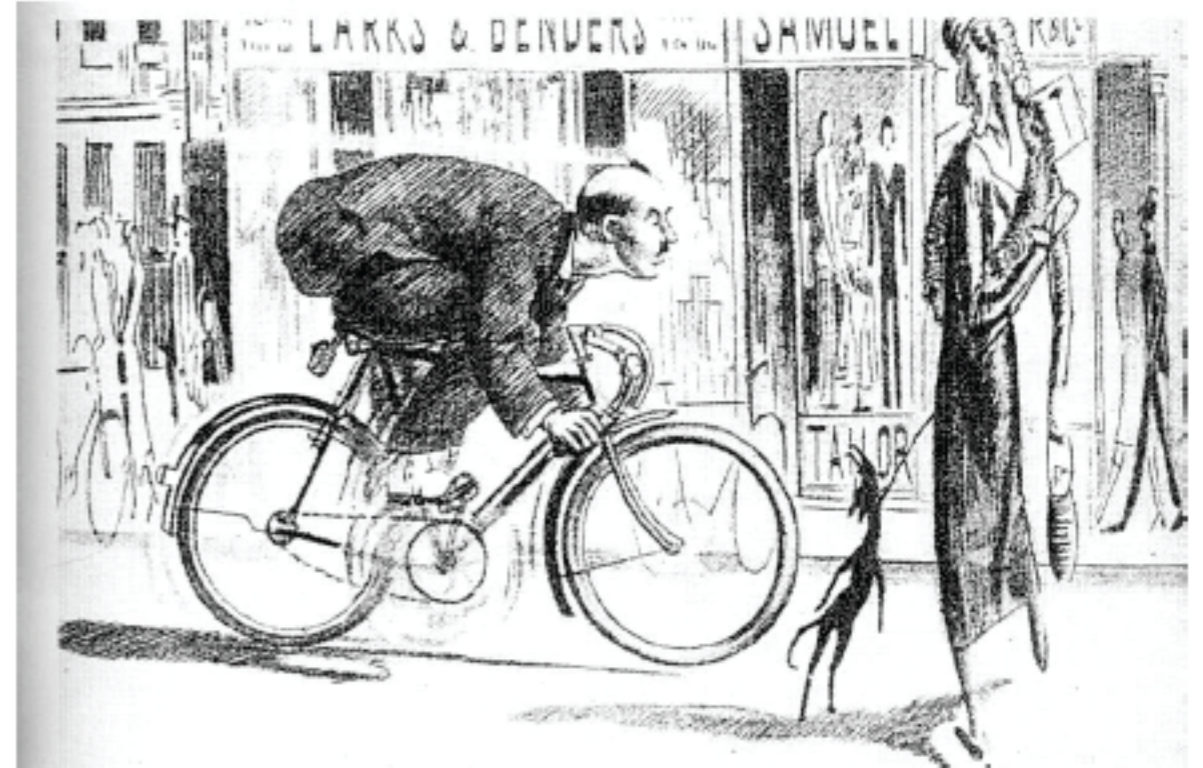
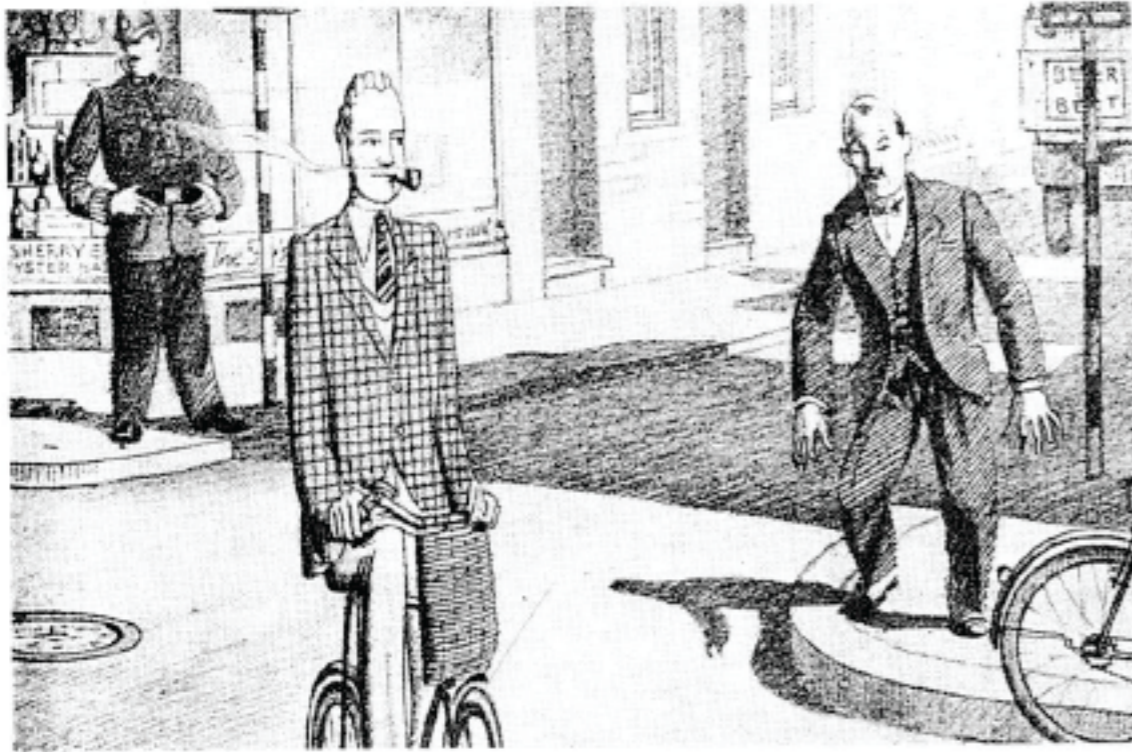


図 3.4 ガモフ著『不思議の国のトムキンス』[5] の挿絵. 最高速度が時速 30 km/s の世界では, 自転車で移動する人からみると世界が歪んで見え, 止まっている人から自転車の人を見ると平たく見える.

これまでの物理学を否定せず、拡張した理論！

特殊相対性理論

光の速さに近い場合の力学

「時間の進み方は観測者によって異なる」

ニュートン力学

$$F = ma$$

一般相対性理論

強い重力場での時空の力学

「空間が歪むのが重力の正体である」

特殊相対性理論

光の速さに近い場合の力学

「時間の進み方は観測者によって異なる」

ニュートン力学

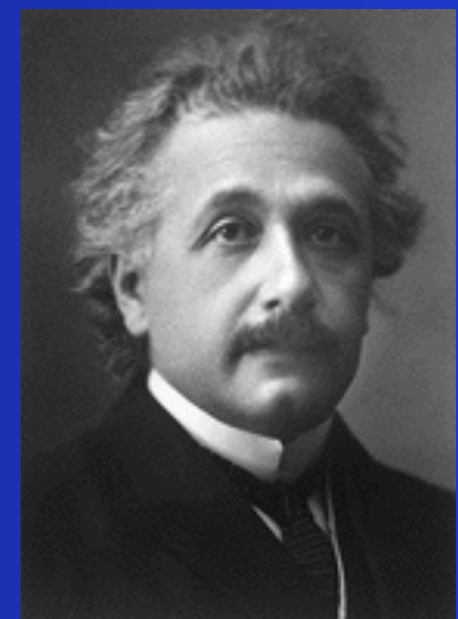
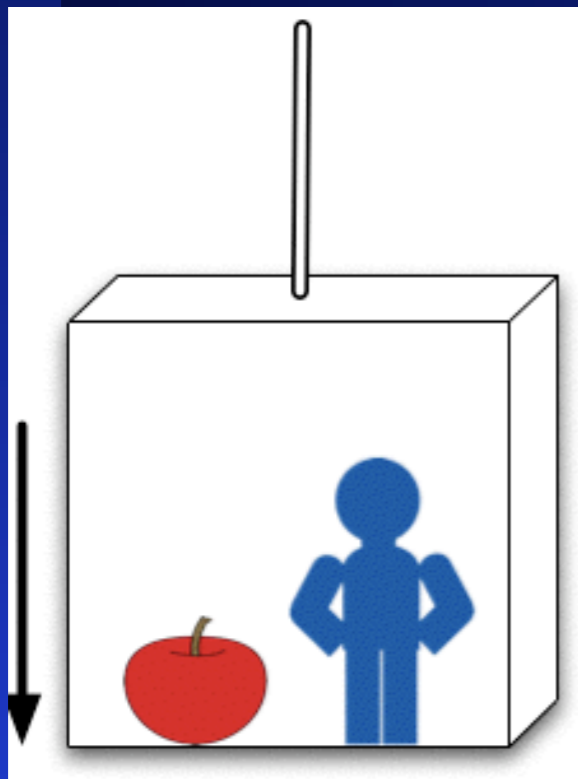
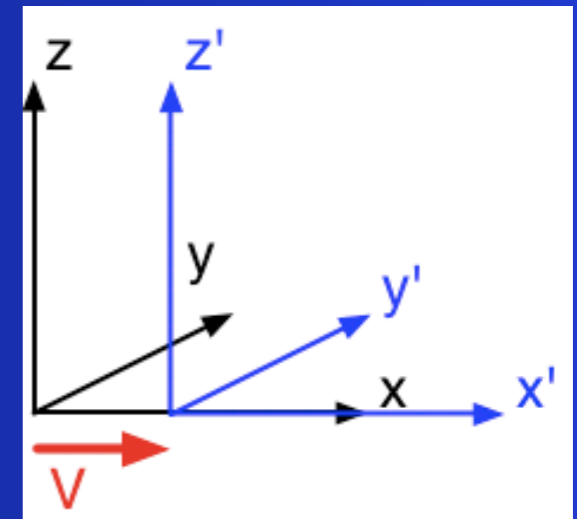
$$F = ma$$

一般相対性理論【等価原理】

★ 特殊相対性理論は、加速運動する座標系を取り扱うことはできなかった。

★ 加速度とは何か？

エレベータの思考実験



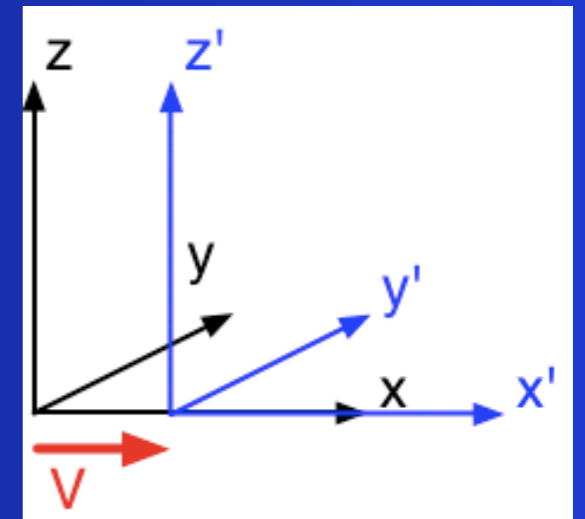
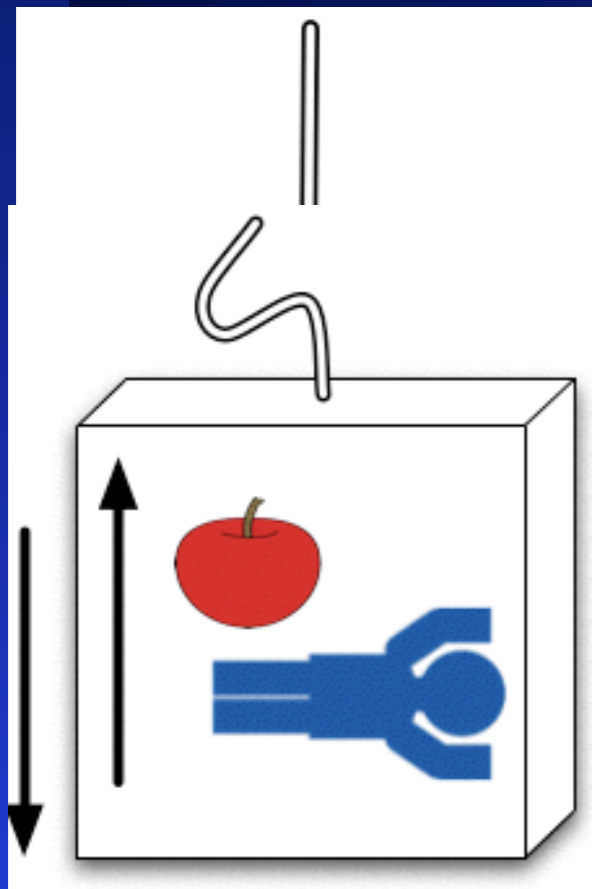
一般相対性理論【等価原理】

