部分的に重なった数独の効率良い解き方
- 数独の盤面を解く順番の比較 -

N10-004　安藤 恭史

2015/2/10

目 次

1　序論

1.1　背景

近年，雑誌や新聞，携帯ゲームなどでクロスワードや数独のペンシルパズルをよく見かける．ペンシルパズルは，ちょっとした合間や頭の体操として手軽にできることが魅力であり，人気でもある．

ペンシルパズルである数独は世界的に人気である．日本で株式会社ニコリが，ナンバープレイスは ”数字は独身に限る ” の略称として，”数独 ” と名付けた．

数独とはルールに従って 1〜9 の数字を当てはめていく単純なペンシルパズルでありながら，日本でも数多く研究されている．例えば，大阪工業大学の土出智也 [2] は，数独パズルの難易度判定の研究を行った．

1.2　研究の目的

数独には様々な形のものがある．最も見る機会が多いのは 9 × 9 の数独だろう．しかし，16 × 16 や 25 × 25 などのもの，また 9 × 9 の数独の一部分が複数枚重なったようなものも存在する．

9 × 9 の数独を 1 つ解くのに解き方と時間が必要となる．解き方さえ知っていれば誰にでも解くことができるが，解くのにかかる時間はその人がキー（空きマスに数字を確定するためのヒント）となる数字をどれだけ早く見つけられるかであるだろう．では，9 × 9 の数独の一部分が重なった 2 つの数独の場合はどうだろうか．解き方はもちろん必要であるが，数独の一部分が重なった箇所は 2 つの数独にそれぞれ影響し合い，それぞれを解く手助けにもなる．その 2 つの数独をどのように数字を埋めていくかによって解くのにかかる時間は違うのだろうか．

そこで，本研究では 9 × 9 の数独の一部分が重なった 2 つの数独（もしくは 3 つの数独）にどのように数字を当てはめていくと解く時間に変化が現れるのかを検証する．

1.3　本論文の構成

本論文は次のような構成となっている．2 章では数独におけるルールや本論文での取り扱う用語について述べる．3 章では数独の解き方について述べる．4 章では部分的に重なっているの扱い方について述べる．5 章ではプログラムで数独をどのように解いて評価を行うのかを述べ，6 章で比較内容を行い結論を示す．7 章では本研究のまとめについて述べる．また，付録として今回使用した問題を掲載する．

2　数独

本研究で扱う数独は，特に記載がない限りは 1 つの数独が 9 × 9（ブロックは 3 × 3）のマスで構成されたものを使用する．

1		3		5		7		9
	5		7		9		2	
7		9		2		4		6
	3		5		4		9	
5		4		9		2		1
	9		2		1		6	
3		2	★	4		9		8
	4		9		8		1	
9		8		1	☆	6		5

図 1: 9 × 9 の数独の例

2.1　ルール

数独のルールはシンプルで，以下の 1 つだけを守って 1〜9 の数字を当てはめて解いていく．

・行，列，ブロック（3 × 3）内に 1〜9 の数字がそれぞれ 1 つずつ入る
（つまり，数字は重複なく入る）

2.2　本論文で取り扱う用語

本論文で数独で使用される用語を以下のように定義する．尚，以下で定義した言葉については一般的に用いられていることが多い．

2.2.1　マス，行，列，ブロック

数字が 1 つ入る正方形をマス，横一列を行，縦一列を列，3 × 3 で囲まれた太枠内をブロックと表現する．図 3 は図 1 をブロック単位で考えた場合の数字の位置である．添字は図 2 のように，行は上から下に，列は左から右に 1〜9 の添字を順に割り当てる．例えば，4 行目，2 列の場合は，(4, 2) と表記を行う．

