

泡のモデルとシミュレーション

卒業研究中間報告 B10-006 井原 貴幸

泡のモデルとシミュレーション

B10-006
井原 貴幸

3. モデルII：シャボン玉モデル (運動方程式モデル)

- 仮定
- ・気体部分と液体部分までの半径差が一定以下になると破裂し大気圧が微量変化する。
 - ・シャボン玉の半径は大気圧と内圧の差で決まる。
 - ・シャボン玉の半径は、ある速度を持って変化しているものとする。
 - ・シャボン玉は常に球状である。
 - ・気温は変化しないものとする。
 - ・1次精度で解く

- 運動方程式 $F = m \times a$
- ボイルの法則 $PV = \text{一定}$
- 気体の圧力 $P \times S = F$

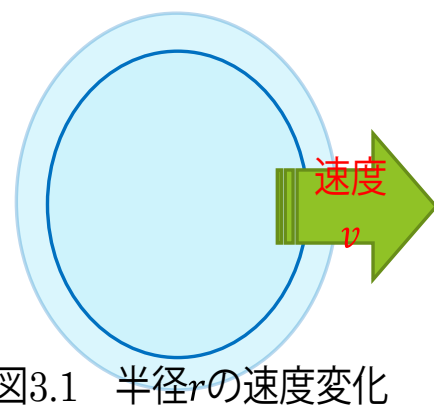


図3.1 半径rの速度変化

r について解くと・・・

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{4\pi r^2 (r^3 P - P_0)}{M} \end{cases}$$

r = 半径, v = r の速度, r_0 = r の初期値,
 P = 初期の圧力, P_0 = 外気の圧力,
 M = 液体部分の重さ

7. シャボン玉の破裂と気圧変化のシミュレーション

- 条件
- ・モデルIIIを用いて閉鎖された空間について考える。
 - ・3つの圧力の違うシャボン玉を考える。
 - ・破裂する処理を入れた場合と入れなかった場合の半径と気圧変化を調べる。

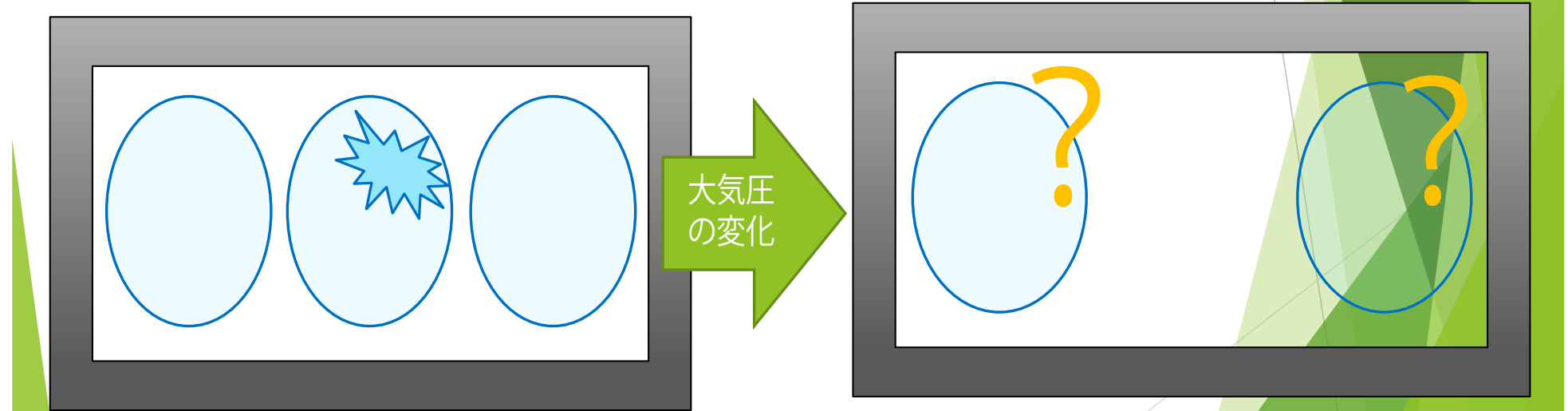


図7.1 破裂による大気圧の変化

1. モデルとは?シミュレーションとは?