★ 特殊相対性理論は、加速運動する座標系を取り扱うことはできなかった。

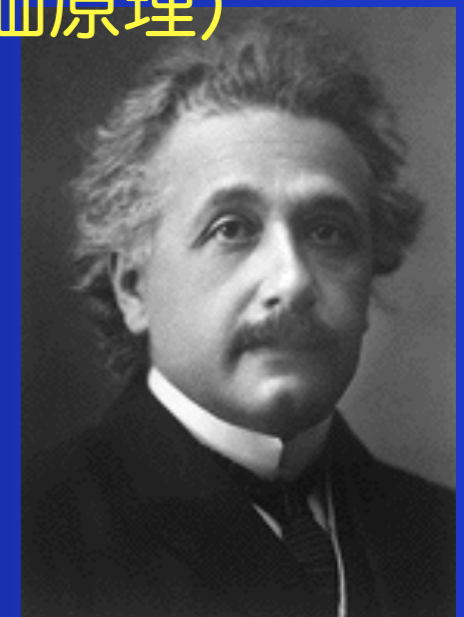
★ 加速度とは何か？

エレベータの思考実験

「重力加速度は、自由落下しているエレベータでは相殺されてしまう」
= 加速度は局所的に消去可能（等価原理）

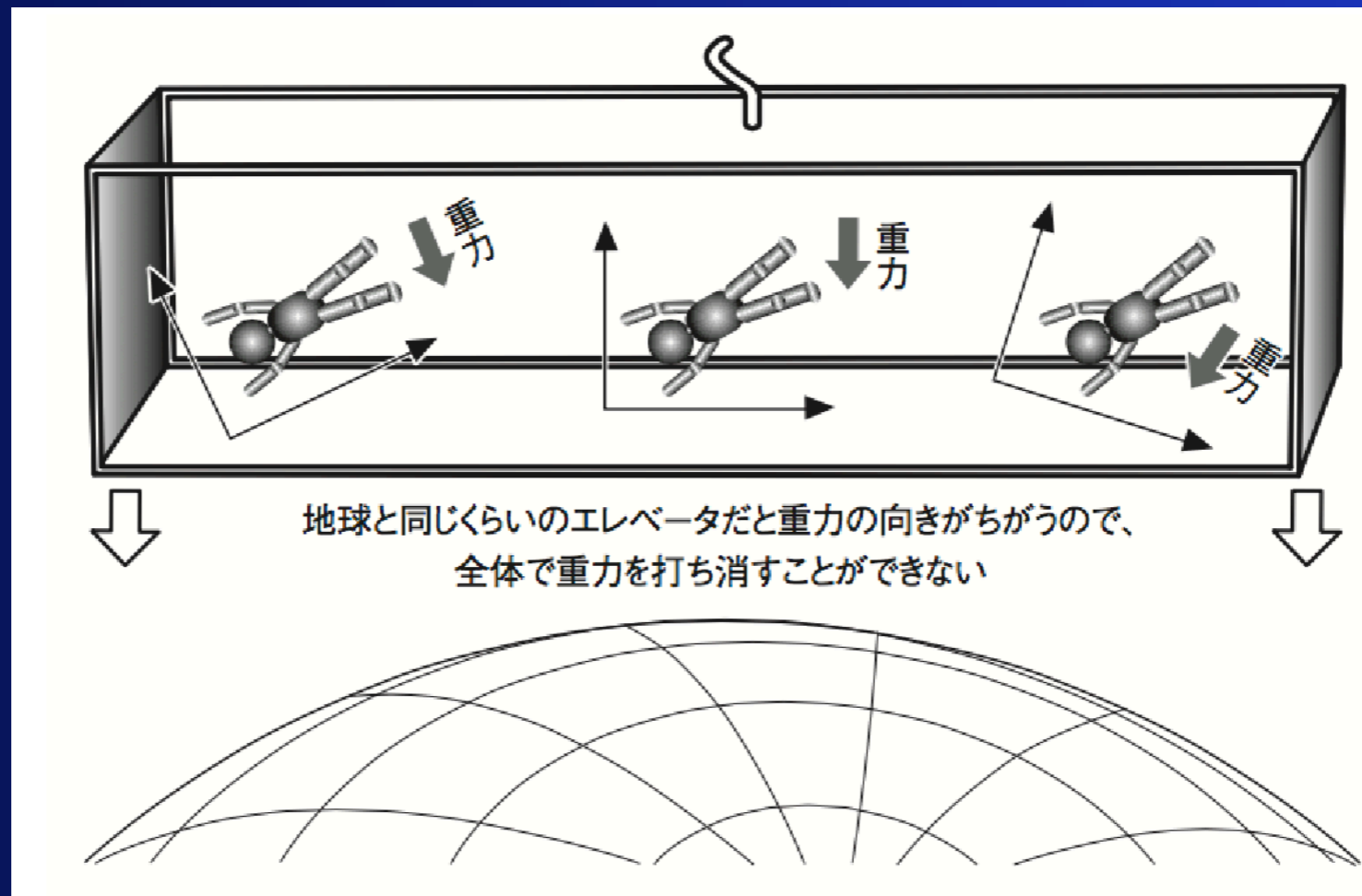


「生涯で最もすばらしいアイデア」



一般相対性理論【重力の正体】

「重力加速度は、自由落下しているエレベータでは相殺する」
= 加速度は局所的に消去可能（等価原理）



= 重力は、大域的には消去できない。

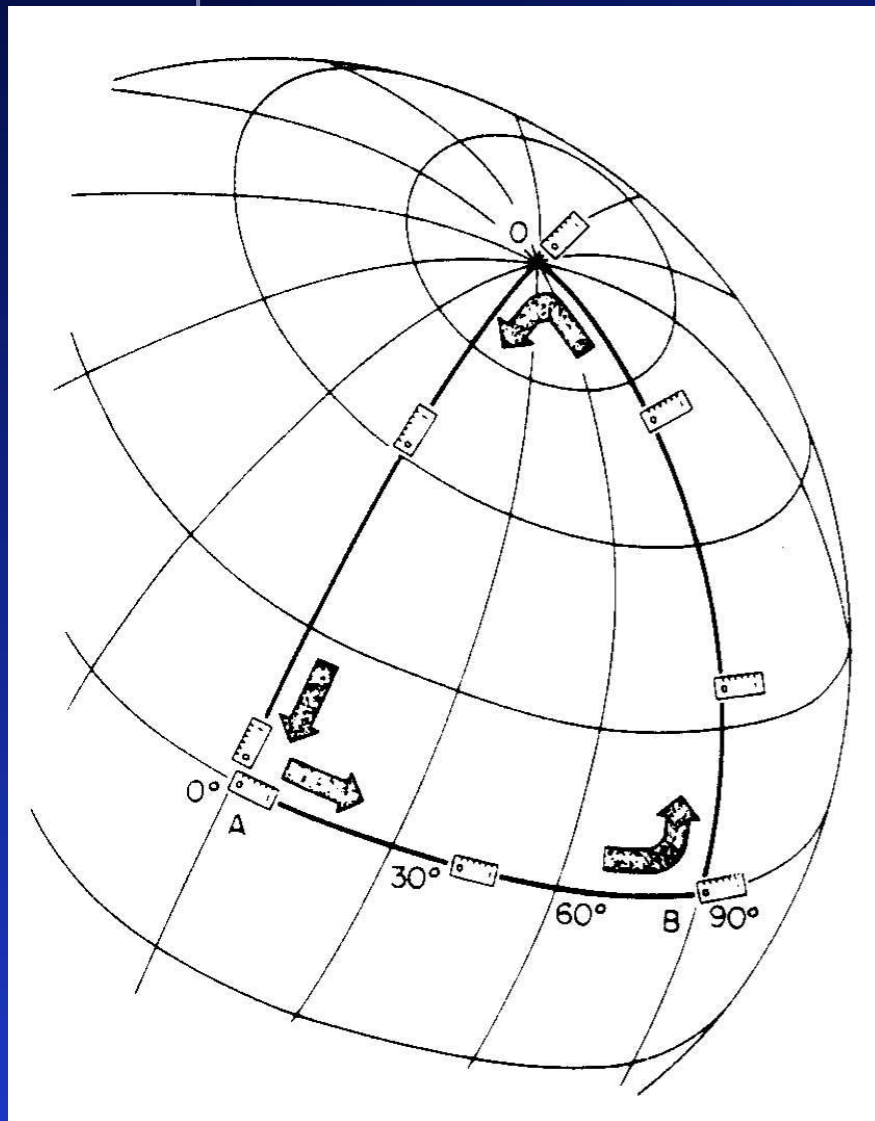
= 重力の正体は、時空のもつ曲がり具合である。

曲がった時空の幾何学 = 「一般相対性理論」

一般相対性理論【計量 metric】

曲がった時空の幾何学 = リーマン幾何学

4次元距離を一般化した「計量(metric)」.



$$ds^2 = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} g_{tt} & g_{tx} & g_{ty} & g_{tz} \\ & g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ & & g_{yy} & g_{yz} \\ sym. & & & g_{zz} \end{pmatrix}$$

平らな時空(flat spacetime)では,

$$\begin{aligned} ds^2 &= -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \\ &= -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \end{aligned}$$

一般相対性理論【計量 metric】

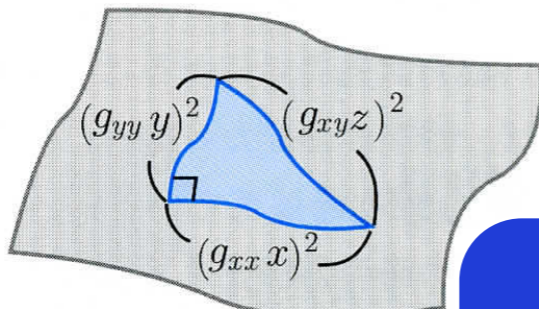
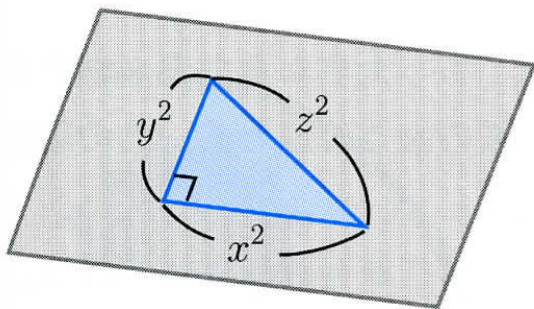
曲がった時空の幾何学 = リーマン幾何学

4次元距離を一般化した「計量(metric)」.

時空の曲がりを表す計量 $g_{\mu\nu}$

平らな面ではピタゴラスの定理が成り立つ。

曲がった空間でも成立するために計量関数で調整する。



$$x^2 + y^2 - z^2 = 0$$

$$(g_{xx}x)^2 + (g_{yy}y)^2 - (g_{xyz})^2$$

このように、曲がり具合は関数 $g_{\mu\nu}$ に押し付けて表すことができる。アインシュタイン方程式は、3次元空間+時間の4次元の曲がり $g_{\mu\nu}$ を解く方程式である。

$$ds^2 = \sum_{\mu=0}^3 \sum_{\nu=0}^3 g_{\mu\nu}(x) dx^\mu dx^\nu = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

$$\begin{pmatrix} g_{tt} & g_{tx} & g_{ty} & g_{tz} \\ & g_{xx} & g_{xy} & g_{xz} \\ & & g_{yy} & g_{yz} \\ & & & g_{zz} \end{pmatrix}$$

物理学者は、リーマン幾何学に深入りしないほうがいいよ。

(time)では,

$$\begin{aligned} ds^2 &= -c^2 dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \\ &= -c^2 dt^2 + dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \end{aligned}$$



Marcel Grossmann

一般相対性理論【Einstein方程式】

重力場の方程式 (1915)

空間の曲がりかモノの運動を決める \Leftrightarrow モノがあると空間が曲がる

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

アインシュタイン曲率テンソル

<空間の歪み>

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mu\nu}^{\alpha} &\equiv \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}(\partial_{\nu}g_{\beta\mu} + \partial_{\mu}g_{\beta\nu} - \partial_{\beta}g_{\mu\nu}) \\ R^{\mu}_{\nu\alpha\beta} &\equiv \partial_{\alpha}\Gamma_{\nu\beta}^{\mu} - \partial_{\beta}\Gamma_{\nu\alpha}^{\mu} + \Gamma_{\sigma\alpha}^{\mu}\Gamma_{\nu\beta}^{\sigma} - \Gamma_{\sigma\beta}^{\mu}\Gamma_{\nu\alpha}^{\sigma} \\ R_{ab} &\equiv R^{\mu}_{a\mu b} \equiv \partial_{\mu}\Gamma_{ab}^{\mu} - \partial_b\Gamma_{a\mu}^{\mu} + \Gamma_{\nu\mu}^{\mu}\Gamma_{ab}^{\nu} - \Gamma_{\nu b}^{\mu}\Gamma_{a\mu}^{\nu} \\ R &= g^{ab}R_{ab}\end{aligned}$$

エネルギー運動量テンソル

<モノの分布>

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_{\mu}u_{\nu} + pg_{\mu\nu}$$

一般相対性理論【Einstein方程式】

重力場の方程式 (1915)

空間の曲がりかたがモノの運動を決める \Leftrightarrow モノがあると空間が曲がる

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}$$

- μ, ν と添字は 4次元の座標の成分 (t, x, y, z) を表していて、この式全体は具体的には 10本の微分方程式である。
- 「物質が存在すれば時空が曲がる。時空が曲がると物質も（光も）それに添って動く」その作用を1つにまとめた美しい式である。
- 一般相対論は、強い重力場の物理現象を記述する。対象となるのは、コンパクトで重い天体や宇宙全体である。

一般相対性理論の予言【水星の軌道】

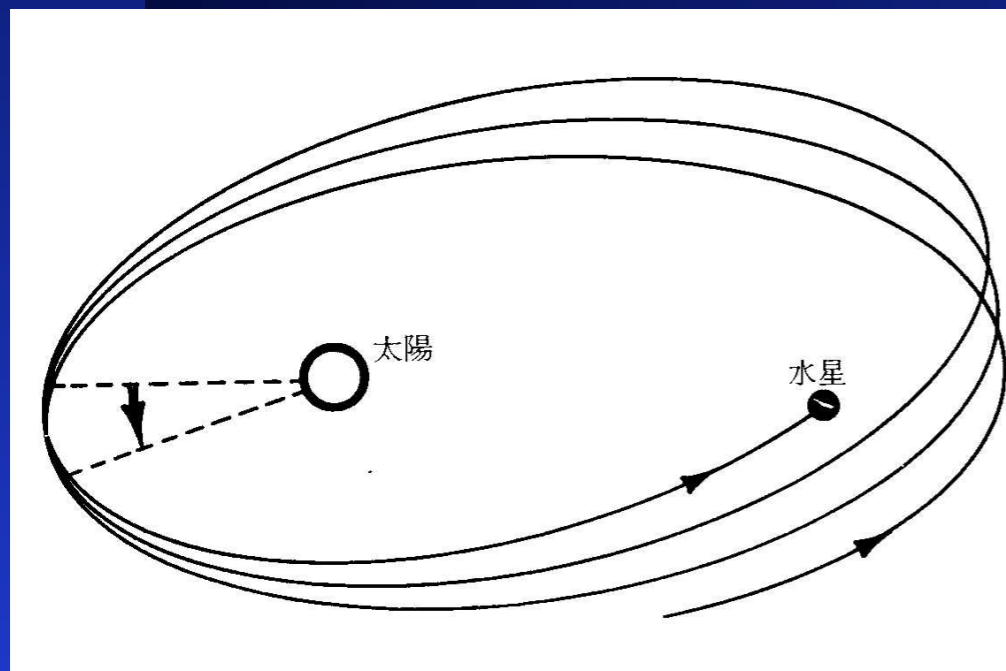
近日点移動

水星の近日点移動の問題（ルベリエ，1854）

100年で574秒ずれる。2250世紀で完全な「ばら模様」。

→→金星の影響で277秒，木星で153秒，地球で90秒，
その他の惑星で10秒分の説明が可能。

残りの43秒は？？？



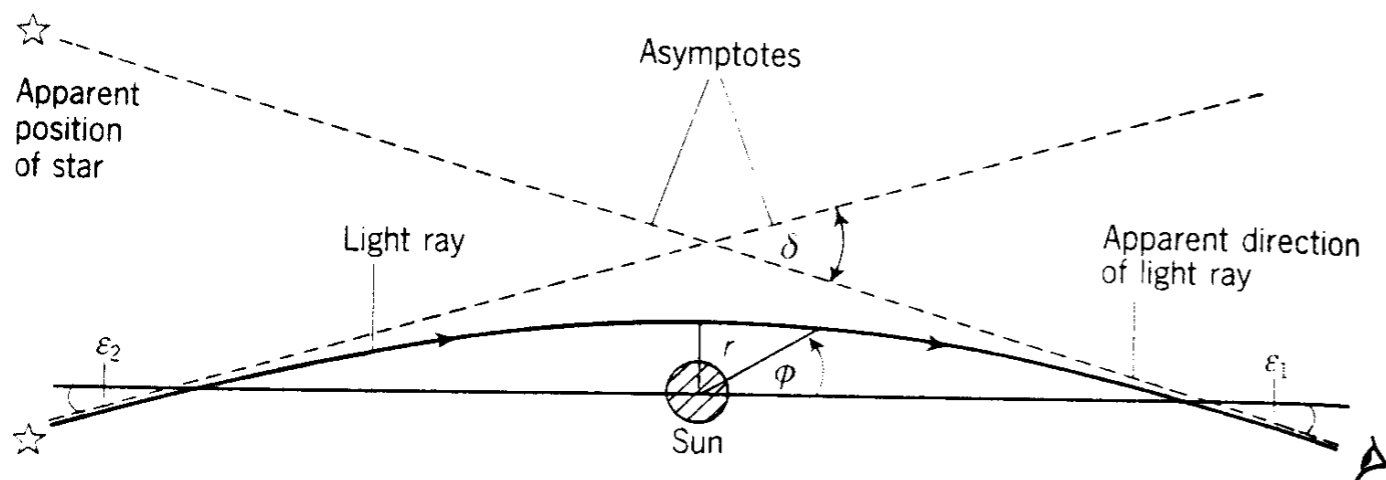
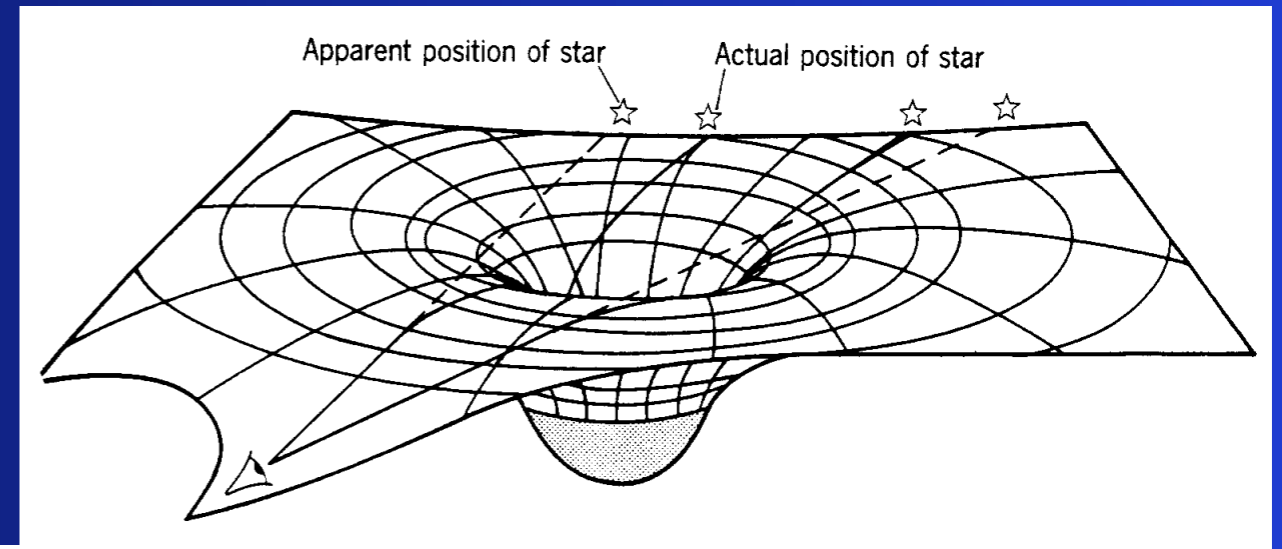
1915年，アインシュタインが，できたばかりの一般相対性理論を適用すると，「43秒の歳差運動」が出てきた。

「2-3日間，興奮のため，我を忘れてしまった」

一般相対性理論は正しい

一般相対性理論の予言【光の曲がり】

光は時空を直進するが、重い天体の周りでは、時空の歪みにより、曲がって進むことになる。



1919年、エディントンが、皆既日食を利用して、光の曲がりを確認（0.875秒角）

一般相対性理論は正しい

Taken from the 22 November 1919 edition of the Illustrated London News.

Coverage in the (more excitable) New York Times.