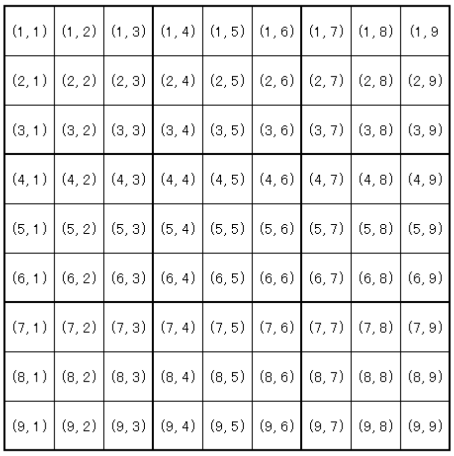

図 2: 各マスの添え字

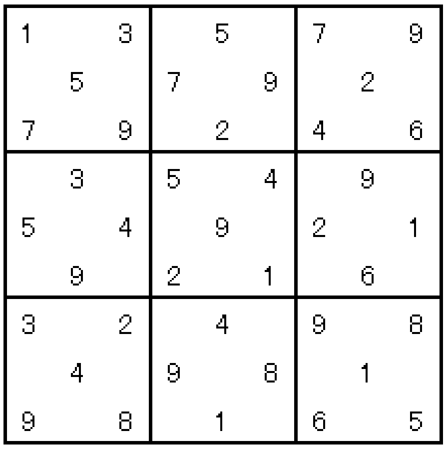

図 3: ブロック単位

2.2.2　候補数字，ペンシルマーク

特定のマスに入る可能性のある数字のことを候補数字と表現する．

例えば，図 1 の (2, 5) に注目し，一部分を拡大したものが図 4 である．行には {2, 5, 7, 9}，列には {1, 2, 4, 5, 9}，ブロックには {2, 5, 7, 9} が存在する．このことから (2, 5) には {3, 6, 8} のいずれかの数字が入る．これらの入る可能性のある候補数字を総称してペンシルマークと呼ぶ．ペンシルマークを記入したものが図 5 である．尚，実際に人間が数独を解く時には，候補数字をマスの中に小さく記入することが一般的に多い．

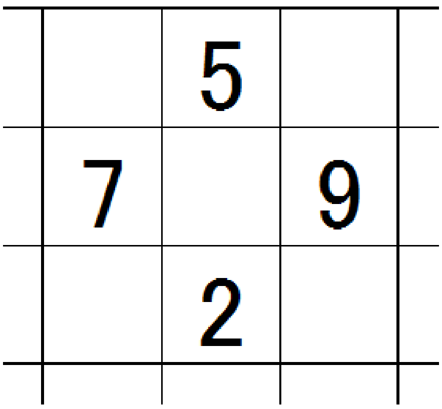

図 4: 候補数字の記入前

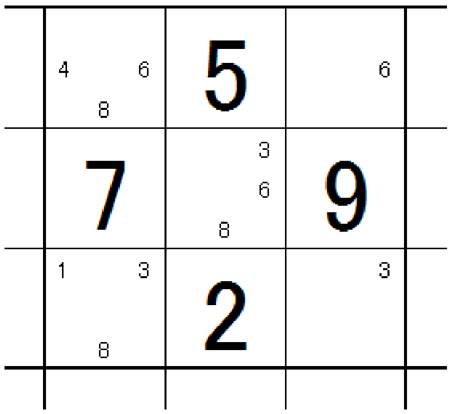

図 5: 候補数字の記入後

3　数独の解き方

数独は闇雲に解いていくものではなく，いくつかの解き方によって数字を埋めていくものである．基本的な解き方は単独候補数字法と単独候補マス法である．また，解く手助けとなる解き方として，双子法や X ウイング法 [5] などがある．本章では数独を解くために必要になる解き方についての説明を行う．

