

卒業研究概要

成績：

提出年月日 2011年 1月 31日

卒業研究課題 シンプレクティック法を用いた多体問題の初期値依存性解析

学生番号

Q06-064

氏名 鈴木 隆

概要 (1000字程度)

指導教員 真貝 寿明

印

本研究では、いくつかの多体問題の解の安定性を Runge-Kutta 法および Symplectic 法を用いて調べた。Symplectic 法とは、ハミルトニアン H が、運動エネルギーとポテンシャルエネルギーの和として分離できるときに応用出来る数値積分手法であり、全エネルギーの和が一定であることを保証する利点がある。本研究では両者の計算速度、計算精度を調べると共に、多体問題の初期値（初期位置、初速度）を変化させて、解（軌道）の初期値依存性を調べた。本研究では JAVA 言語を使用した。

本研究では、万有引力によって引きあう三体の円軌道解と三体の 8 の字解について調べ、初期値は任意の一体に関してのみ変化させることとした。三体の円軌道解とは、同質量の三体を正三角形の頂点に配置し、その相対位置を維持したまま正三角形の外接円となる軌道を描く解である。図 1 は、R. Montgomery らによって 2000 年に発見された三体の 8 の字解であり、同質量の三体が 8 の字の形をした一つの軌道上で互いに追いかけてあう解である。表 1 は図 1 の 8 の字軌道を 1 周期回し、原点に戻ってきた際の y 切片の数値を誤差の指標として比較したものである。この表から、Runge-Kutta 法は原点からの y 切片の誤差は大きく、Symplectic 法と比較するとその精度の悪さが明らかとなった。また計算速度に関しても、同程度の精度を出すとした場合、Symplectic 法の方が 1000 倍以上刻み幅を小さく出来るため、Symplectic 法が優秀であることが分かった。

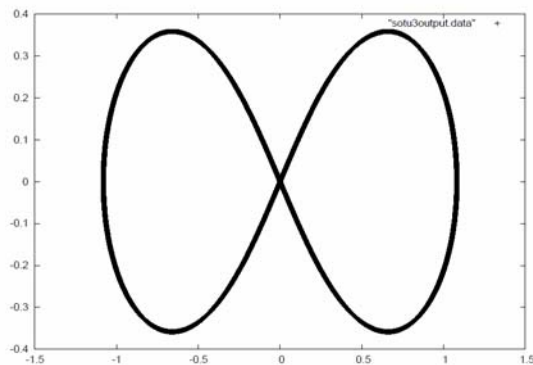


図 1. 三体の 8 の字解の軌道 (150 周期分をプロット)

Δt	RK4	Symplectic6 次	Symplectic8 次
0.1	測定不能	-1.09E-4	-1.08E-4
0.01	2.44E-2	5.31E-8	5.25E-8
0.001	2.99E-3	3.16E-11	3.16E-11
0.0001	3.09E-4	-4.59E-11	-4.57E-11
0.00001	3.10E-5	-4.52E-11	-4.56E-11

表 1. 各数値積分手法の誤差比較

次に軌道安定性について、初期値依存性を調べる。中央の一体の初期位置 (x 方向, y 方向, z 方向) と初速度 (x 方向, y 方向, z 方向) と質量をわずかにずらして時間発展させた。その結果初期位置、初速度ともに y 方向への変化には非常に鋭敏に不安定性が生じることが分かった。質量に関して、1%の増減に対しても不安定性が発生することが確認出来た。四体以上の安定解については、本研究で用いた Symplectic 法では精度が足りず、四体の 3-chain 解では 8 次の Symplectic 法でも 1 周期しか安定な軌道を描くことが出来なかった。これら四体以上の初期値依存性の調査においては四倍精度などを用いたより高度な計算手法が必要になると考えられる。