LIGHTS ALL ASKEW IN THE HEAVENS

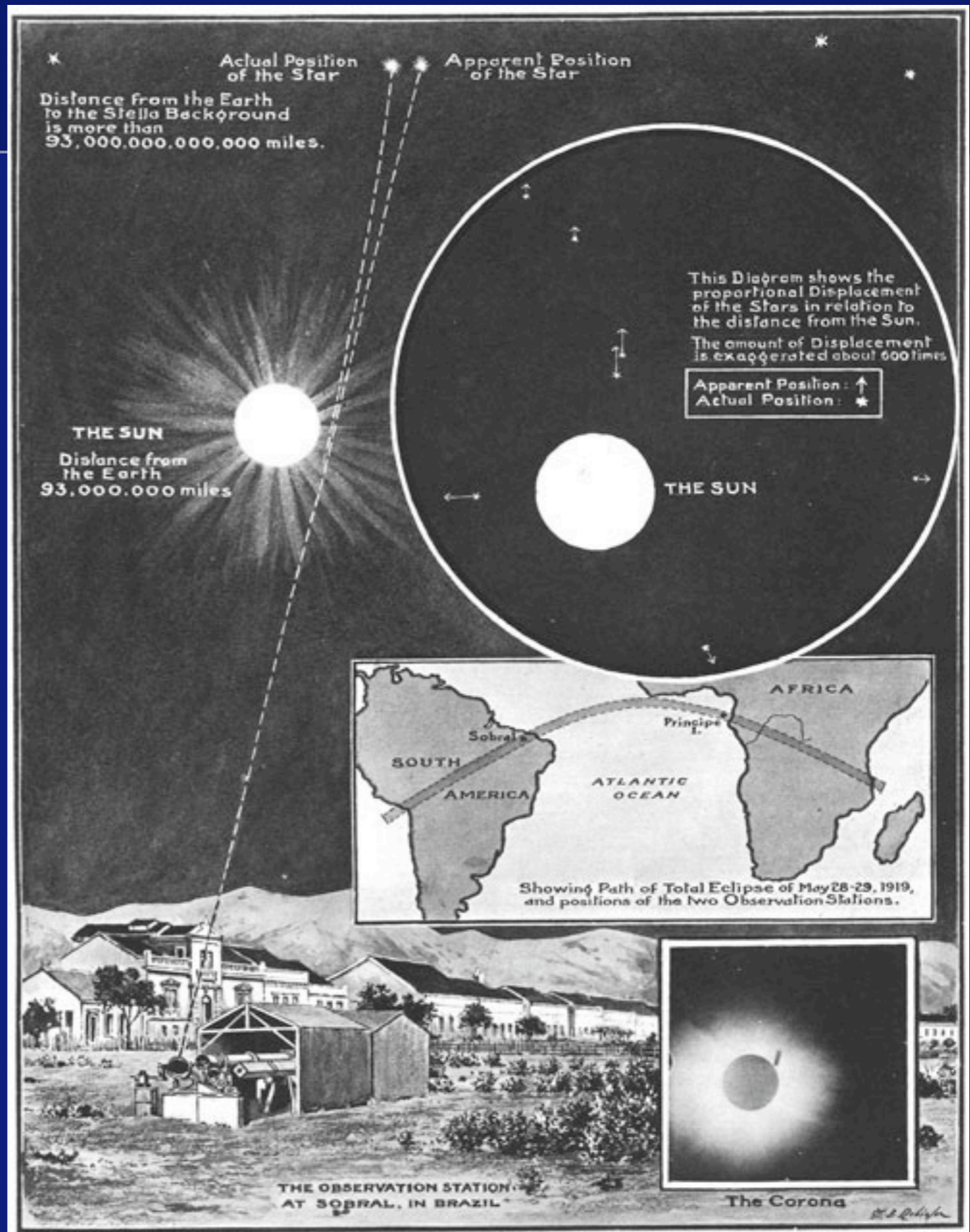
Men of Science More or Less
Agog Over Results of Eclipse
Observations.

EINSTEIN THEORY TRIUMPHS

Stars Not Where They Seemed
or Were Calculated to be,
but Nobody Need Worry.

A BOOK FOR 12 WISE MEN

No More in All the World Could
Comprehend It, Said Einstein When
His Daring Publishers Accepted It.





Arthur Stanley Eddington
(1882–1944)

物理学者シルバースタイン「エディントンさん、相対性理論は難しくて、世界で3人しか理解していないと言われてますね」

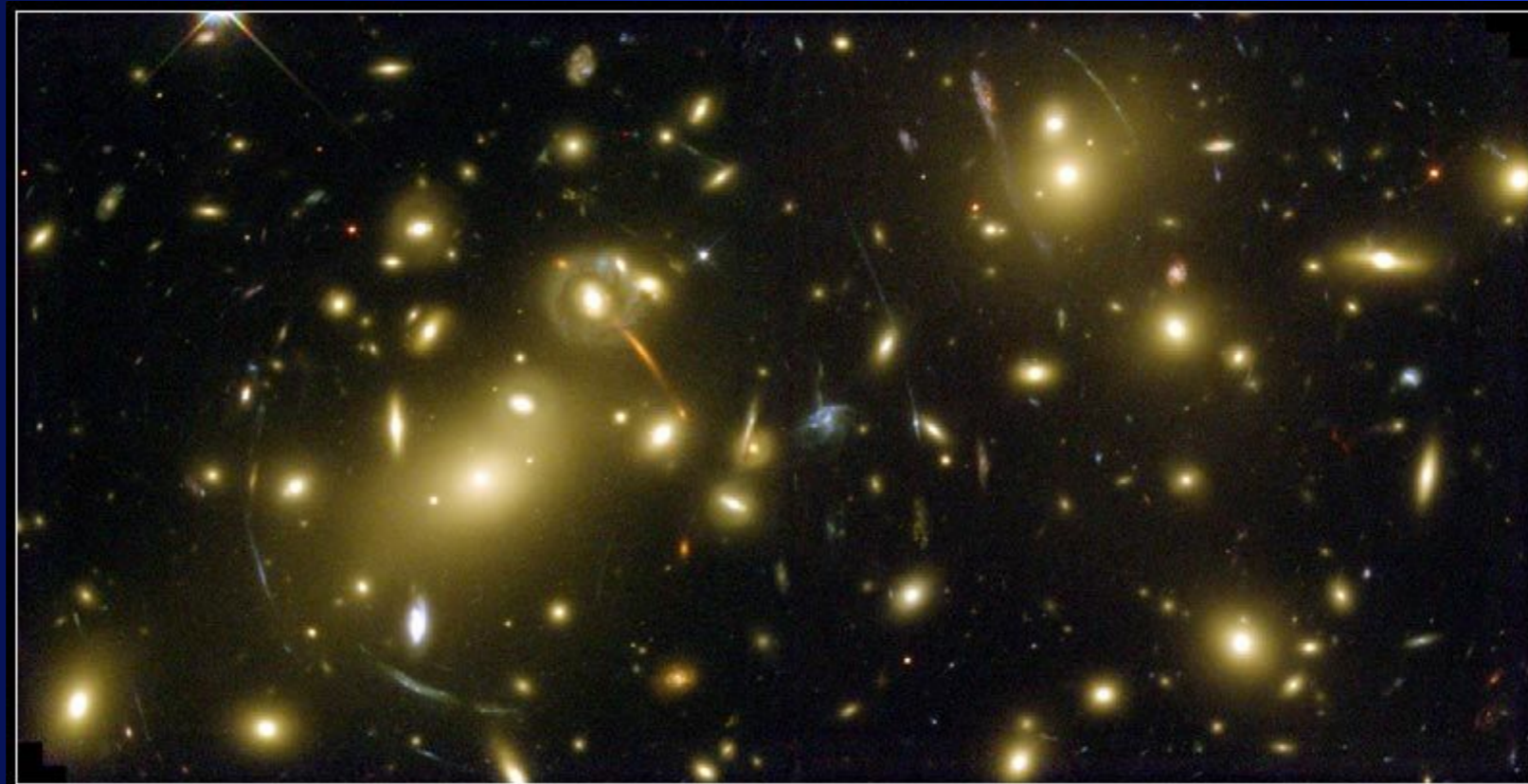
エディントン「. . .」

シルバースタイン「ご謙遜なさらないでください」

エディントン「いや、3人目は誰かな、と考えていた」

一般相対性理論の予言【光の曲がり】

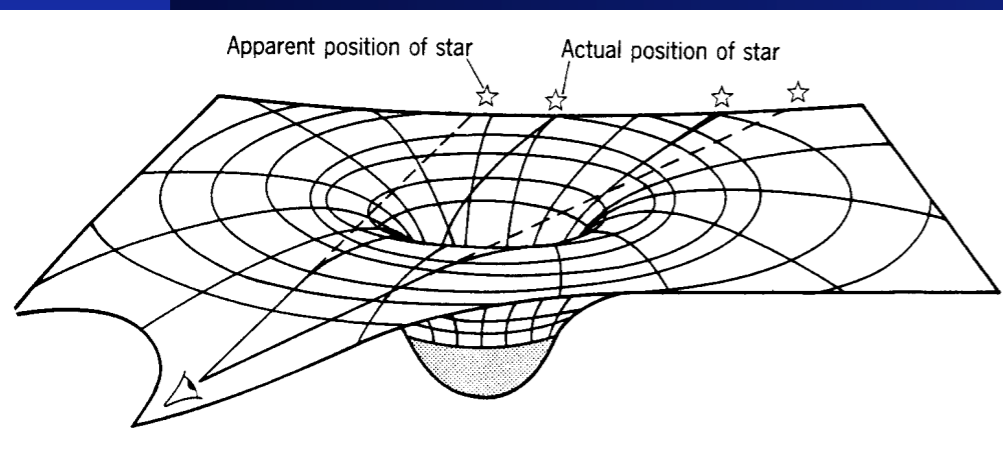
重力レンズ



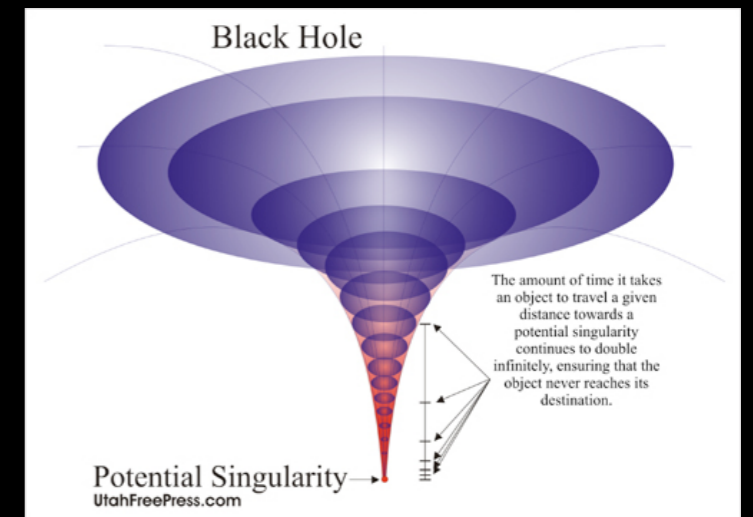
Galaxy Cluster Abell 2218

HST • WFPC2

NASA, A. Fruchter and the ERO Team (STScI, ST-ECF) • STScI-PRC00-08



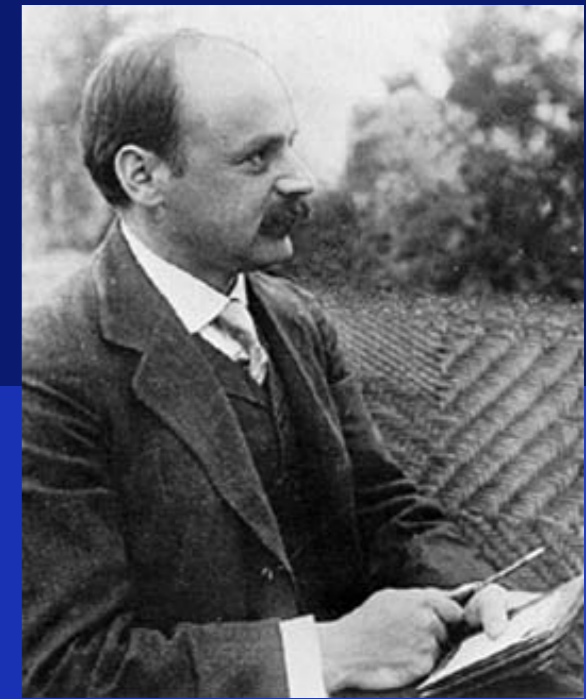
ブラックホール Black-hole



まず、方程式を解いたのは、シュバルツシルドだった。

アインシュタインは信じなかったが、
この答えは、ブラックホールを意味していた。

アインシュタイン方程式の解 【シュワルツシルド解】



Schwarzschild (1916)
球対称, 真空での方程式の厳密解

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) c^2 dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)$$

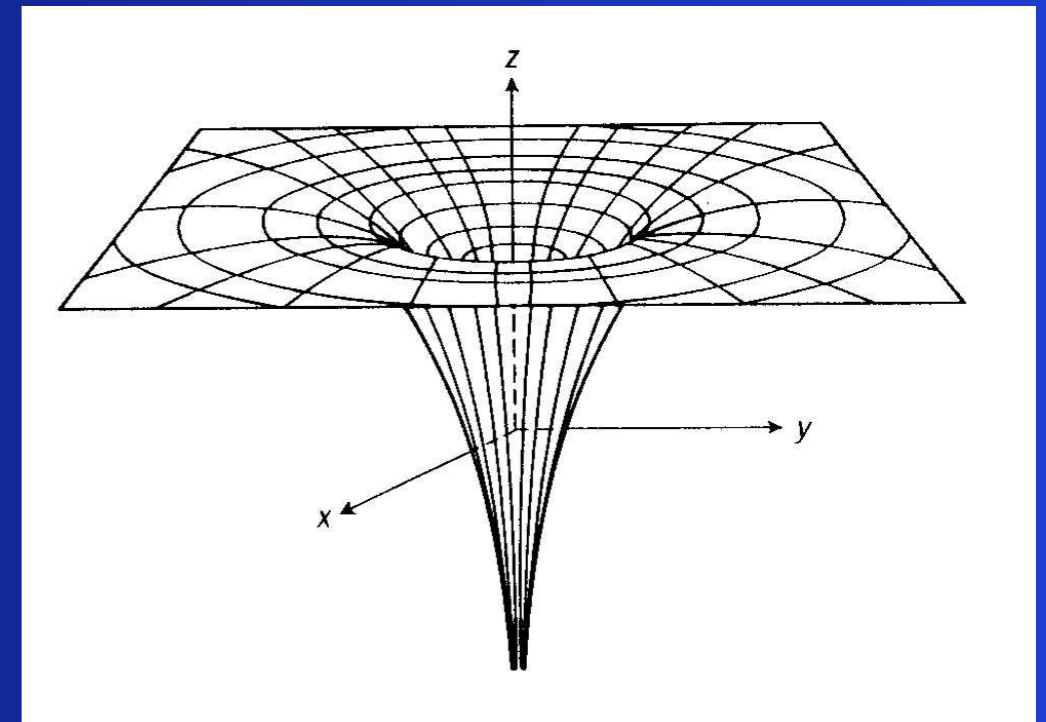
困ったことに, ……

$r=0$ で特異点

⇒ 今でも困ってる

$r=2GM/c^2$ でも特異点

⇒ ブラックホールの境界



ブラックホール

ブラックホール

=重力が強すぎて、光さえも出られない天体

=因果的に隔離される領域

境界=地平面 (ホライズン)

Newton力学でも偶然同じ値が出てくる

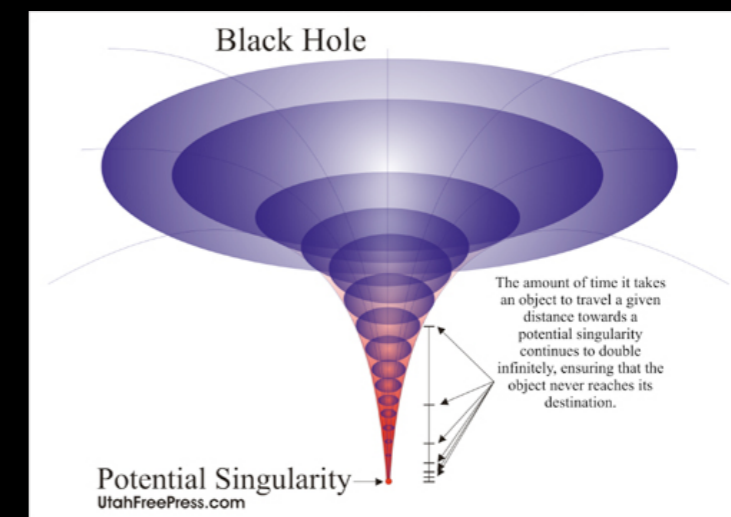
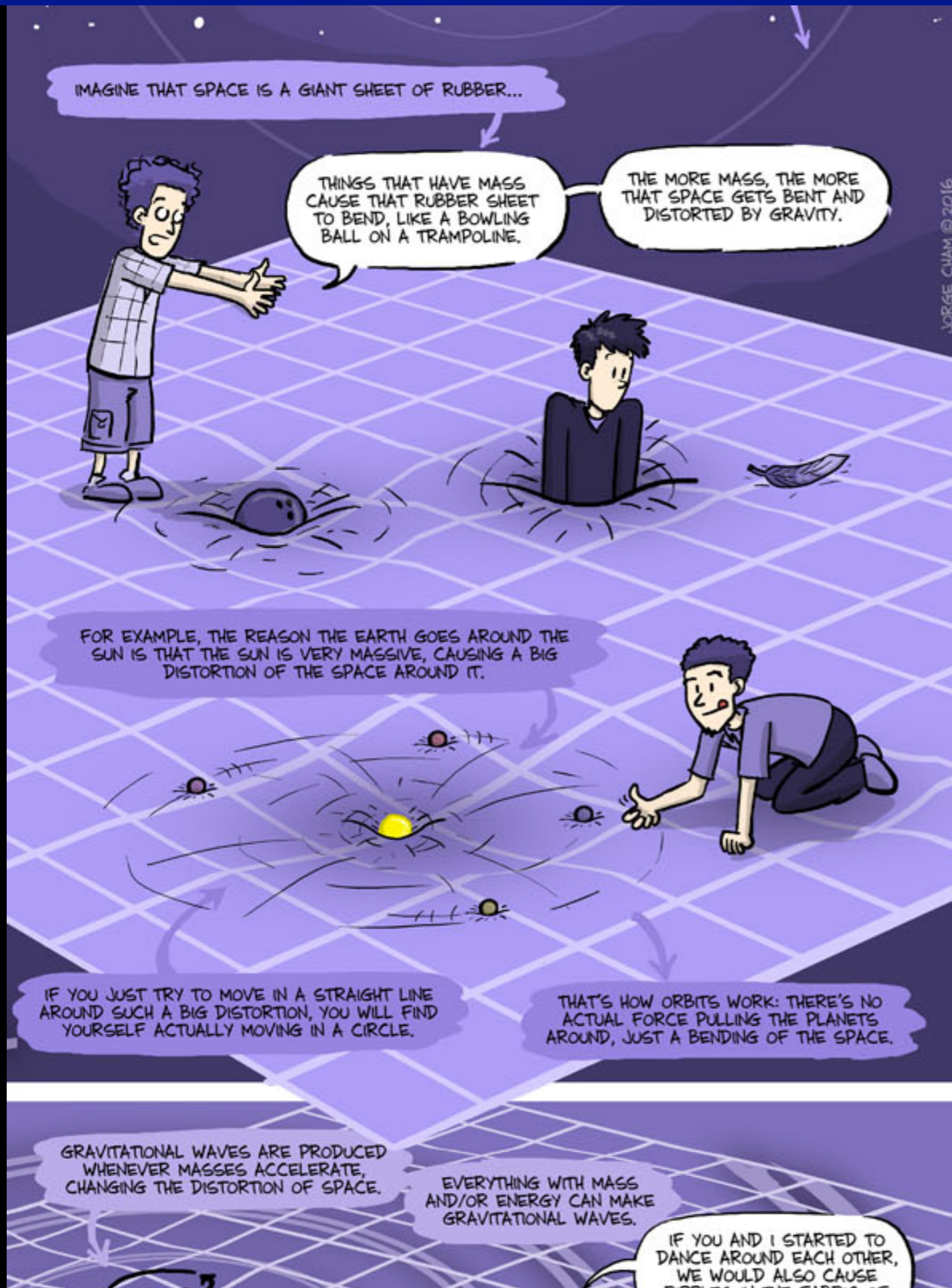
$$-\frac{GMm}{R} + \frac{1}{2}mc^2 = -\frac{GMm}{\infty} + \frac{1}{2}mv^2 > 0$$