3.1　単独候補数字法

数独を解くのに必ずと言っていいほど使う解き方である．1 つのマスに 1 つの候補数字しか存在しない場合，そのマスに入る数字を確定する．この方法を単独候補数字法と呼ぶ．具体的には，あるマスに注目した時に，行・列・ブロックに存在しない数字の値が 1 つの場合に数字を確定する方法である．但し，§ 3.3.1 で紹介を行う双子法や三つ子法などの解き方により，行・列・ブロック内に数字が存在しなくても候補数字が削除できることがある．

例えば，図 1 の (7, 4)（”★”のマーク）に注目し，拡大したものが図 6 である．行には {2, 3, 4, 8, 9}，列には {2, 5, 7, 9}，ブロックには {1, 4, 8, 9} が存在する．このことから存在しない数字は 6 であり，(7, 4) には 6 であることが判断できる．尚，数字が確定していないマスには 1〜9 のペンシルマークが与えられる（図 6）．これはどのマスにも 1〜9 の数字が入る意味であり，周りの数字から候補数字が削除することになる（図 7）．

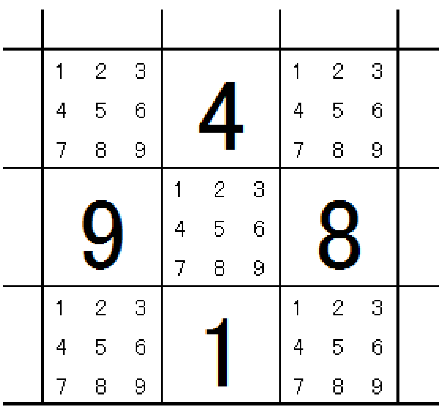

図 6: 単独候補数字法の適用前

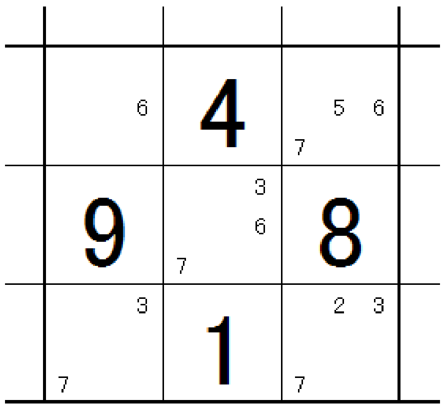

図 7: 単独候補数字法の適用後

3.2　単独候補マス法

数独の問題が難しくなればなるほど，序盤で役に立つ解き方である．それぞれの行・列・ブロックにおいて，ある候補数字が 1 マスにしか存在しない場合，そのマスにある候補数字が確定される．この方法を単独候補マス法と呼ぶ．

例えば，図 1 の (9, 6)（”☆”のマーク）に注目し，拡大したものが図 8 である．このマスの候補数字は {2, 3, 7} である．故に，単独候補数字ではすぐに確定させることができない．しかし，同じブロック内に注目すると (7, 6) と (8, 5) と (9, 4) にはそれぞれ数字の 2 は入らない．よって，(9,

6) のブロック内では (9, 6) にしか 2 が入らないので (9, 6) が 2 であることが判断できる（図 9）．尚，同じ要領で (7, 6) に数字の 5 が入ることが判断できる．