○シミュレーションとは
ある状態を模擬的に作り出すこと。現実想定される条件を取り入れて、実際に近い状態を作り出すことを言う。例えば、泡のシミュレーションは、「泡の状態をコンピュータ上で模擬的に作り出すこと」である。

○モデルとは
複雑なものを理解するために、その基本的な特徴を取り出して大幅に簡単・縮小したもの。モデル化により、より分かりやすく必要な情報を効率よく得られる。現実に近いモデルをつくらうとすると、必然的に多くのパラメータや条件が入る。少数のパラメータで基本的な現象を表すことができれば「良いモデル」となる。



3. モデルIIの評価

- ・シャボン玉の概形の変化を視覚的に捉えることができる
- ・シャボン玉の破裂を再現することが出来た。
- ・あるシャボン玉が割れることで、その他のシャボン玉がどのような影響を受けるか捕らえることができた。
- ・シャボン玉とシャボン玉が接したときの概形変化が考慮されていない。
- ・シャボン玉の半径 r の変化は、速度 v によって変化するため、単調増減ではない。
- ・ r を求めるための運動方程式にかかる他の力を追加することで、より現実に近い変化を再現できる (exp. 表面張力、膜間の力の釣り合い)

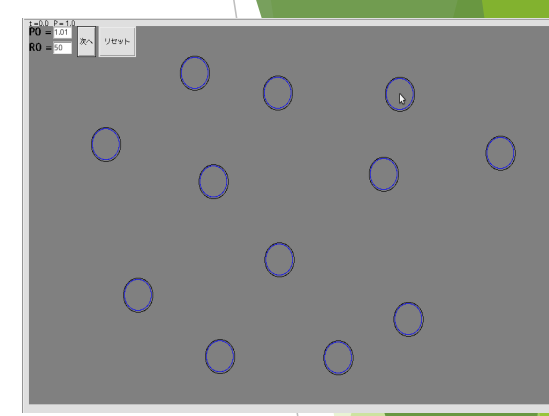


図3.2 シミュレーション結果

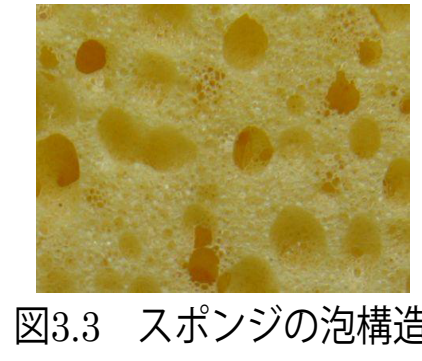


図3.3 スポンジの泡構造



図3.4 ビールの泡

7. 半径の変化

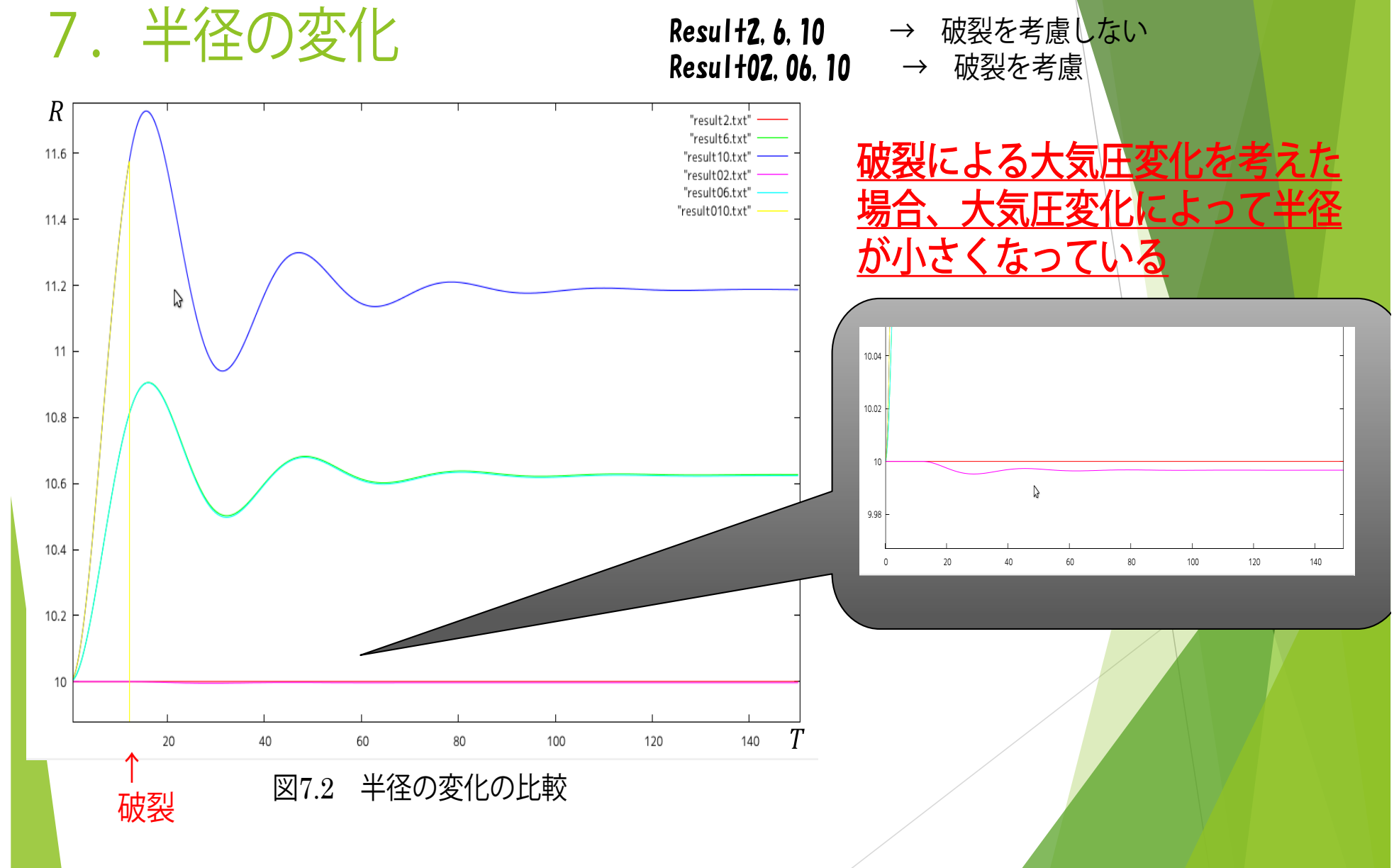


図7.2 半径の変化の比較

2. モデルI：シャボン玉モデル (内圧変化一定モデル)

- 仮定
- ・気体部分と液体部分までの半径差が一定以下になると破裂し大気圧が微量変化する。
 - ・シャボン玉の半径は大気圧と内圧の差で決まる。
 - ・シャボン玉は常に球状である。
- 内圧が弱いとき → シャボン玉は縮む
 ○内圧が大きいくとき → シャボン玉は膨らむ