$$R < \frac{2GM}{c^2}$$

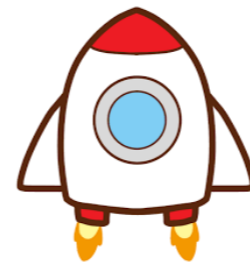
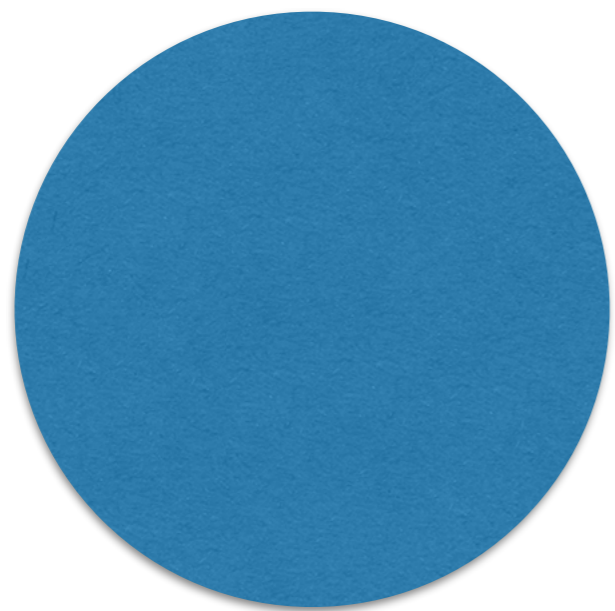
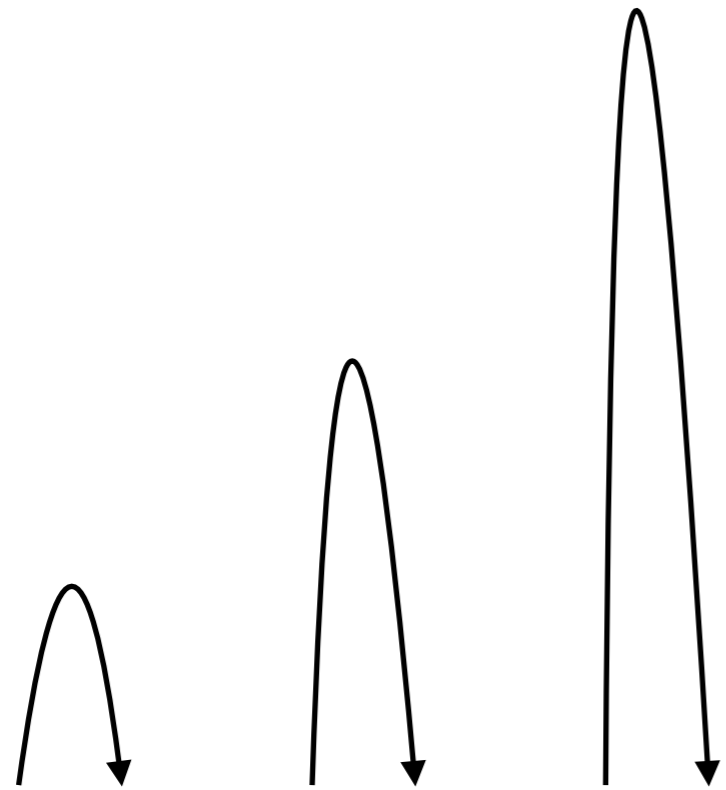
$$r = 2GM/c^2$$

太陽なら2Km, 地球なら0.9cm

4.5 ブラックホール



ボールを速く投げ上げると、
高くまで飛ぶ



地球からの脱出速度
秒速 12 km



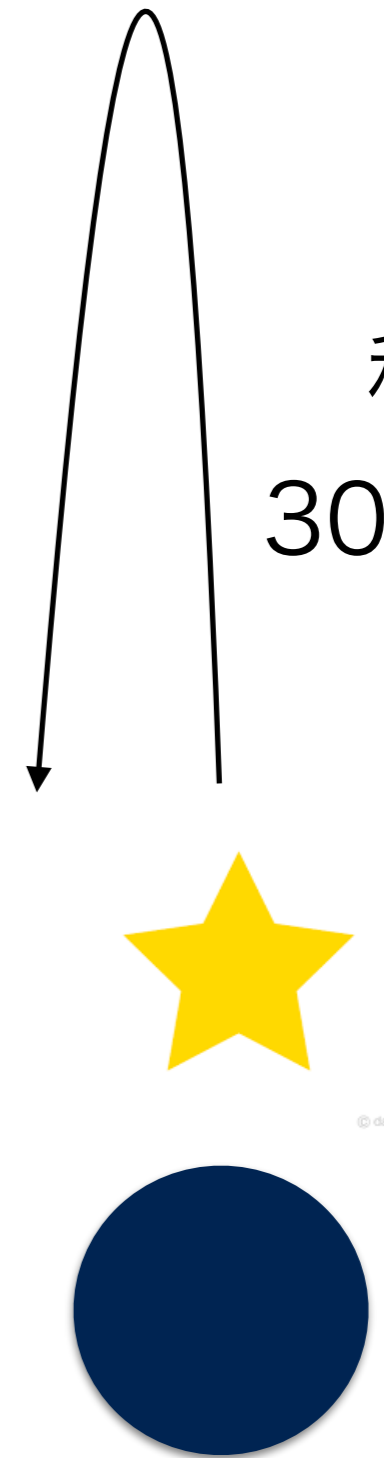
秒速
30万 km

光は当然
脱出できる

とてつもなく重くて小さな天体では

光も
脱出できない

秒速
30万 km



ブラックホール

=重力が強すぎて、光さえも出られない天体

=因果的に隔離される領域

境界=地平面 (ホライズン)

重い物体のまわりでは時空がゆがむ。

非常に重い物体のまわりでは時空が大きくゆがんで、ブラックホールになる。

ここから内側からは光さえも外向きに脱出できない。
=時空の地平面 (event horizon)

大きさはシュワルツシルト半径 r

$$r = \frac{2GM}{c^2}$$

(M :物体の質量, G :重力定数, c :光速)

太陽なら半径3km、地球なら半径9mmにそれぞれの全質量を押しこめば、ブラックホールになる。

光さえも脱出できない、巨大な重力をもつこんな天体を「ブラックホール」と命名しよう。

ホイーラー

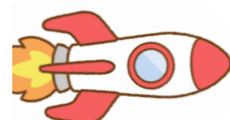
表 4.1: シュヴァルツシルト半径 (対応するブラックホールの大きさ). 質量 M の物体がどの位の半径 R_{Sch} に押し込まれたらブラックホールになるか, という目安. Sgr A* は天の川銀河中心の超巨大ブラックホール.

天体	M	R_{Sch}
地球	6.0×10^{24} kg	8.9 mm
太陽	$M_{\odot} = 2.0 \times 10^{30}$ kg	2.95 km
Sgr A*	$4.2 \times 10^6 M_{\odot}$	1.24×10^7 km

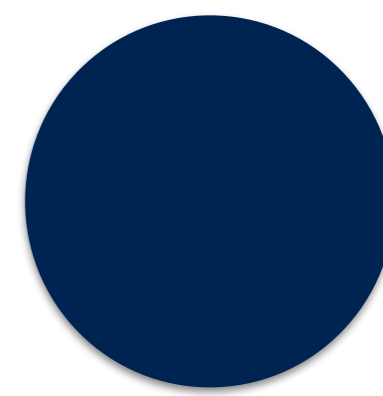
互いに「相手の時計が遅れている」というパラドックス

ブラックホールに落ち込むまでには無限の時間がかかる

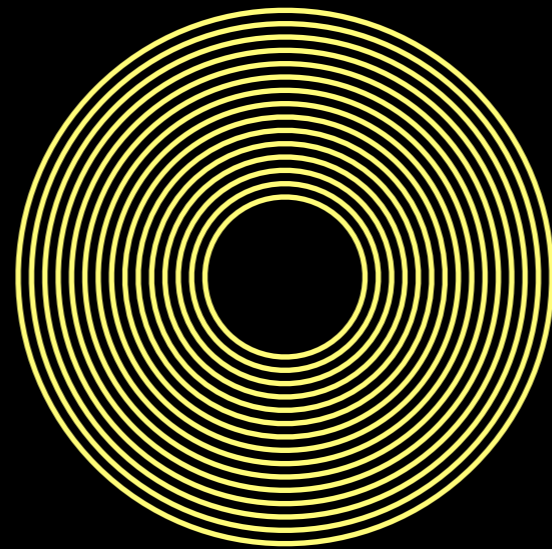
ブラックホールに落下していくロケットが10秒ごとにSOSの信号を地球に向けて発信していたとする。地球では、だんだんと信号の間隔が伸びてきて、ロケットがブラックホールに落ち込むまでに無限の時間がかかる。



ロケットは、まだブラックホールの手前にいる！



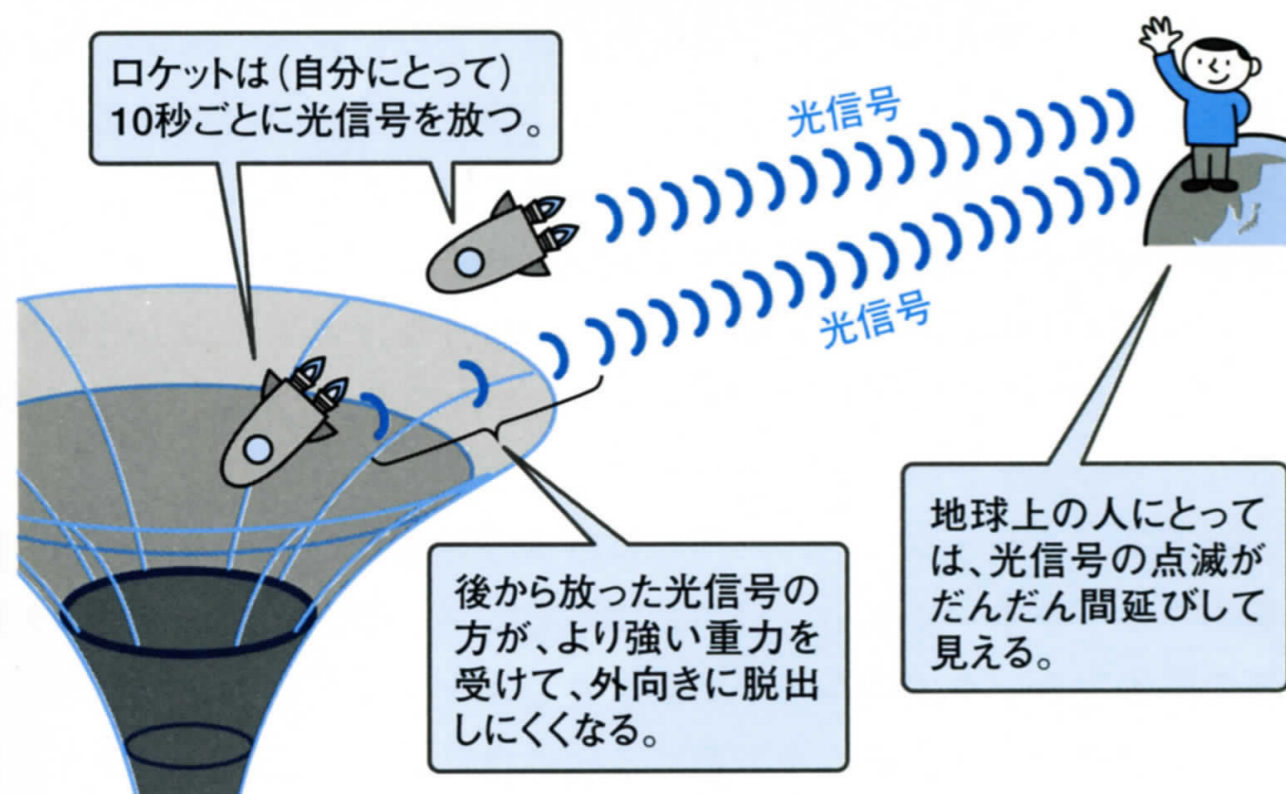
本当



中心にあるブラックホールへ落ちていく宇宙ロケットが、
同じ間隔でパルス光信号を周囲に放つときの光信号の伝播
(光が次第にブラックホール近くから出てくるのに時間がかかる)

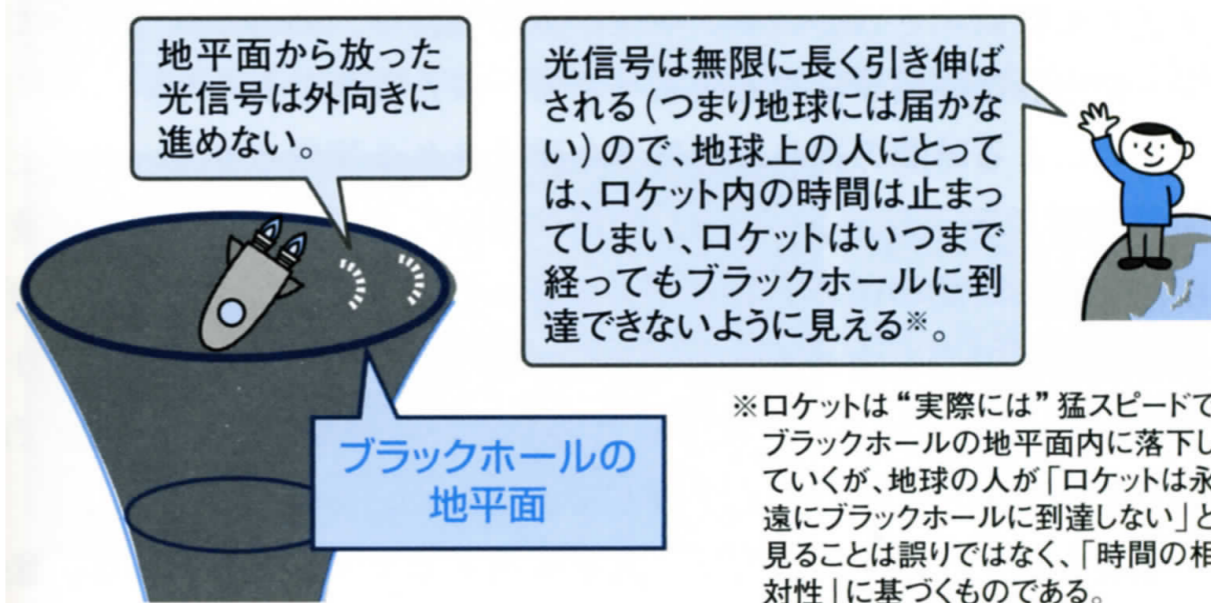
互いに「相手の時計が遅れている」というパラドックス

ブラックホールに近づくロケットが放つ光信号



重力が強いところでは、時間の進み方は相対的に遅くなる。

ブラックホールの地平面から放つ光信号



GPS (Global Positioning System)

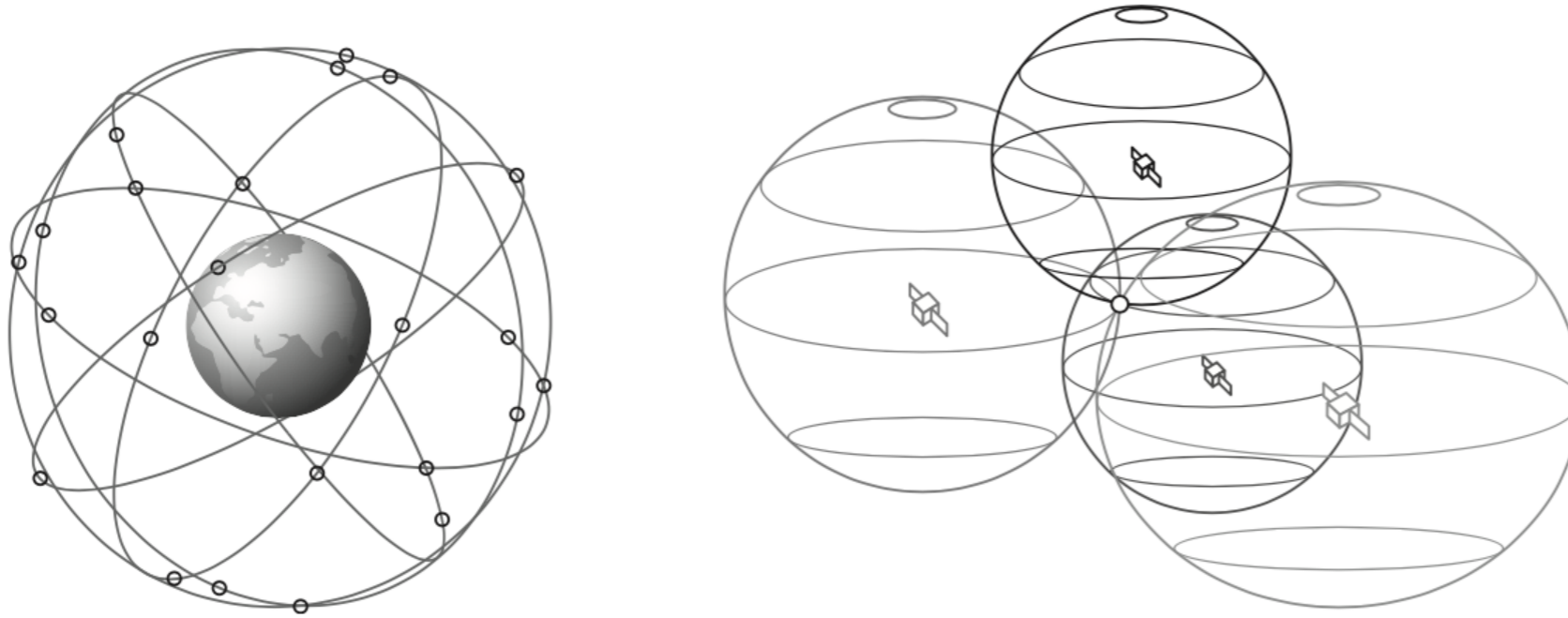


図 3.43 GPS システム. 2 台の GPS 衛星からの電波を使うと重なり合う部分は 1 つの円周上, 3 台からの電波では 3 点に絞られ, 4 台の衛星からの情報を使うと 1 点に絞られる.