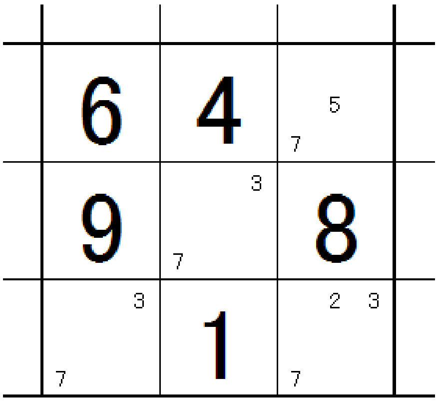

図 8: 単独候補マス法の適用前

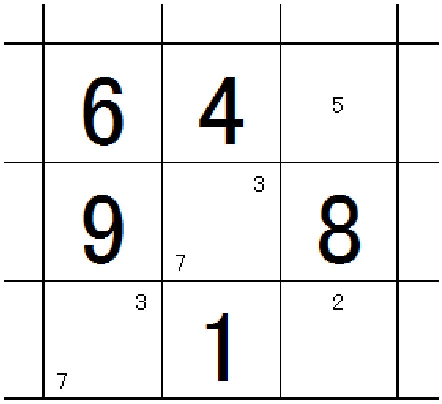

図 9: 単独候補マス法の適用後

3.3　その他の解き方

本研究では，以下の解き方は利用しない．以下の解き方を利用しないと解けない問題が数多く存在し，それらの解き方を紹介する．

3.3.1　双子法，三つ子法

単独候補数字法や単独候補マス法とは違い，これらの解き方でマスを確定できるわけではない．

双子法

同じ行（もしくは列，ブロック）内にある 2 つのマス n_1，n_2 に同じ候補数字 m_1，m_2 のペアがある場合，2 つのマスには m_1，m_2 が必ず入ることになる．従って，それ以外の同じ行（もしくは列，ブロック）内にある m_1，m_2 の候補数字を持ったマスの m_1，m_2 の候補数字を削除できる．

例えば，図 10 の場合，ブロック内は 2, 3, 5, 6, 9 が確定しており，1, 4, 7, 8 が何処に入るか分からない状況である．この時，(1, 4) と (1, 6) に注目すると候補数字は 4 と 8 しかなく，片方に 4 が入れば，もう片方は 8 となる．故に，(3, 4) と (3, 6) に 4 と 8 が入ることはないので，候補数字から外すことができる（図 11）．

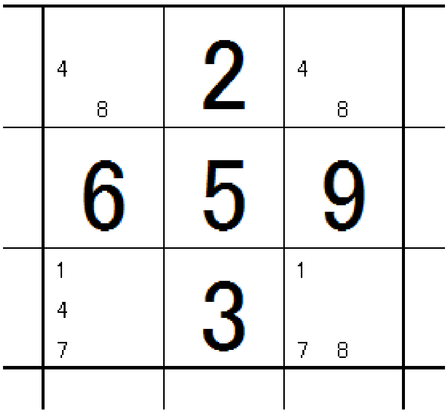

図 10: 双子法の適用前

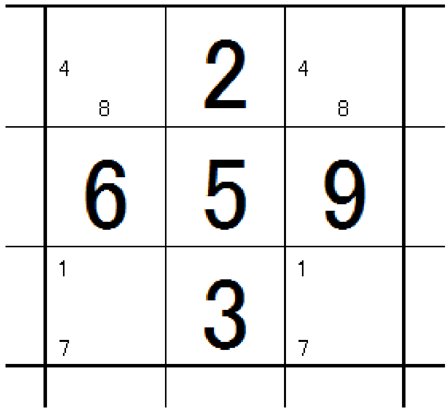

図 11: 双子法の適用後

三つ子法

同じ行（もしくは列，ブロック）内にある 3 つのマス n_1，n_2，n_3 に注目した時，その 3 マスのペンシルマークが m_1，m_2，m_3 のいずれかしか持たない場合，3 つのマスには m_1，m_2，m_3 が必ず入ることになる．従って，それ以外の同じ行（もしくは列，ブロック）内にある m_1，m_2，m_3 の候補数字を持ったマスの m_1，m_2，m_3 の候補数字を削除できる．

例えば，図 12 の場合，ブロック内は 3, 6, 9 が確定しており，1, 2, 4, 5, 7, 8 が何処に入るか分からない状況である．この時，(1, 4) と (2, 5) と (3, 4) に注目すると候補数字は 1 と 4 と 5 しかなく，(1, 4) に 1 が入れば (3, 4) は 5，(2, 5) は 4 となる．故に，(1, 5) と (1, 6) と (3, 6) に 1 と 4 と 5 が入ることはないので，候補数字から外すことができる（図 13）．