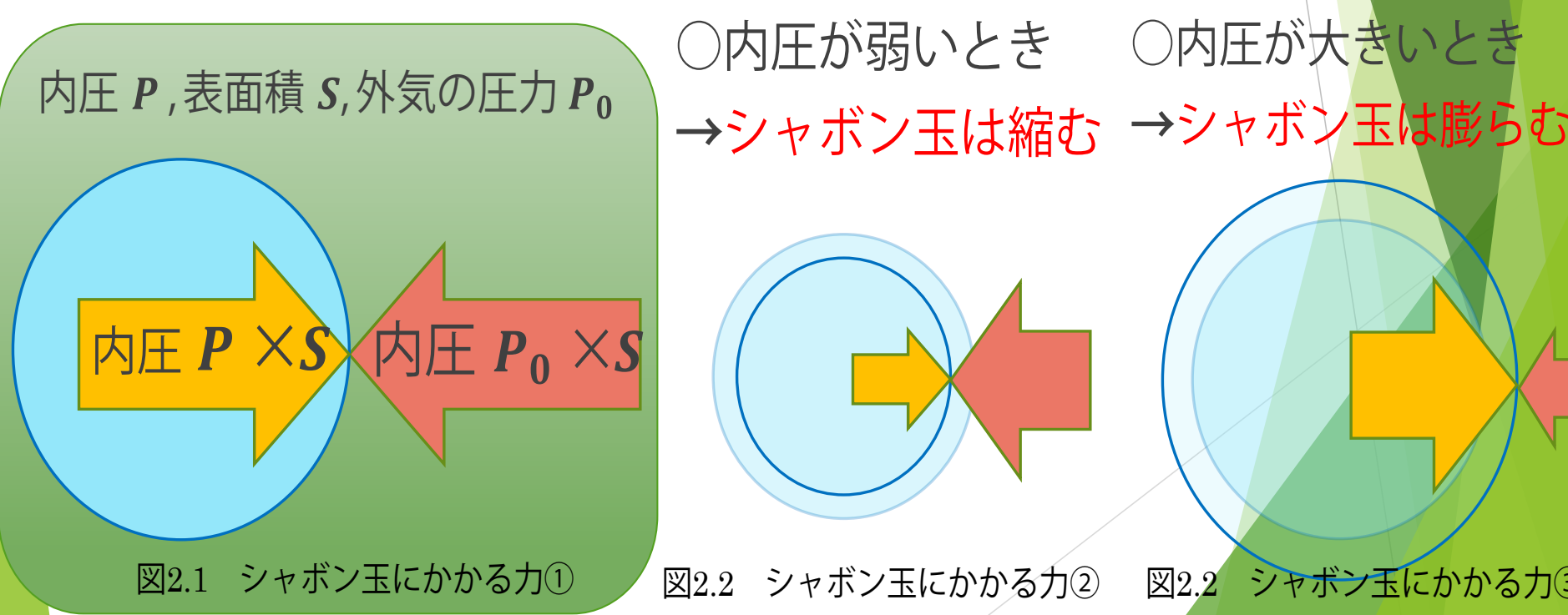


図2.1 シャボン玉にかかる力①

図2.2 シャボン玉にかかる力②

図2.3 シャボン玉にかかる力③

4. シャボン玉のモデルの比較

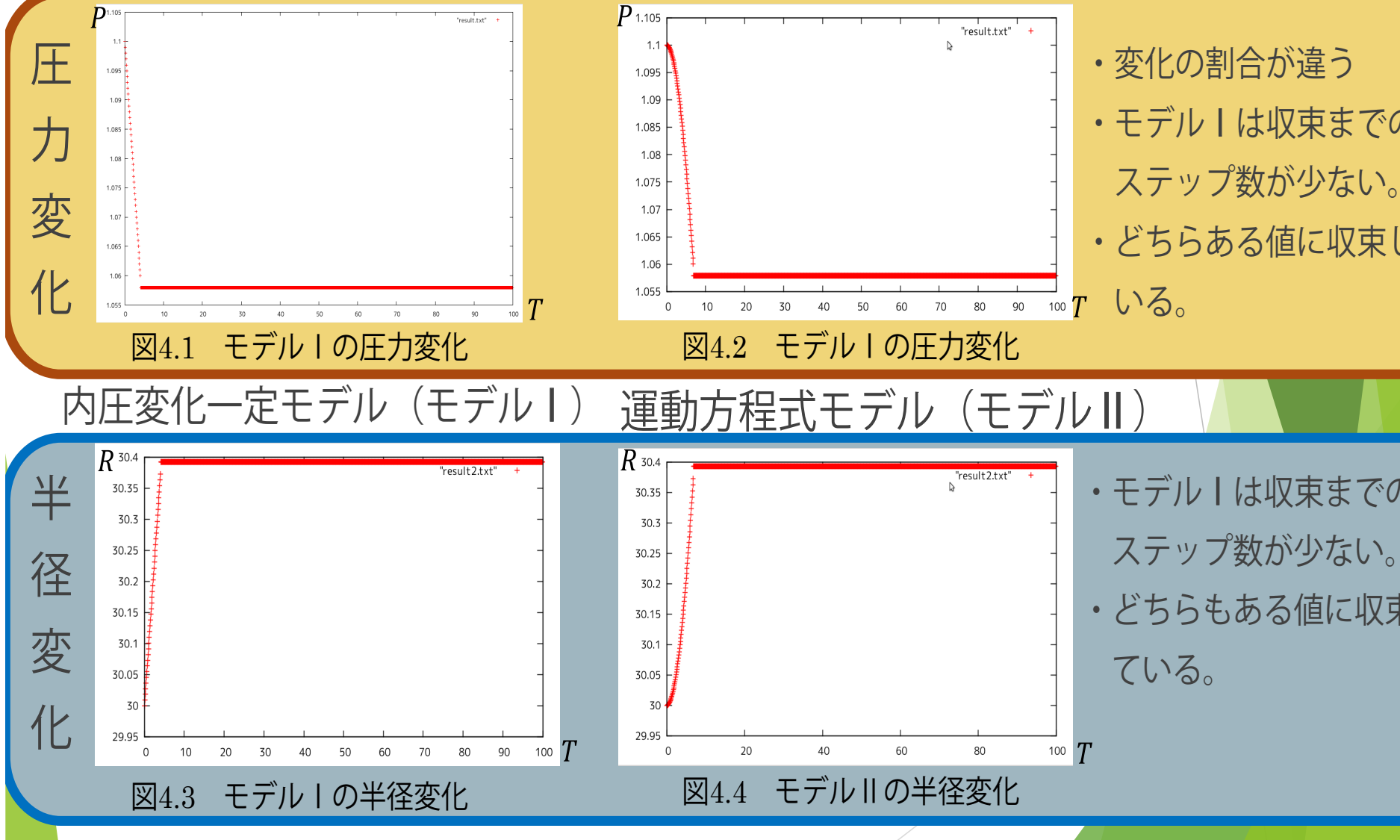