正確な位置と時刻の情報を含んだ電波で,

3 角測量 → 精度 $\pm 15\text{m}$

高速飛行の特殊相対論効果と

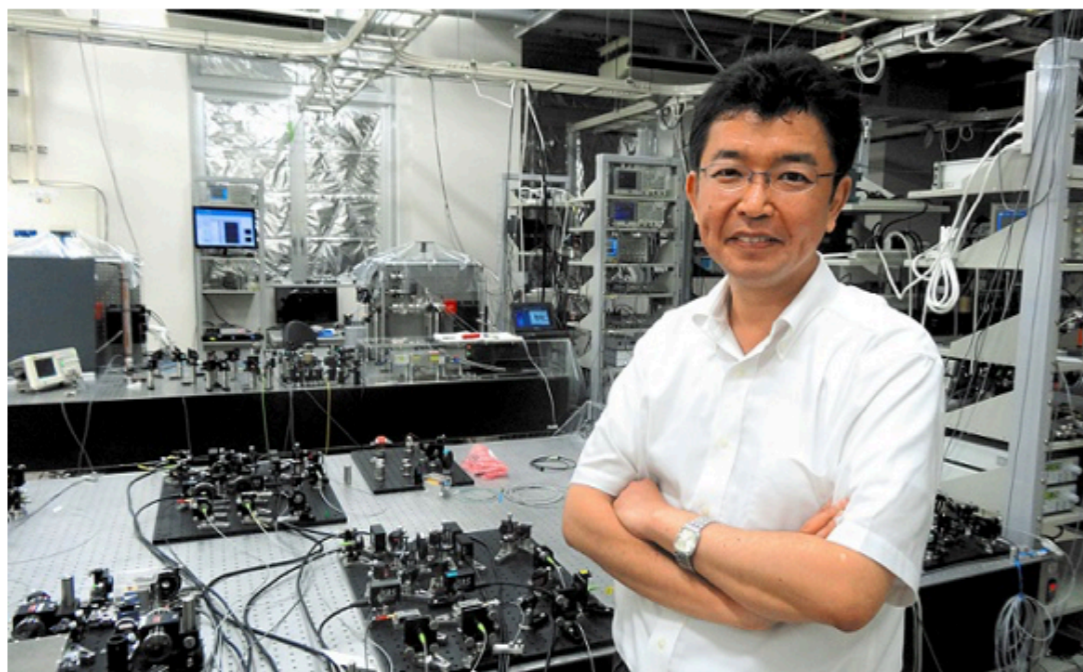
地球重力の一般相対論効果

⇒ 1 日につき, 38×10^{-6} 秒ずつ衛星の時計を遅らせる必要あり

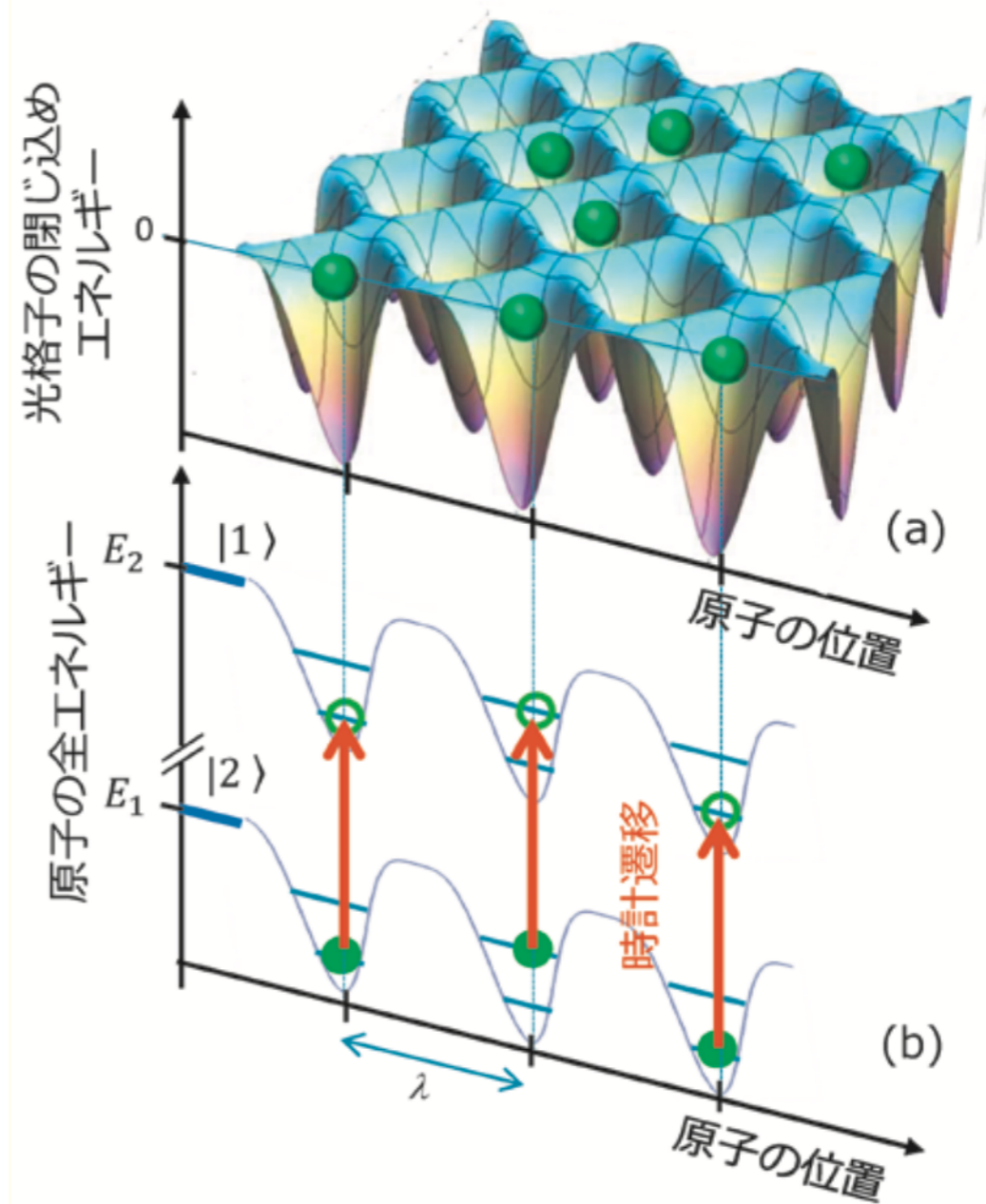
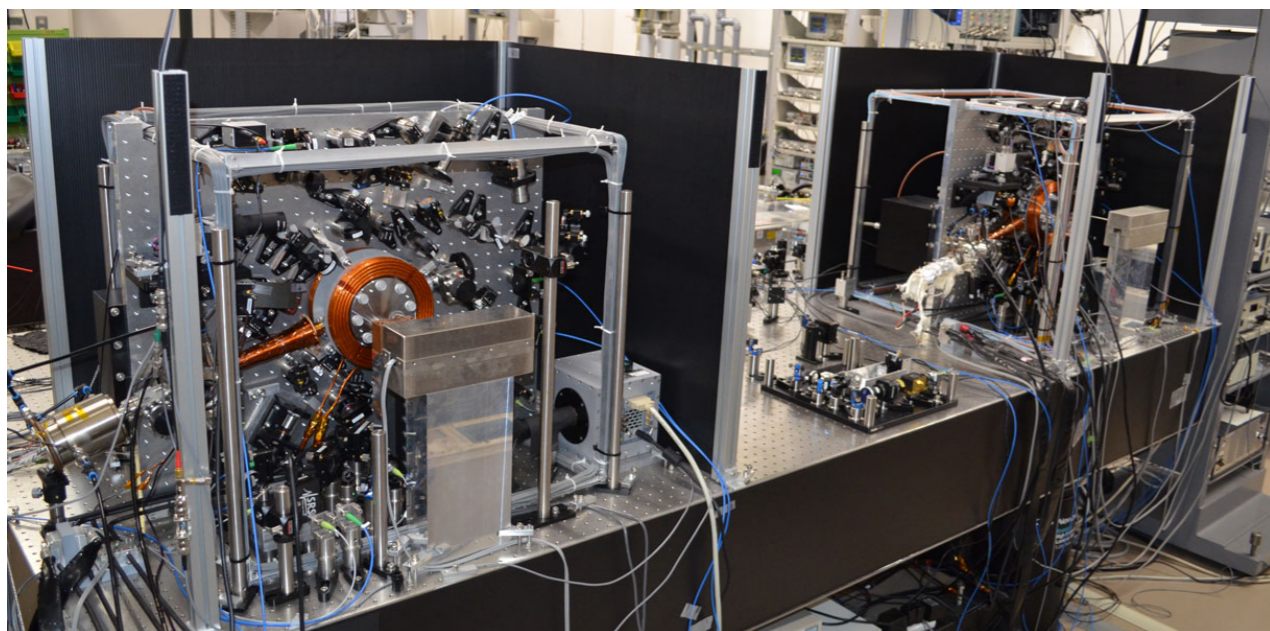
⇒ この補正をしないと, 1 日につき, 11.5 km 狂ってしまう



もっとも精密な時計＝光格子時計



光格子時計を開発した香取秀俊東京大学教授
兼理化学研究所招聘主任研究員＝2013年7月
31日、田中郁也撮影



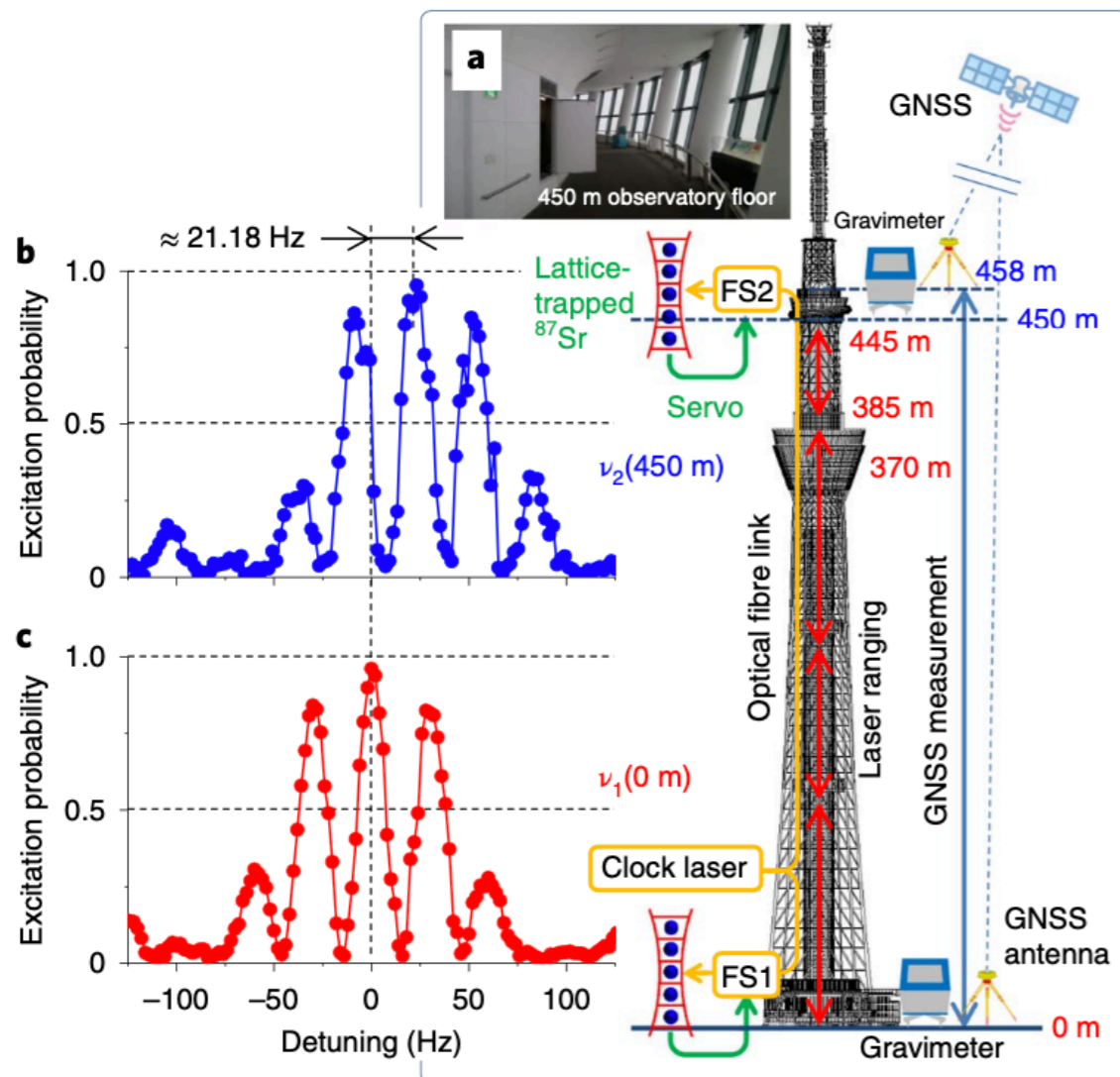
10⁻¹⁸ の精度を実現
(300億年ですれは1秒以内)

スカイツリーの上下で時間の進み方が違う

アインシュタインの相対性理論によれば、
重力の強いところでは時間の進み方が遅くなる

地上と450mの展望台に光格子時計を設置して検証

図 6: 東京スカイツリーでの一般相対論検証実験の概要。地上階と展望台に設置した2台の可搬型光格子時計を光ファイバーでつなぎ、周波数比較を行った。一方、2台の時計の標高差を従来の測量手法（GNSS 測量およびレーザー測距）によって計測した。時計遷移を分光して得られたスペクトルでは、標高差 450 メートルに相当する約 21 ヘルツの周波数シフトが観測された。



Nature Photonics, 14 (2020) 411

nature
photonics

LETTERS

<https://doi.org/10.1038/s41566-020-0619-8>

Check for updates

Test of general relativity by a pair of transportable optical lattice clocks

Masao Takamoto^{1,2}, Ichiro Ushijima³, Noriaki Ohmae^{1,2}, Toshihiro Yahagi⁴, Kensuke Kokado⁴, Hisaaki Shinkai⁵ and Hidetoshi Katori^{1,2,3}✉

スカイツリーの上下で時間の進み方が違う

アインシュタインの相対性理論によれば、
重力の強いところでは時間の進み方が遅くなる

地上と450mの展望台に光格子時計を設置して検証

1週間の計測. 平均して, 差が

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = (49337.8 \pm 4.3) \times 10^{-18}$$