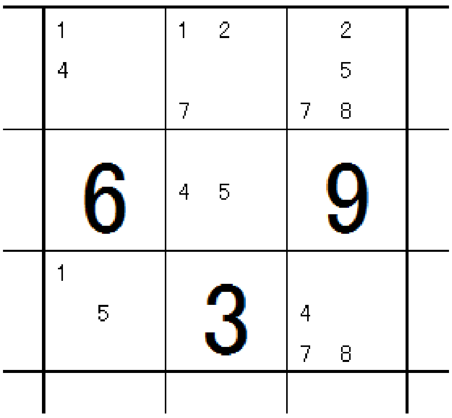

図 12: 三つ子法の適用前

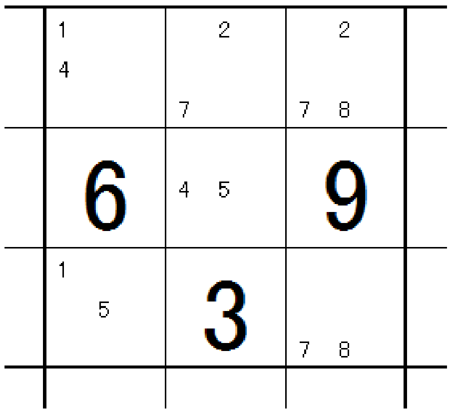

図 13: 三つ子法の適用後

3.3.2　X ウイング法

§ 3.3.1 と同様に，この解き方でマスを確定できるわけではない．

X ウイング法

（それぞれのマスを頂点とすると長方形となる）ある 4 つのマスに注目した時，ある数字が対角線上にある数字と同じ数字となるため，X ウイング法と呼ばれる．§ 3.3.1 と同様に周りの数字を削除する解き方である．

具体的には，図 14 の△と▲に注目する．△には {3, 9}，▲には {3, 4, 7} が候補数字となっている（(7, 4) 及び (7, 7) に数字の 3 は入らない）．この時，1 列目か 9 列目の△に 3 が確定すると対角線上にある▲に 3 が入ることとなる．故に，同じ行の△か▲には，どちらかに 3 が入ることとなり，同じ列のそれ以外のマスに 3 が入ることはない．つまり，(1, 1)，(2, 1)，(9, 1)，及び (1, 9)，(9, 9) において，候補数字である 3 を削除することができる．

				9	5			
				2	7			1
△		2		4	6	5	7	△
8	9	6	5	7	3	1	4	2
5	2	7	4	8	1	3	9	6
1	3	4	9	6	2	7	5	8
▲	6	9		5	8		1	▲
2			6	3			8	
				1				

図 14: X ウイング法 [5]

4　部分的に重なった数独

部分的に重なった数独とは，2 つ以上の異なる数独の一部分の解答が同一である数独である．例えば，図 15 や図 16 が部分的に重なった数独である．

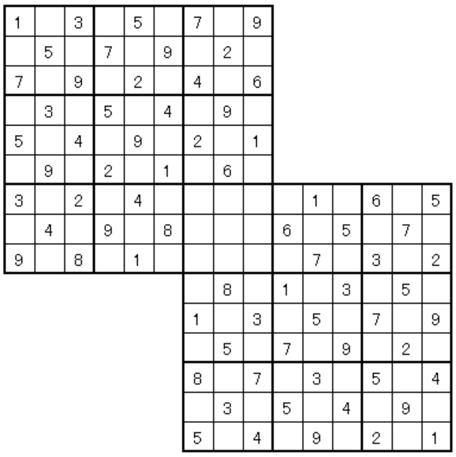

図 15: 2 面の数独の例

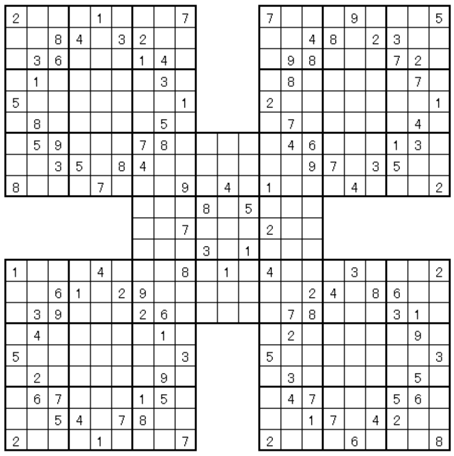

図 16: 5 面の数独の例 [4]