図4.1 モデルIの圧力変化

図4.2 モデルIの圧力変化

図4.3 モデルIの半径変化

図4.4 モデルIIの半径変化

7. 圧力の変化

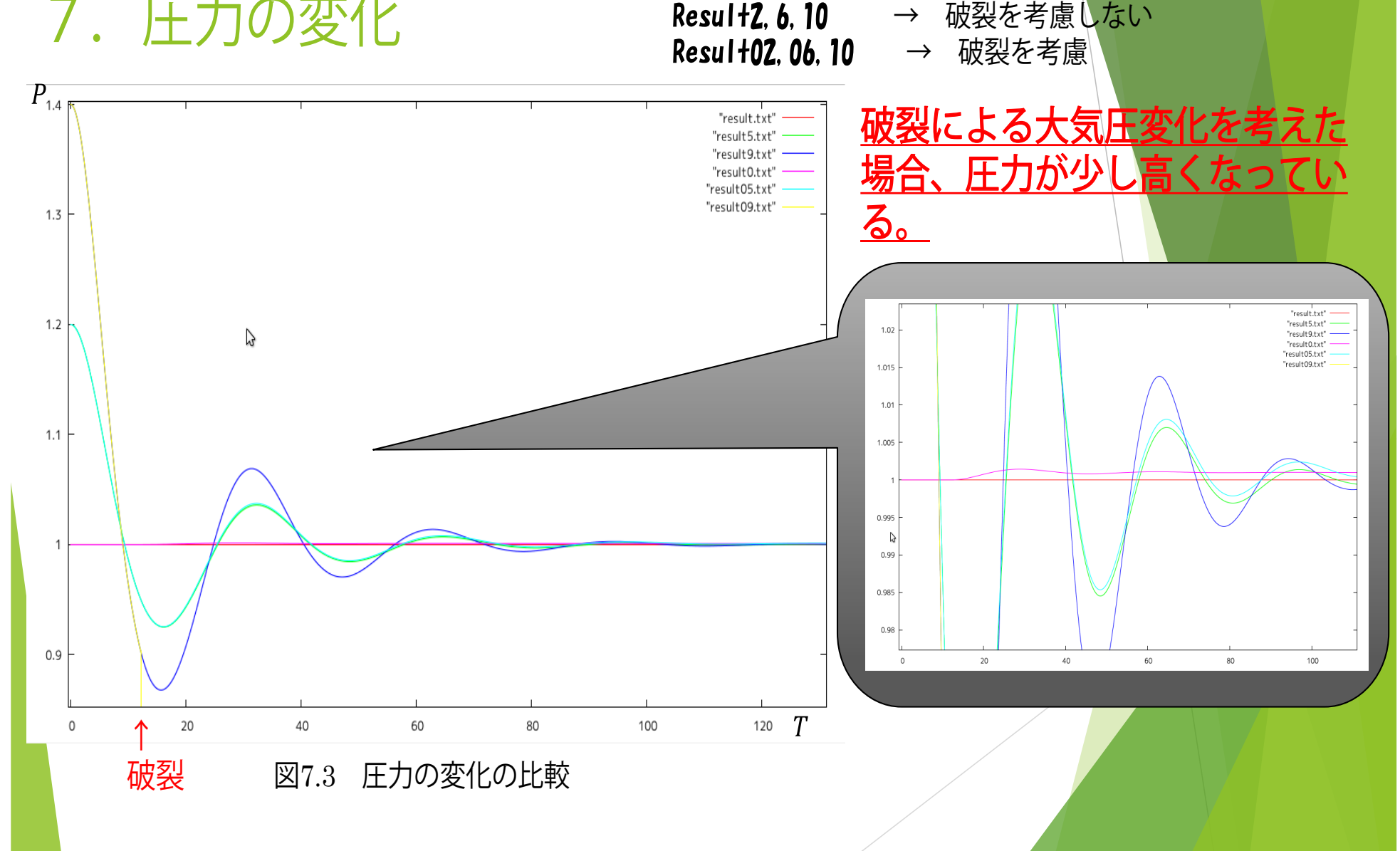


図7.3 圧力の変化の比較

2. モデルI：シャボン玉モデル (内圧変化一定モデル)