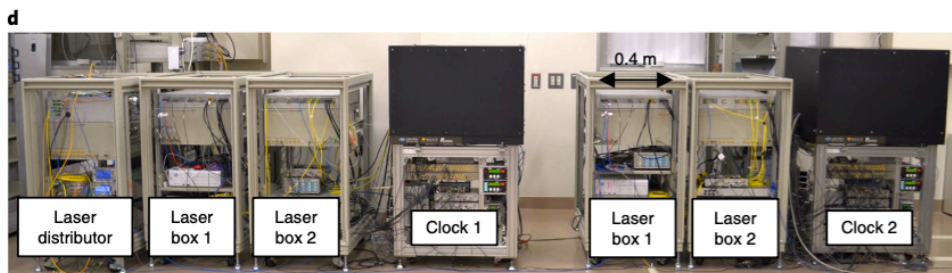
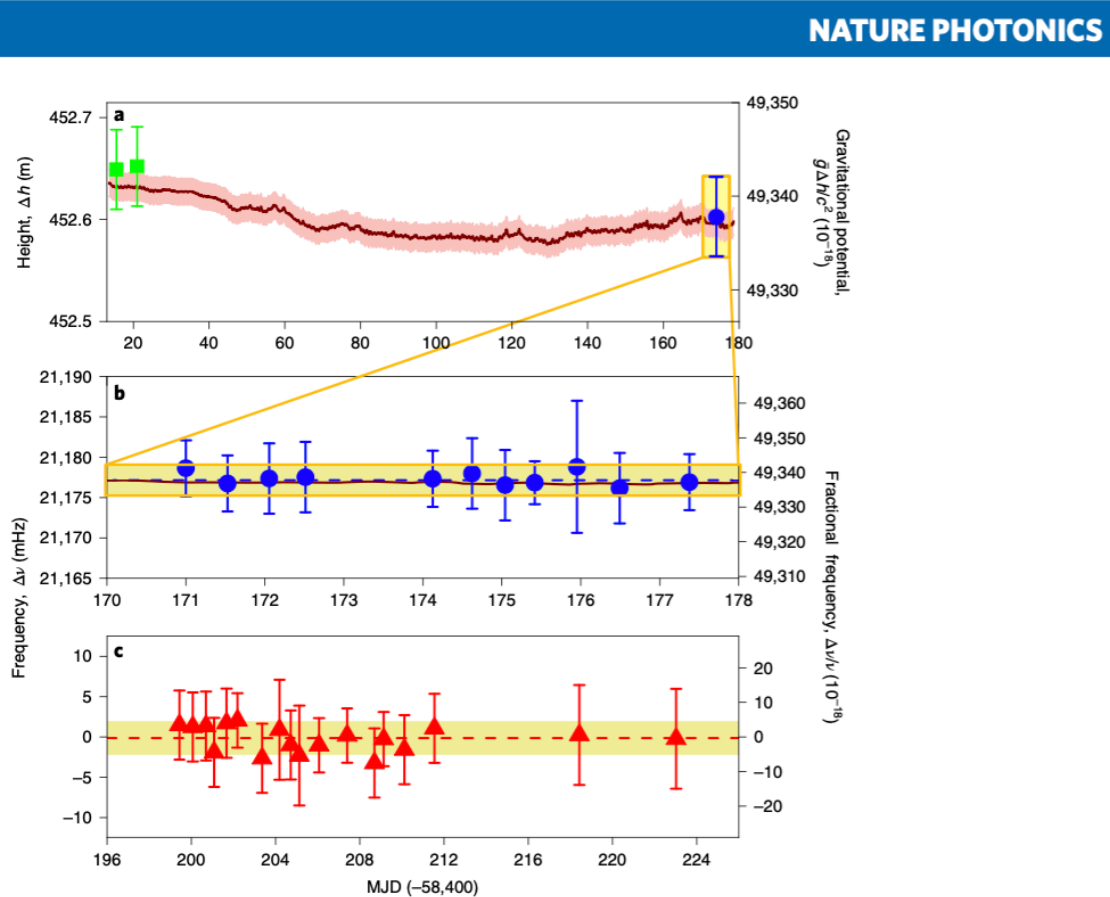
レーザー測距では

$$\frac{g\Delta h}{c^2} = (49337.1 \pm 1.4) \times 10^{-18}$$

相対性理論の正しさを

$$(1.4 \pm 9.1) \times 10^{-5}$$

の精度で検証したことになる



もっとも精密な時計＝光格子時計

冷蔵庫サイズの時計で、高度差450mを±数cmで測定できる。

光格子時計の社会実装に向けた大きな一歩。今後、地殻変動や火山活動の監視など、相対論的測地技術の実用化が期待される。

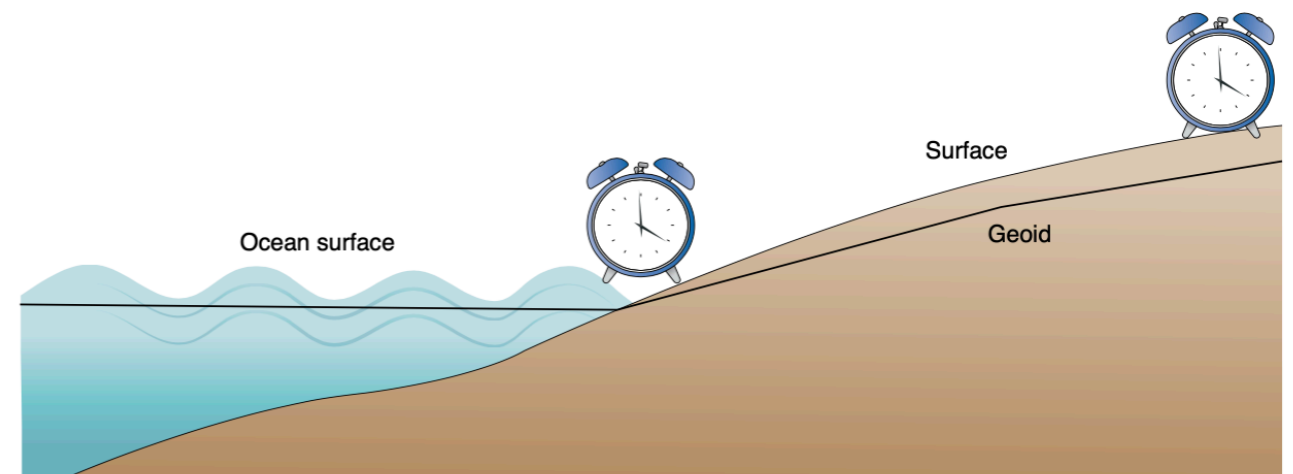


Fig. 1 | Illustration of how in the future relativistic geodesy might be done with clocks. The geoid is an equipotential surface of the Earth's gravitational potential, indicated by the black line. While the mean ocean surface is closely aligned with the geoid, the surface of land can significantly differ. Placing one clock at sea level and one at an inland location allows to determine the geoid height via a frequency comparison between the clocks.

K.Bongs & Y.Singh, Nature Photonics 14 (2020) 408

ブラックホールは明るい天体である

■物理学者の考えるブラックホール，天文学者の考えるブラックホール

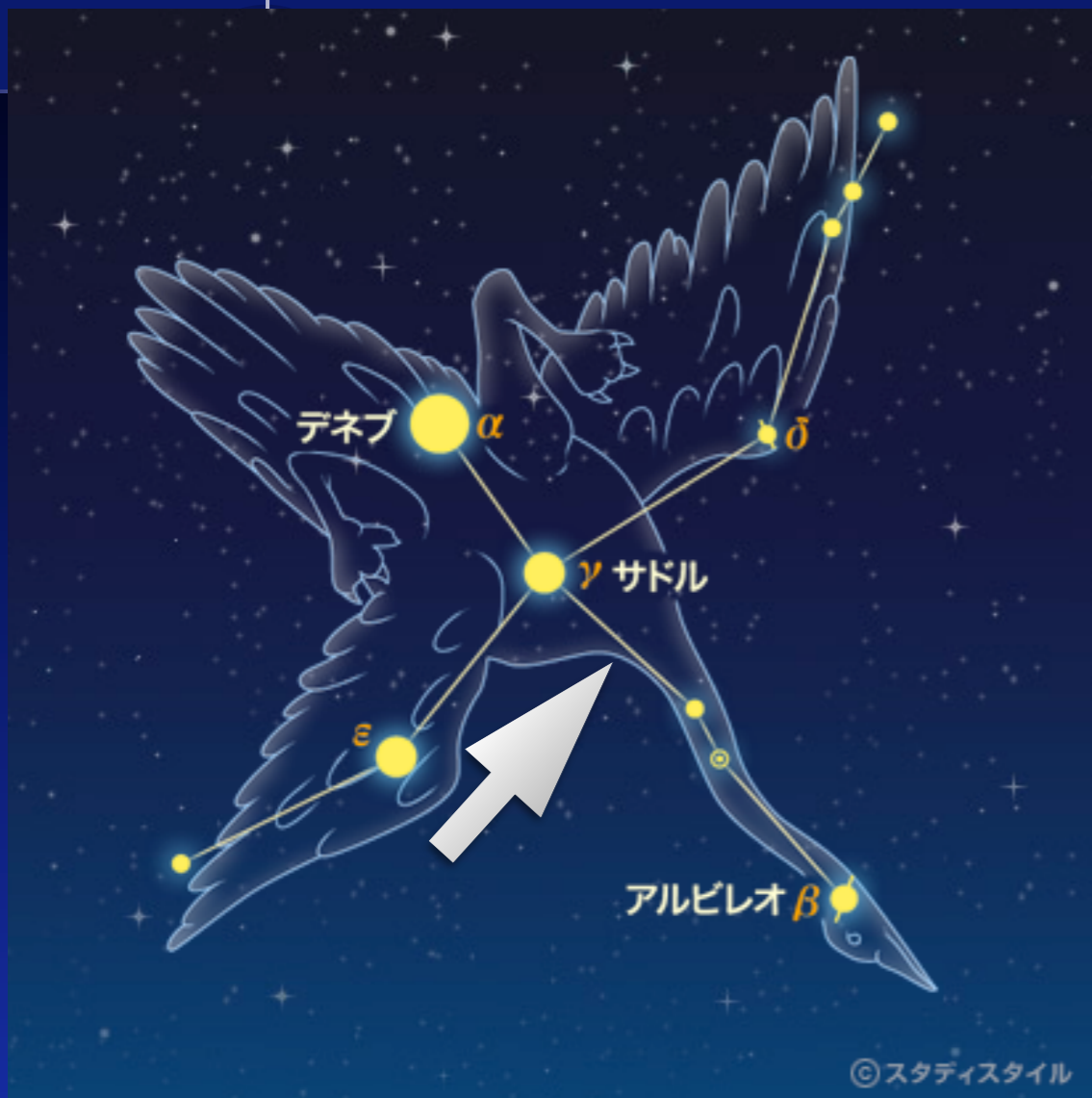
ここまでの説明は，物理学者の定義するブラックホールである．ブラックホールは，光さえも脱出できない領域であり，「事象の地平面」の内側で定義され，その内部には「時空特異点」が存在する．ところが，天文学者は次のように考える．

ブラックホールは明るい天体である

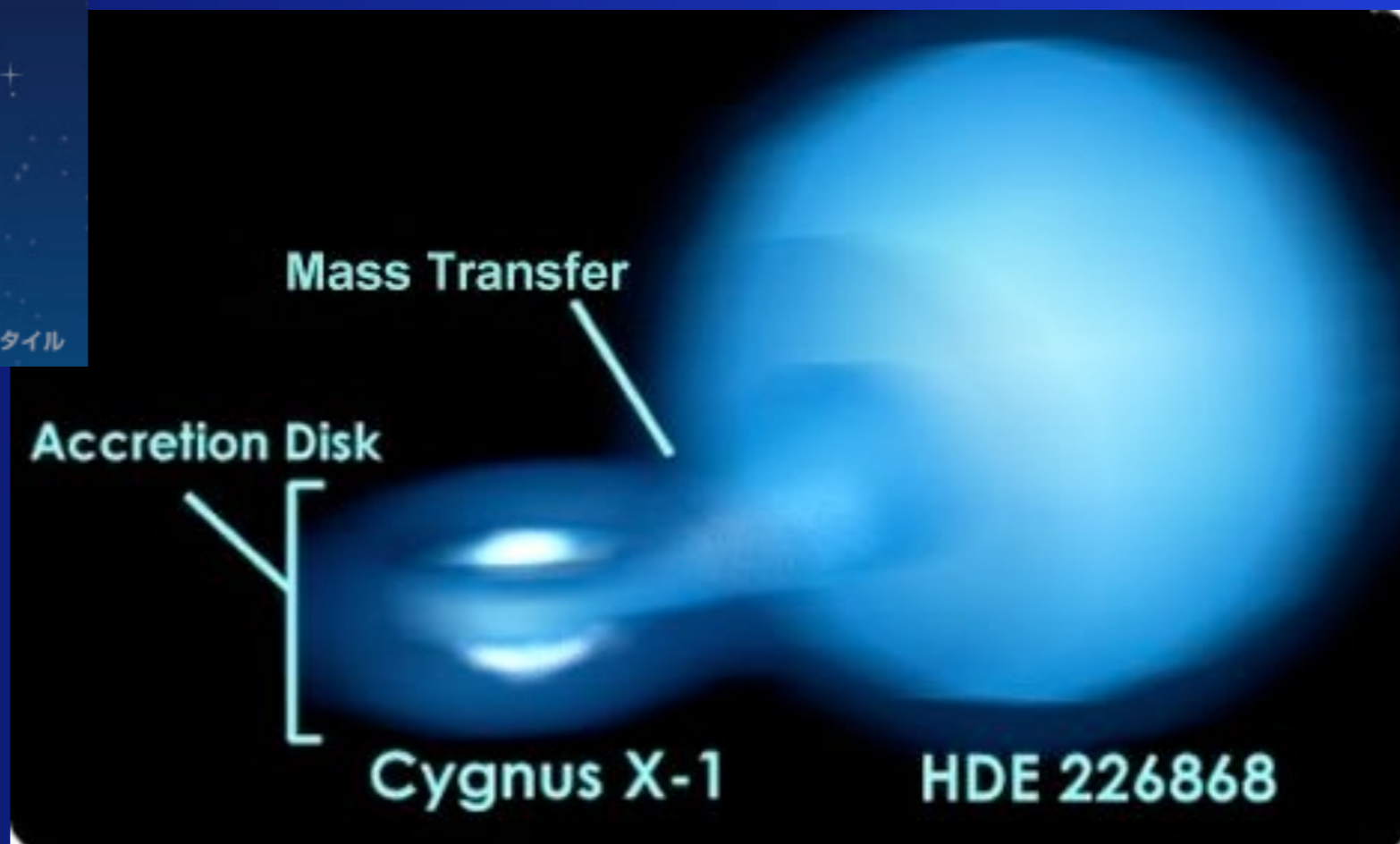
普通の天体では考えられないようなエネルギーを放出している天体は，ブラックホールである．

