宇宙物理研究室

宇宙検閲官仮説とブラックホール形成のシミュレーション

宇宙検閲官仮説を検証するため、Post-Newton近似した計量を使って
ブラックホール形成のシミュレーションを行った。　　　（山田　祐太）

時空特異点とは？

- 物理量が無限大に発散している点のこと。
- 球対称、真空な時空を仮定して得られる、アインシュタイン方程式の解、シュヴァルツシルト・ブラックホール解は次のように書ける。

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2m}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

r=0で時間成分が、r=2mでr成分が無限大に発散する。

- r=2m（事象の地平線）は座標変換で除去できる。r=0は座標変換で除去することができない真の特異点。
- 事象の地平線を持たない特異点を、裸の特異点という。

宇宙検閲官仮説とは？

仮説
- 「特異点は事象の地平線によって必ず隠され、裸の特異点は自然界には発生しない」という仮説。ペンローズが1969年に提唱した。

反例
- 1992年にシャピーロ、トイコルスキーが行った軸対称に分布したテスト粒子の崩壊のシミュレーションでは、事象の地平線を持たない特異点が形成された。

現状
- 仮説が守られるかどうかについては、いくつかの反例があるが一般性は不明。

ブラックホール形成のシミュレーション

物質が集まったときにブラックホールが形成されるかどうかを判定するシミュレーションを行った。

- 初期条件：球対称に一様分布している5000個の粒子
- 空間を格子で分割し、各格子点での計量を求める。計量はPost-Newton近似する。
- 測地線方程式を解き、粒子の動きを求める。
- ニュートンの運動方程式を使って多体問題を解くプログラムも作成し、計量をポスト・ニュートン近似した場合のプログラムとで粒子の集まり方の違いを比較する。

Post-Newton近似

- 一般相対性理論における近似の一つであり、物質の速度 v の光速度 c に対する比 $\varepsilon \equiv (v/c)^2 \ll 1$ を展開パラメータとして、方程式・計量を展開する。
- 1次近似で計量は、

$$g_{00} = -1 - 2\phi$$
$$g_{ij} = \delta_{ij}$$

となり、2次近似で計量は、

$$g_{00} = -1 - 2\phi - 2\phi^2$$
$$g_{ij} = (1 - 2\phi)\delta_{ij}$$

となる。ここで、ϕは重力ポテンシャルである。

測地線

- 曲面上の2点間を結ぶ最短距離であり、直線の概念を曲がった空間に一般化したもの。
- 測地線の方程式は、

$$\frac{d^2x^\alpha}{d\tau^2} + \Gamma^\alpha{}_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{d\tau}\frac{dx^\nu}{d\tau} = 0$$

第1項は加速度、第2項は重力に相当する。

- Γはクリストッフェル記号と呼ばれる接続係数であり、計量の偏微分の組み合わせで表現される。

$$\Gamma^\alpha{}_{\beta\gamma} = \frac{1}{2}g^{\alpha\mu}\left(\frac{\partial g_{\mu\beta}}{\partial x^\gamma} + \frac{\partial g_{\mu\gamma}}{\partial x^\beta} - \frac{\partial g_{\beta\gamma}}{\partial x^\mu}\right)$$

結果1

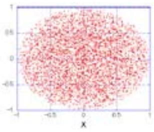

図1. 初期状態

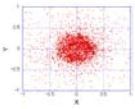

図2. Newtonian

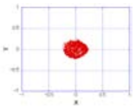

図3. Post-Newton近似

- 図2、3はt=4での粒子のスナップショット。

結果2

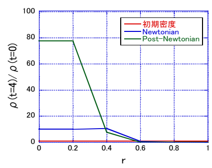

図4. t=4での密度

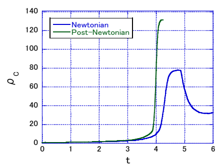

図5. 中心密度の変化

- Post-Newton近似では、Newtonianより中心密度が高くなった。

結果3

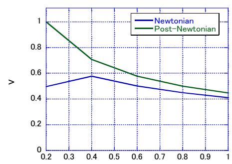

図6.　t=4.24での脱出速度

- Post-Newton近似では、r=0.2で脱出速度が光速になった。よって、ブラックホールが形成されたと考えられる。

今後の課題

- 光の測地線方程式を解き、光の軌跡からブラックホールが形成されたかどうかを判定する。
- コードをフル相対論にして、数値シミュレーションを行う。
- 球対称だけではなく、軸対称に粒子が分布している場合などのシミュレーションを行い、裸の特異点が形成されるのか、宇宙検閲官仮説が守られるのかを検証する。

大阪工業大学 情報科学部
http://www.is.oit.ac.jp/~shinkai/

2007/11/3 北山祭