シャボン玉の温度が変化しないものと考え、ボイルの法則 ($PV = \text{一定}$) より体積が増加すれば圧力は下がり、体積が減少すれば圧力が上がる。



あるステップ数シャボン玉の表面積 (半径 r) と圧力 P の増減を行えば、シャボン玉は $P \times S = P_0 \times S$ となるような P, S に収束する

5. モデルIII シャボン玉モデル (運動方程式) 改善版

- 変更点
- ・シャボン玉の速度を求める微分方程式に新しく、速度だけ力がかかることを考える。
 - ・速度の力は、速度×定数で決まるとする。
 - ・2次精度で微分方程式を解く

新しい式

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ \frac{dv}{dt} = \frac{4\pi r^2 (r^3 P - P_0)}{M} - kv \quad (k = \text{定数}) \end{cases}$$

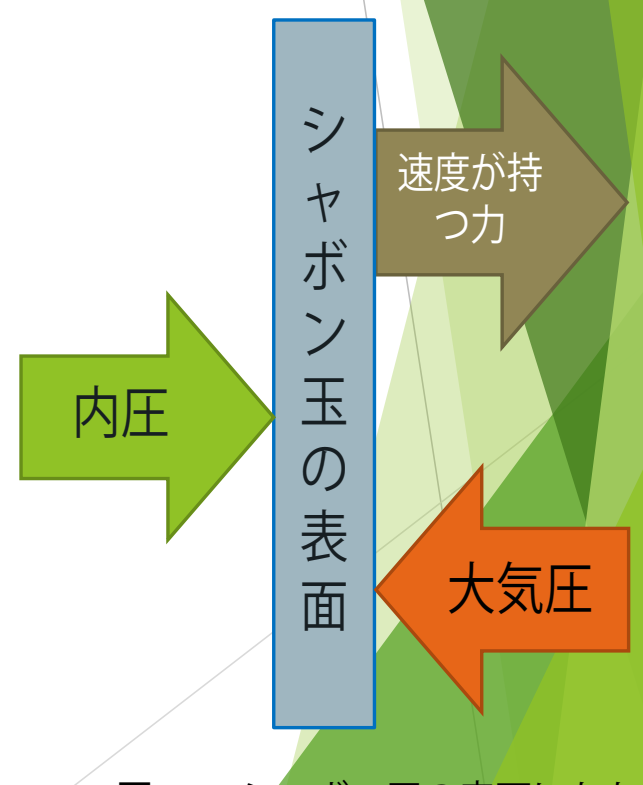


図5.1 シャボン玉の表面にかかる力

8. 流体の式を用いたモデル

泡の構造の変化は、膜が割れた際に生じる空気 (流体) の動きと考えることができ、ナビエ-ストークスの流体の式で考えることができる。[1]