本当

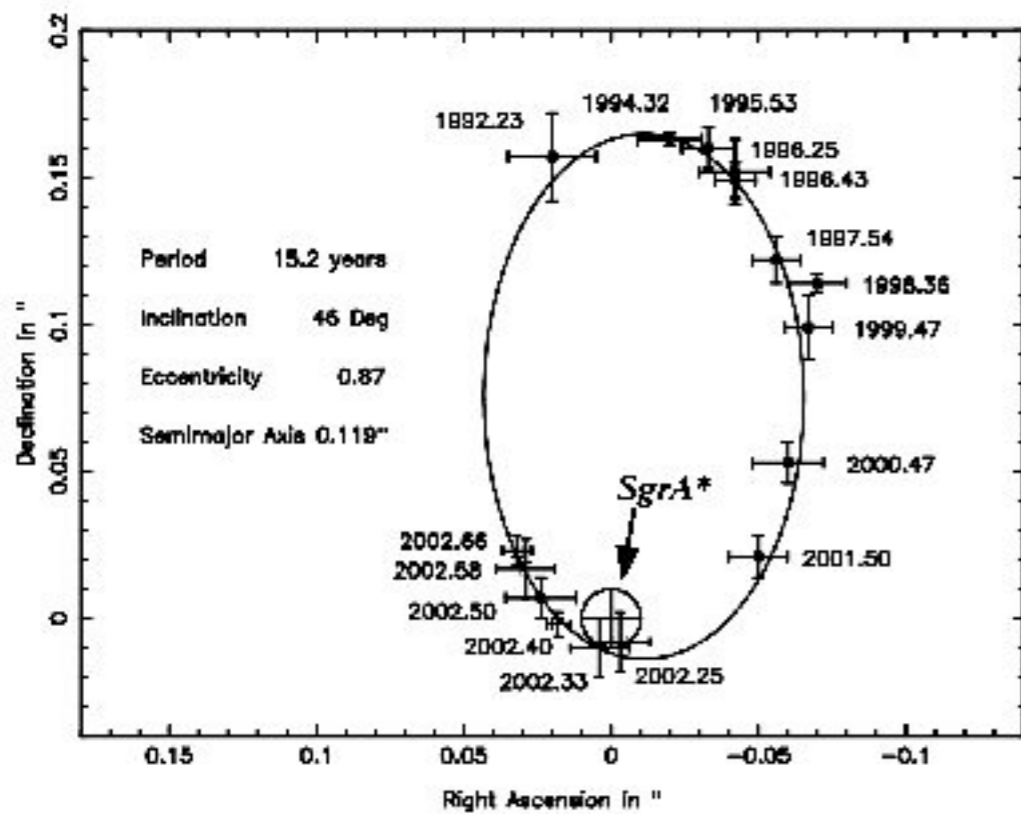
はくちょう座 X-1はブラックホール



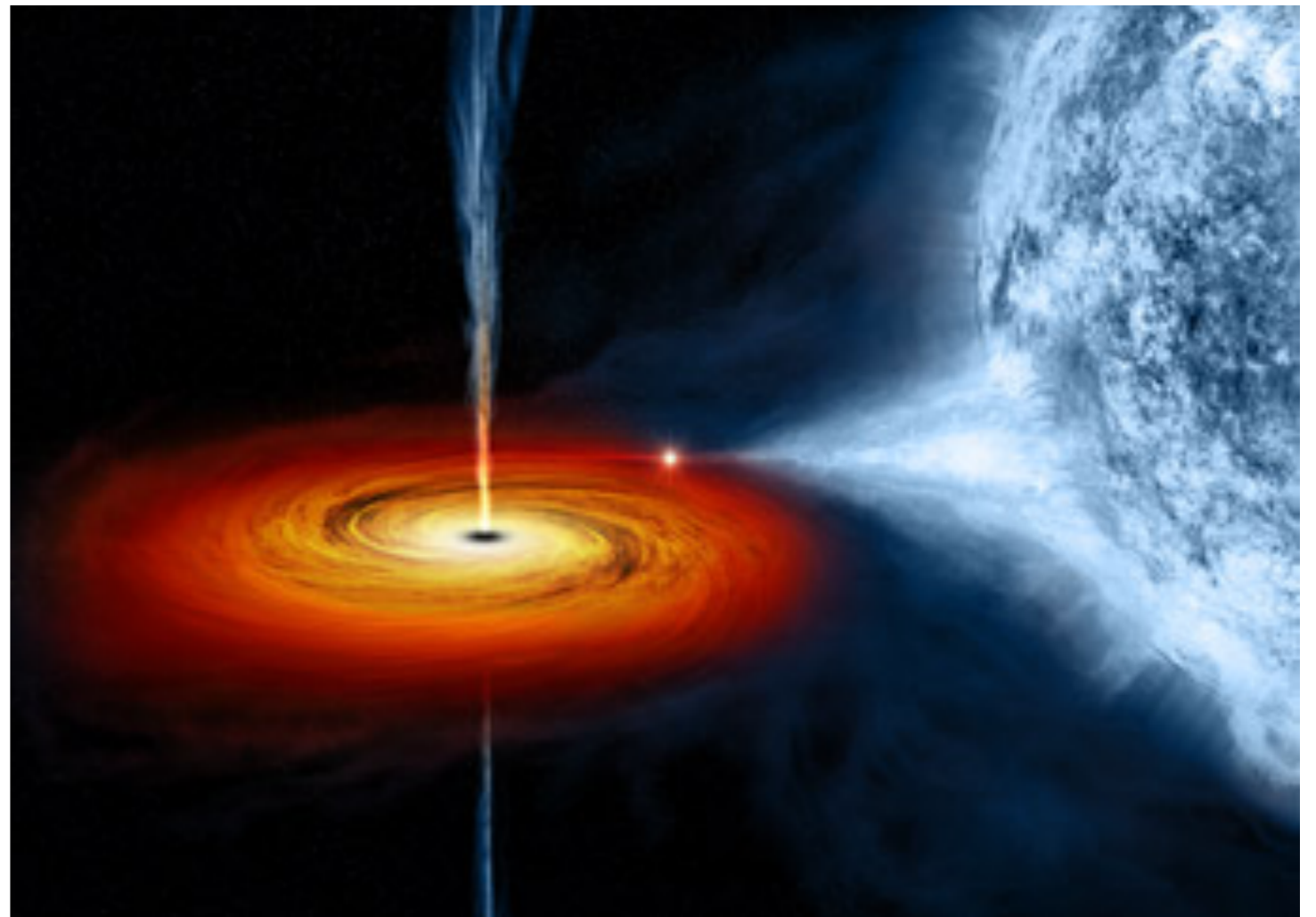
6000光年先



ブラックホールの存在はどのようにわかるのか？



周りの星の激しい運動から
強い重力源であることがわかる

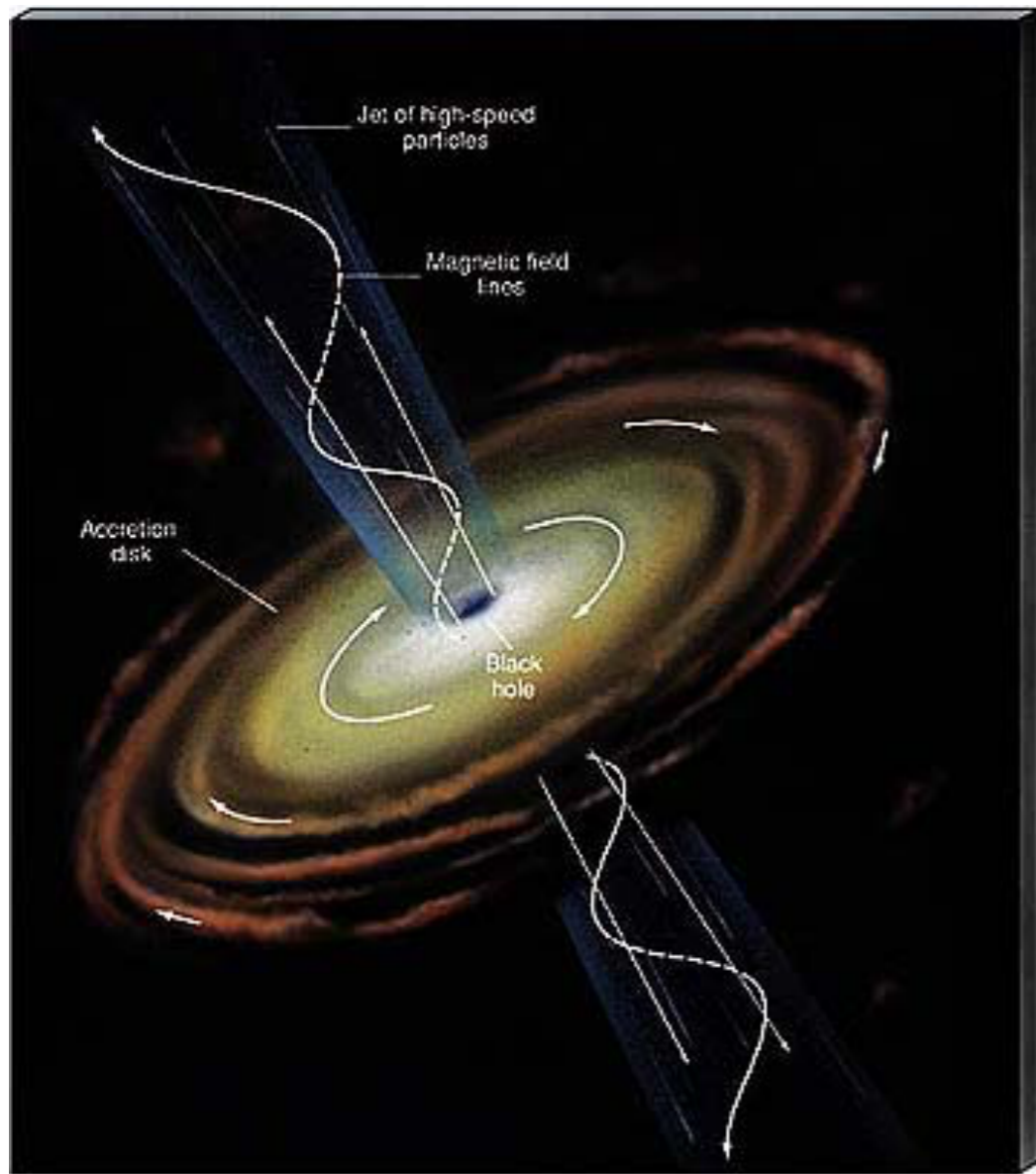


落下していくガスが
高い温度で輝く

(降着円盤 accretion disk)

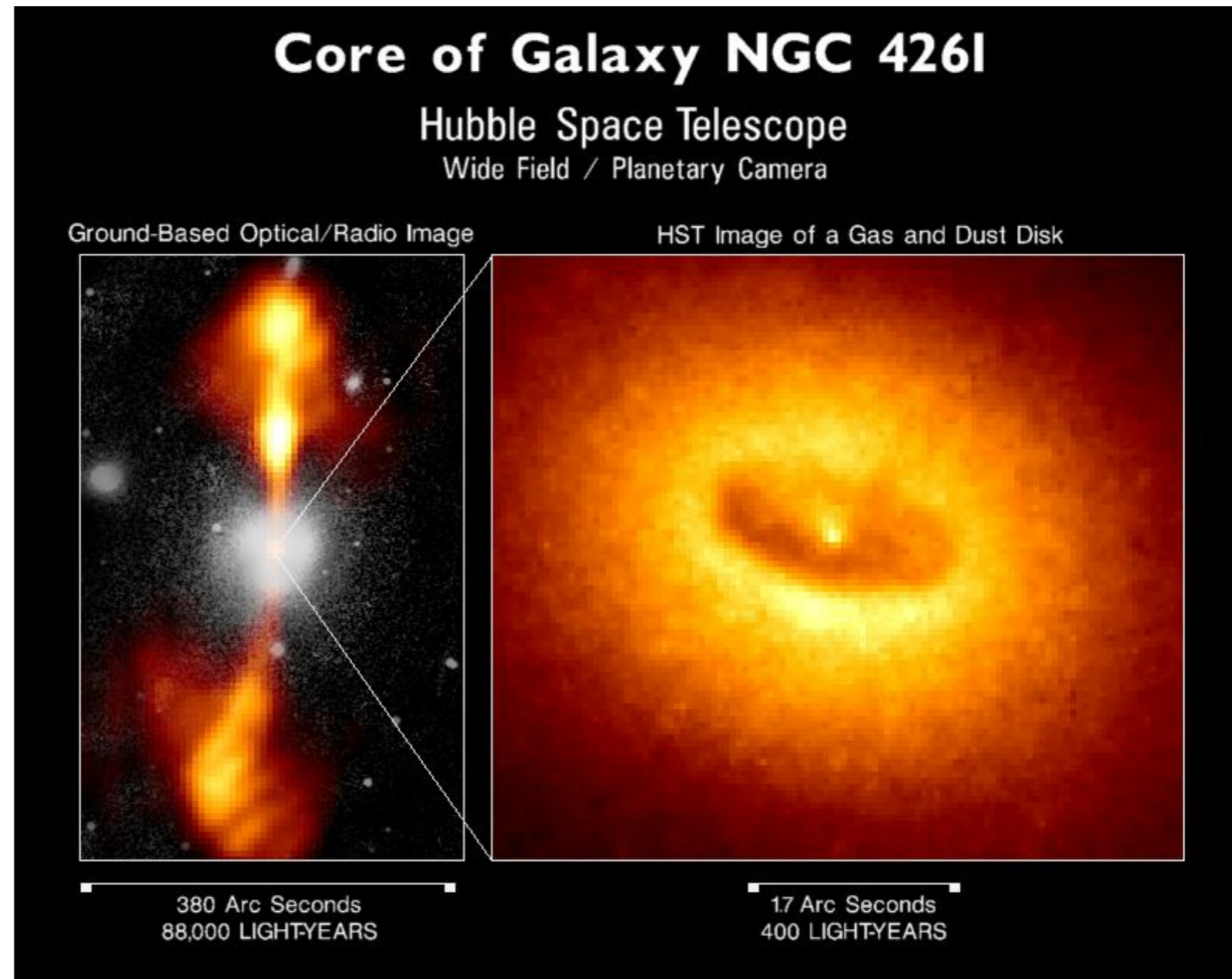
想像図

ブラックホールの存在はどのようにしてわかるのか？



<http://www2.astro.psu.edu/users/rbc/a1/lec26n.html>

想像図



銀河中心からジェットが吹き出す
(活動銀河核 active galactic nuclei)

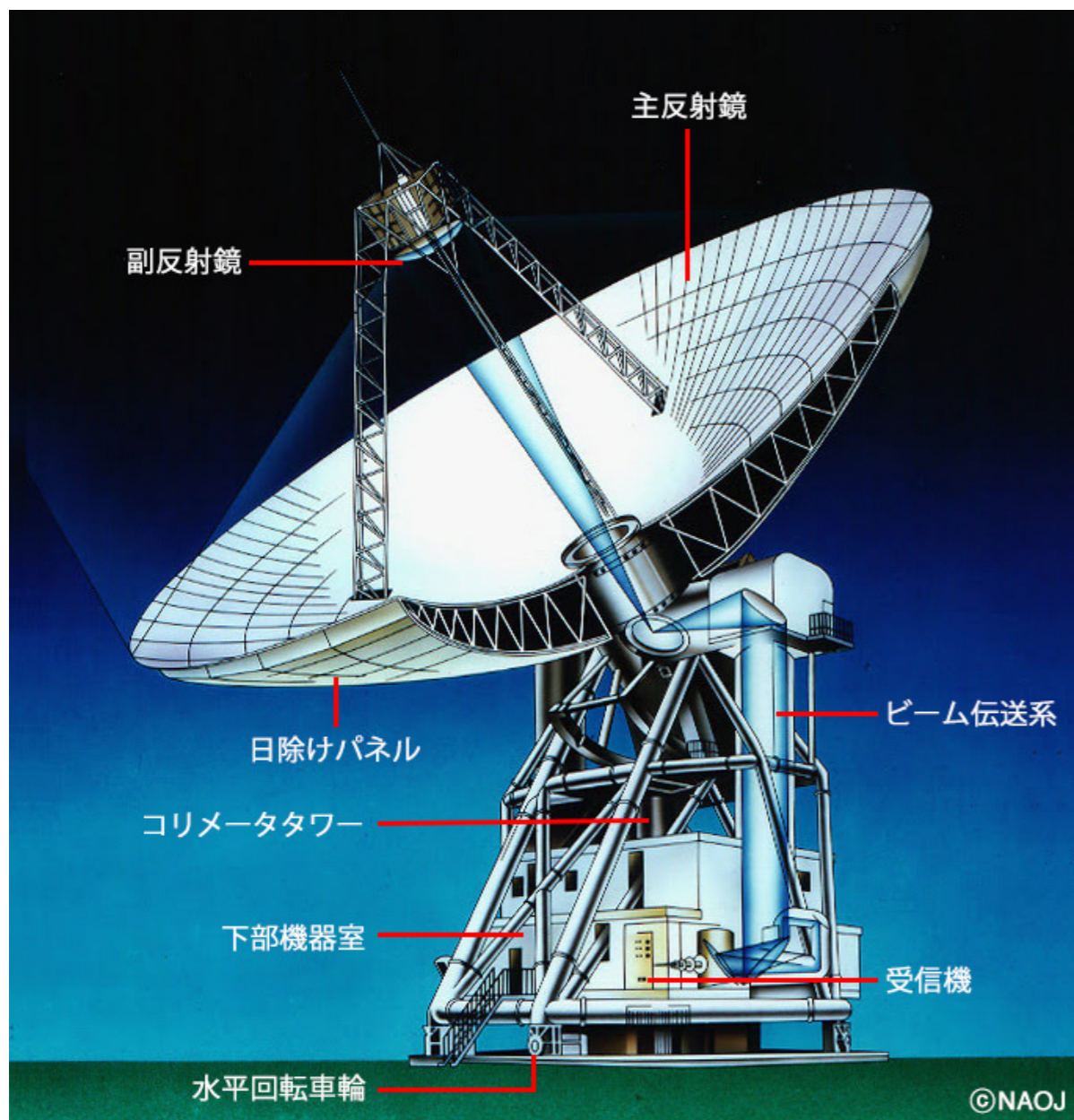
2019年4月10日, 国立天文台グループ「ブラックホールの直接撮像に初めて成功」



地球から5500万光年

<https://alma-telescope.jp/news/press/eht-201904>

電波望遠鏡 口径が大きいほど集光力高い, 分解能高い

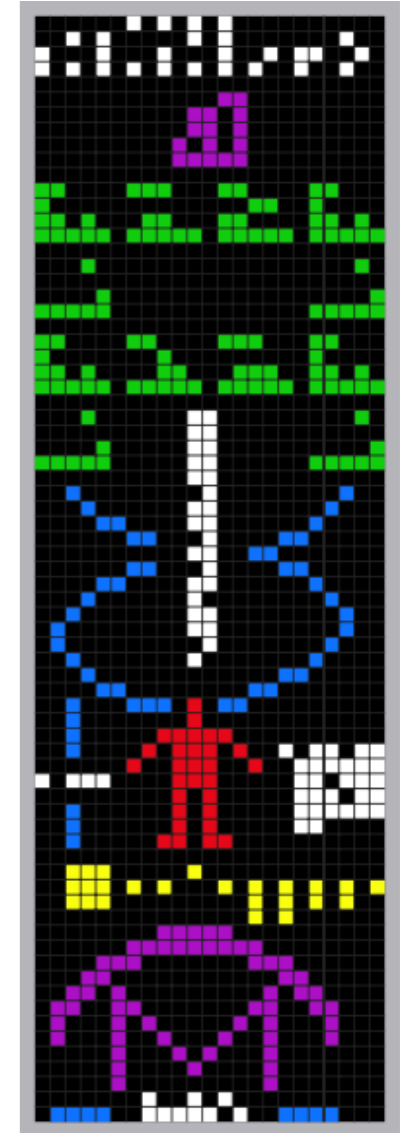


$$\text{分解能} = \text{波長} / \text{口径}$$

野辺山45m望遠鏡

アレシボ電波望遠鏡 305メートル球面電波望遠鏡 (1963—)

(Arecibo Observatory, プエルトリコ)



- 1964 水星の自転周期55日の発見
- 1968 かにパルサー中心に中性子星発見
- 1974 連星中性子星発見
- 1989 小惑星カスターリア直接観測
- 1992 パルサーを公転する太陽系外惑星発見