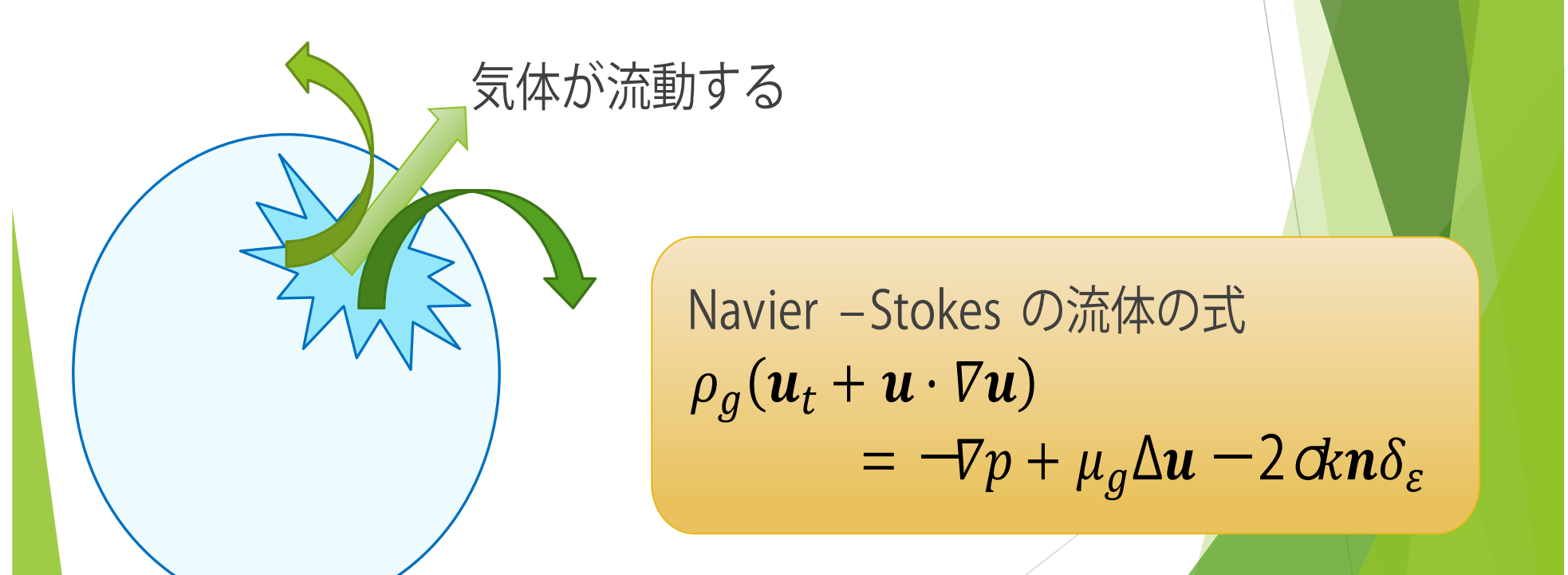


図8.1 シャボン玉の破裂と気体の流動

2. モデルIの評価

実際にこのような、シャボン玉の気圧差をモデルとして、シミュレーションした結果が以下のとおりである。

- ・シャボン玉の概形の変化を視覚的に捉えることができる
- ・シャボン玉の破裂を再現することが出来た。
- ・あるシャボン玉が割れることで、その他のシャボン玉がどのような影響を受けるか捕らえることができた。
- ・シャボン玉とシャボン玉が接したときの概形変化が考慮されていない。
- ・シャボン玉の半径 r の変化は、ある一定の微小な変化 dr の値に依存しているため、単調増減になる。