アレシボ・メッセージ (1974)
SETI (1999—)

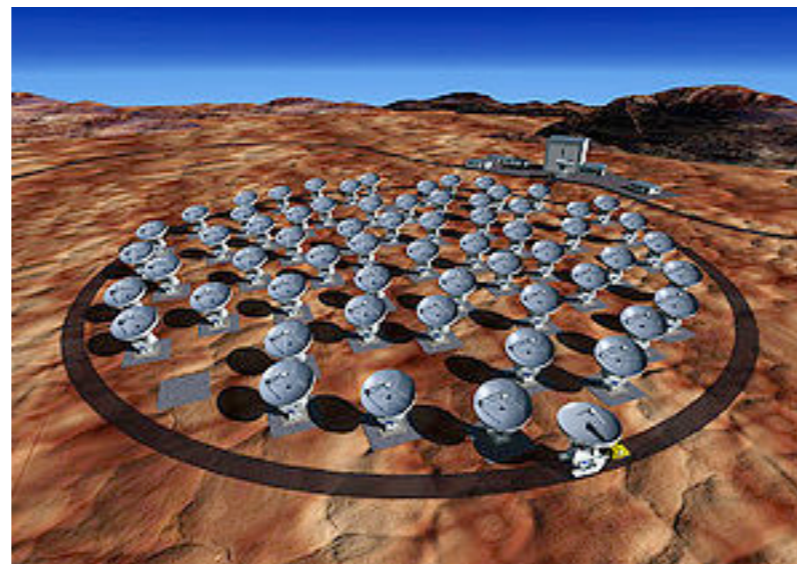
アルマ望遠鏡 Atacama Large Millimeter/Submillimeter Array

日本が、欧米と共同で、チリのアタカマに建設した電波望遠鏡

全66台のアンテナが設置され、日本は16台を担当。「いざよい」と命名。
標高5000m地点に設置されている。

直径12メートルのアンテナを50台組み合わせるアンテナ群と、直径12メートルのアンテナ4台と直径7メートルアンテナ12台からなる。最大18.5キロメートルまでアンテナ間隔を広げることができ、最大の空間分解能は、0.05 マイクロラジアン。

「大阪にある一円玉を東京から見分けられるほどの高い解像度」



中国「天眼（FAST）」 500メートル球面電波望遠鏡（2016一）

(Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope: FAST)



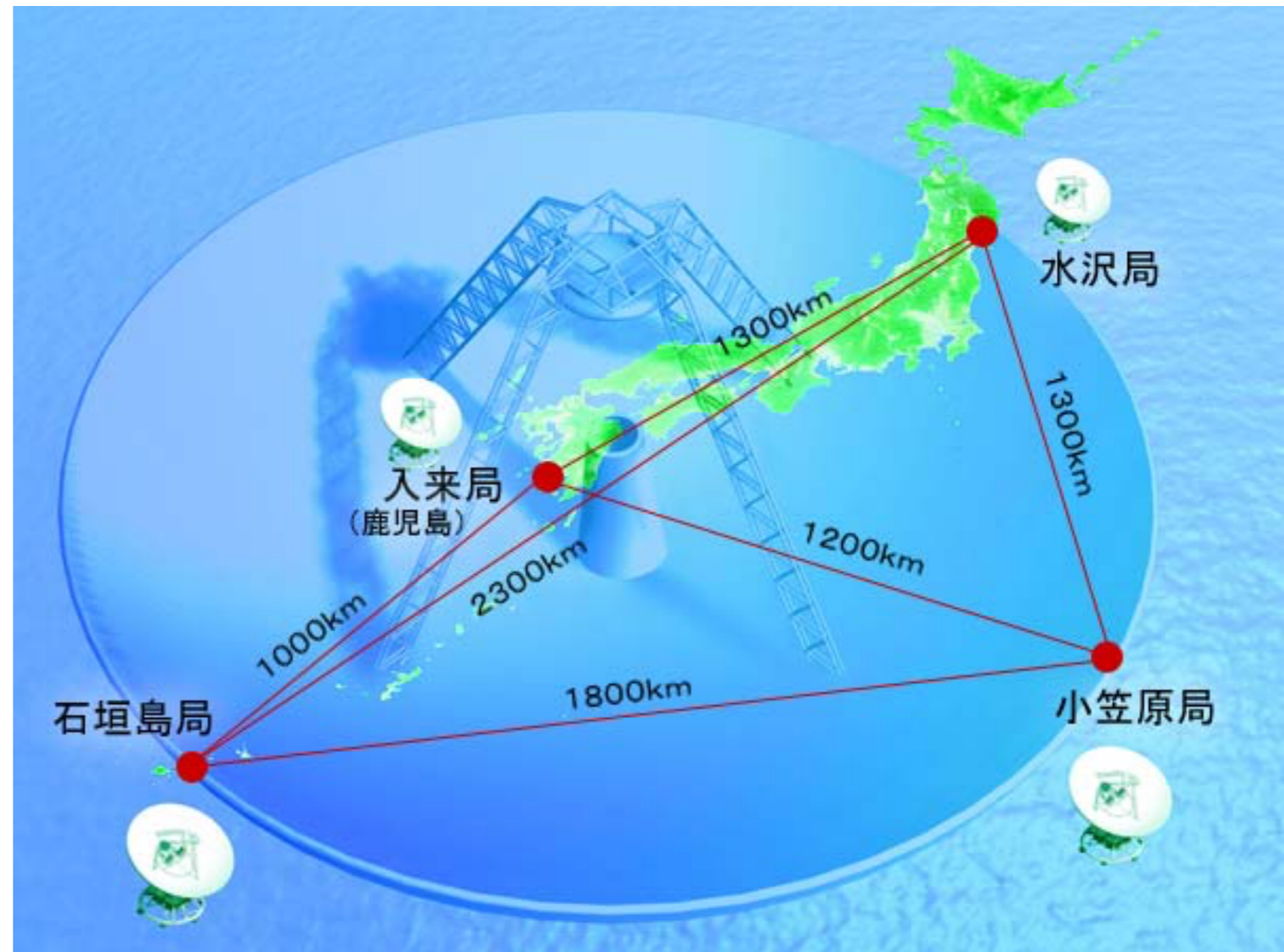
中国南西部の貴州省， 185億円， 天頂から40度の範囲を観測可能，
1万人強制移住， 半径5 km以内携帯電話禁止

http://japanese.china.org.cn/business/txt/2016-07/04/content_38806293.htm

電波干渉計

VLBI = Very Long Baseline Interferometer

VERA = VLBI Exploration of Radio Astrometry



<http://veraserver.mtk.nao.ac.jp/system/index.html>



First M87 Event Horizon Telescope Results. I. The Shadow of the Supermassive Black Hole

The Event Horizon Telescope Collaboration

(See the end matter for the full list of authors.)

Received 2019 March 1; revised 2019 March 12; accepted 2019 March 12; published 2019 April 10

Abstract

When surrounded by a transparent emission region, black holes are expected to reveal a dark shadow caused by gravitational light bending and photon capture at the event horizon. To image and study this phenomenon, we have assembled the Event Horizon Telescope, a global very long baseline interferometry array observing at a wavelength of 1.3 mm. This allows us to reconstruct event-horizon-scale images of the supermassive black hole candidate in the center of the giant elliptical galaxy M87. We have resolved the central compact radio source as an asymmetric bright emission ring with a diameter of $42 \pm 3 \mu\text{as}$, which is circular and encompasses a central depression in brightness with a flux ratio $\gtrsim 10:1$. The emission ring is recovered using different calibration and imaging schemes, with its diameter and width remaining stable over four different observations carried out in different days. Overall, the observed image is consistent with expectations for the shadow of a Kerr black hole as predicted by general relativity. The asymmetry in brightness in the ring can be explained in terms of relativistic beaming of the emission from a plasma rotating close to the speed of light around a black hole. We compare our images to an extensive library of ray-traced general-relativistic magnetohydrodynamic simulations of black holes and derive a central mass of $M = (6.5 \pm 0.7) \times 10^9 M_{\odot}$. Our radio-wave observations thus provide powerful evidence for the presence of supermassive black holes in centers of galaxies and as the central engines of active galactic nuclei. They also present a new tool to explore gravity in its most extreme limit and on a mass scale that was so far not accessible.

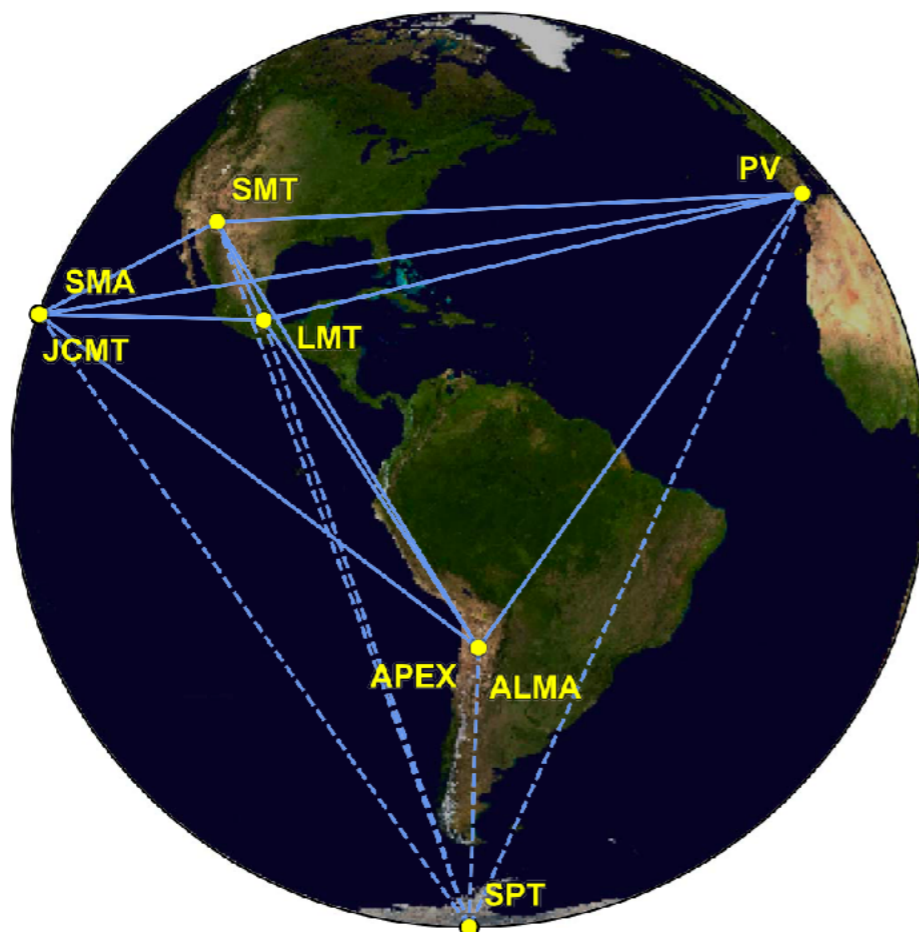


Figure 1. Eight stations of the EHT 2017 campaign over six geographic locations as viewed from the equatorial plane. Solid baselines represent mutual

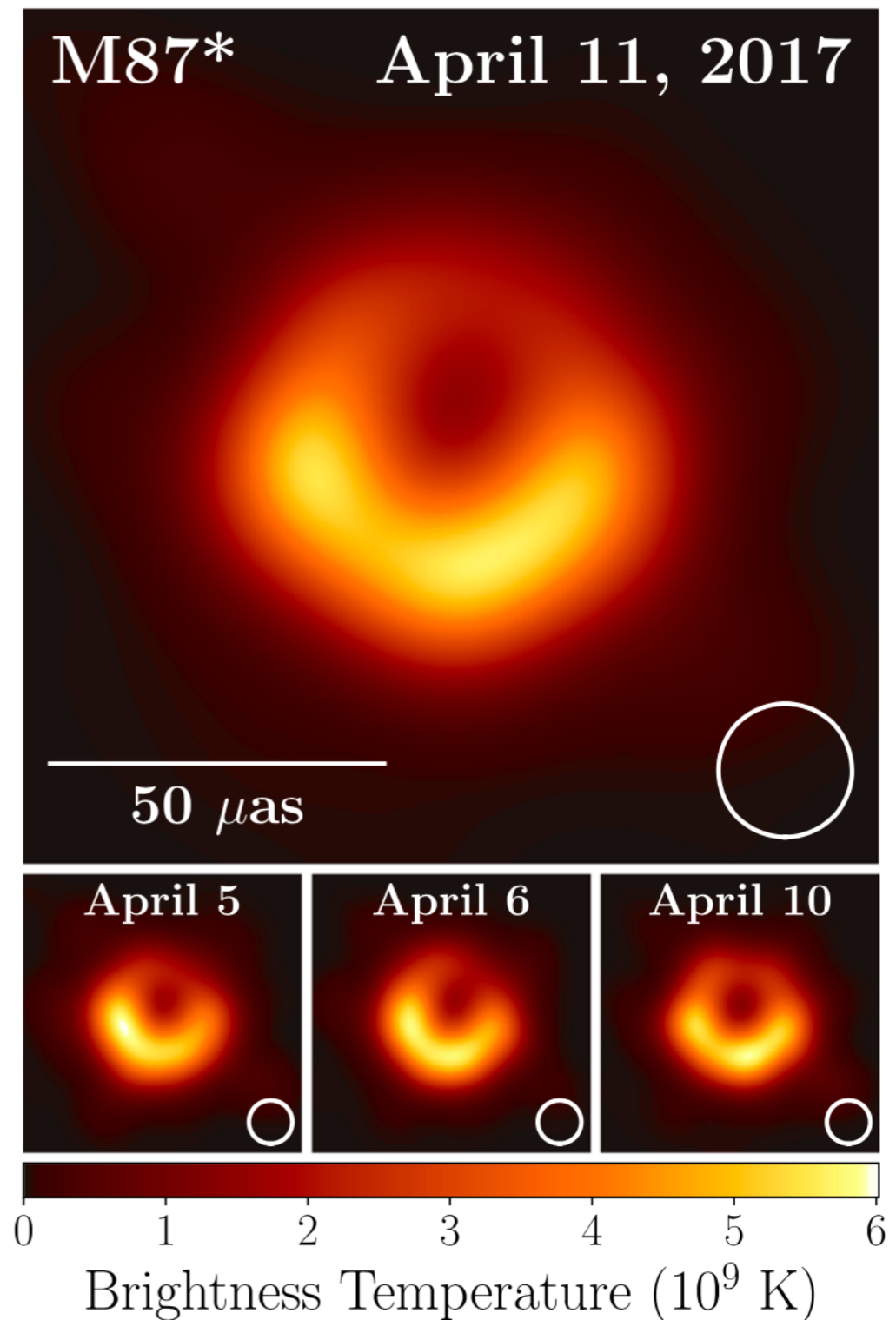


Figure 3. Top: EHT image of M87* from observations on 2017 April 11 as a representative example of the images collected in the 2017 campaign. The image is the average of three different imaging methods after convolving each with a circular Gaussian kernel to give matched resolutions. The largest of the three kernels ($20 \mu\text{as}$ FWHM) is shown in the lower right. The image is shown in units of brightness temperature, $T_b = S\lambda^2/2k_B\Omega$, where S is the flux density, λ is the observing wavelength, k_B is the Boltzmann constant, and Ω is the solid angle of the resolution element. Bottom: similar images taken over different days showing the stability of the basic image structure and the equivalence among different days. North is up and east is to the left.

イベント・ホライズン・テレスコープ (EHT)

— 各地の電波望遠鏡をつなぎ、地球サイズの仮想望遠鏡を構成 —



<https://www.nao.ac.jp/news/science/2019/20190410-eh.html>

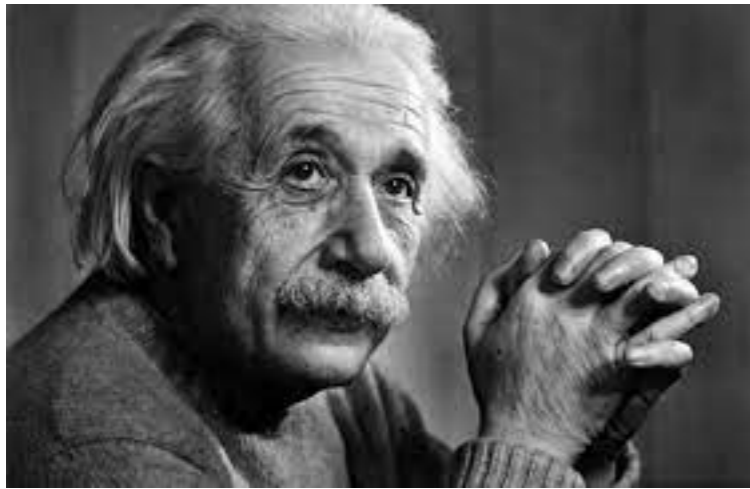
ブラックホールシャドウのメカニズム解説映像

EHT image

<https://www.nao.ac.jp/news/sp/20190410-eh/20190410-eh/videos.html>

0'58"

アインシュタイン自身，一般相対性理論の出す結論に困惑した



ブラックホール

特異点を生じる方程式の解を，簡単すぎる仮定をしたことに原因を押し付けた

宇宙の振る舞い

宇宙全体は膨張や収縮をする解が得られてしまい，宇宙が未来永劫不変であることを信じていたために，方程式を一部修正した。（後に撤回）

重力波

重力波の存在を一度は論文として出したが，その後座標系の変換で重力波は実在しないという論文を書いた。（査読を通らず，論文は出版されなかった）