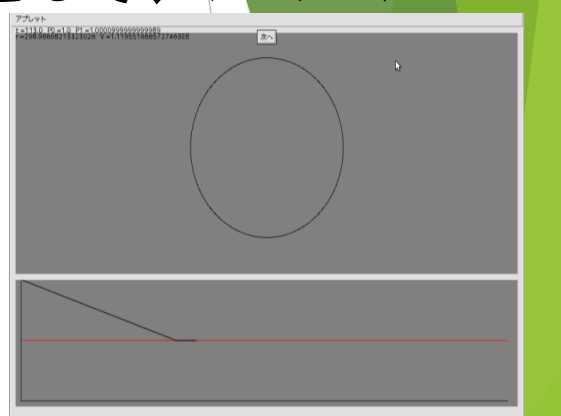


図2.6 シミュレーション結果①

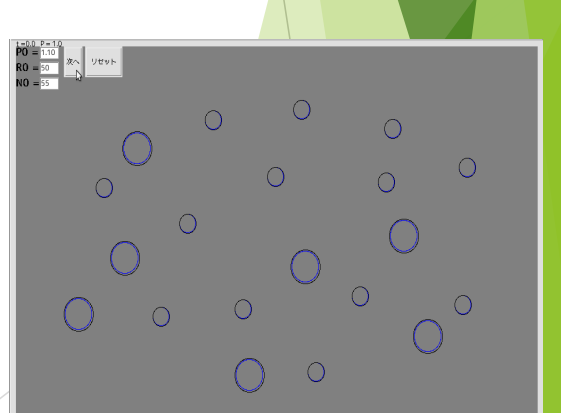


図2.7 シミュレーション結果②

6. モデルIIとIIIの比較

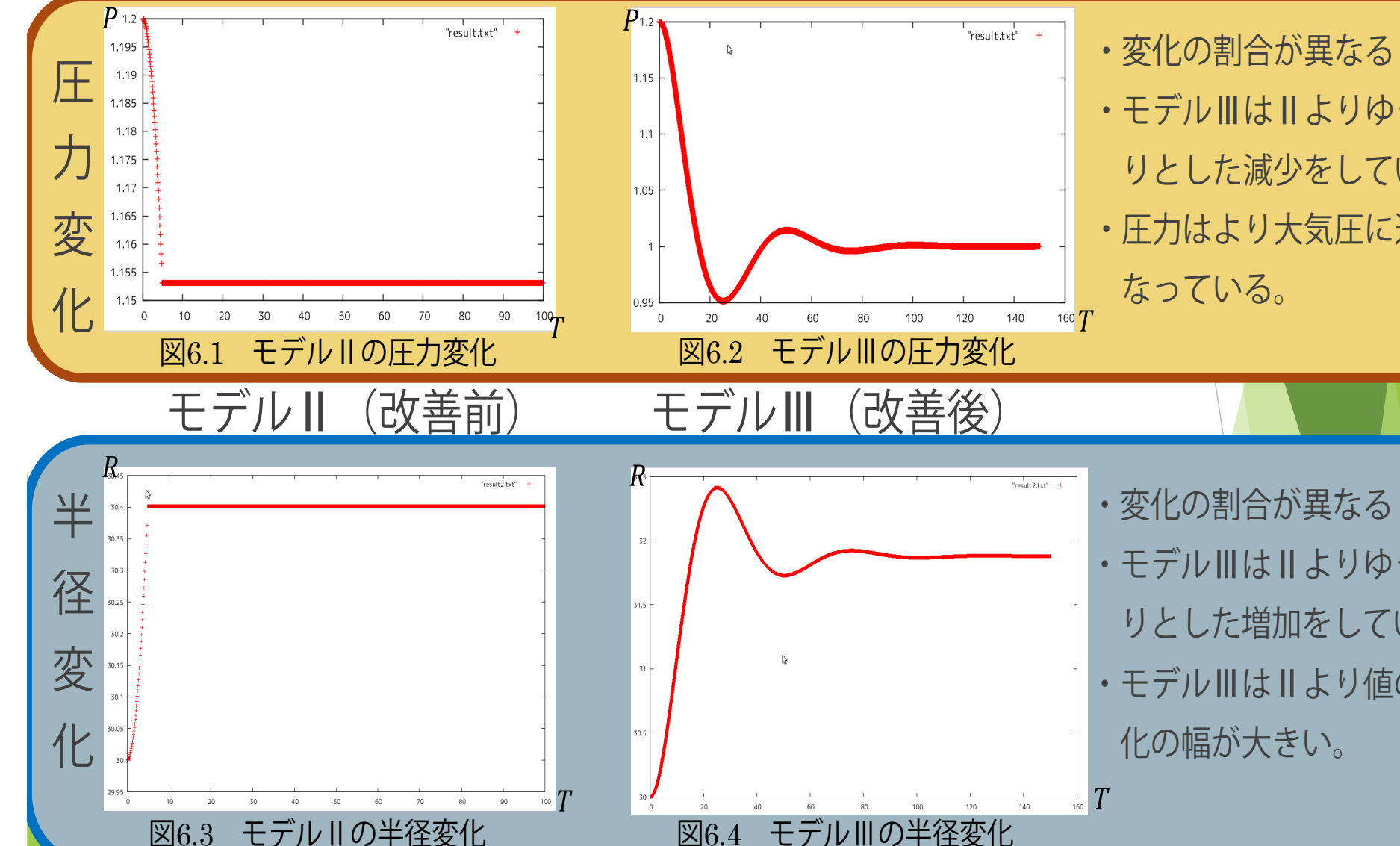


図6.1 モデルIIの圧力変化

図6.2 モデルIIIの圧力変化

図6.3 モデルIIの半径変化

図6.4 モデルIIIの半径変化

10. 今後の展望と目標

- ・運動方程式モデルに泡と泡が接触した際にかかる力についての要素を取り入れる。
- ・[1]の論文をもっと読み進める。
- ・最終的に自分の泡のモデルを作成する。
- ・そのモデルを用いて、石鹸やビールなどの泡のシミュレーションを行う。

11. 引用文献 (タイトル・出版・著者)

[1] Multiscale Modeling of Membrane Rearrangement, Drainage, and Rupture in Evolving Foams · Science 10 May 2013 · Robert I. Saha and James A. Sethian