4.1　盤面の呼び方

本論文では，部分的に重なった数独は 2 つの異なる数独が重なったものを扱う．それぞれの数独の盤面の呼び方は，左上の数独を盤面 A，右下の数独を盤面 B とする (図 17)．また，部分的に重なった箇所を考慮する際，部分的に重なった部分を盤面 C と置く．但し，この箇所は「盤面 A や盤面 B の数独の一部分であるが独立したもの」とする (図 18)．尚，本研究では 3 面以上の数独や図 19 などは扱わない．

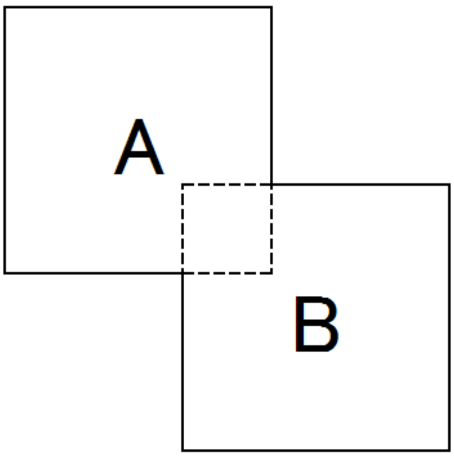

図 17: 盤面の呼び方 1

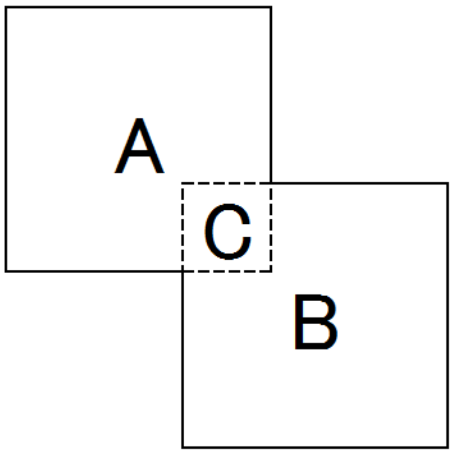

図 18: 盤面の呼び方 2

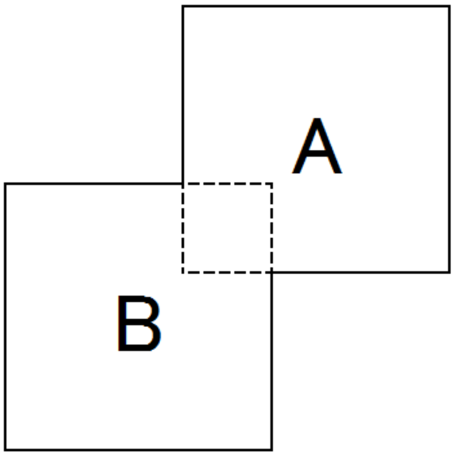

図 19: 扱わない数独

4.2　9× 9の数独1面との違い

9× 9の数独が1面の場合ではその盤面のみを解き方によって数字を埋めていき解いていく．しかし，部分的に重なった数独では，1面だけを見てもその1面が完全に解けないことがある．というのも，部分的に重なった部分を複数の盤面から解いていくことにより互いに解く手助けとなるからである．

4.3　本研究での比較方法

本研究では，部分的に重なった数独をプログラムで解くことにより，どのような手順で解けば効率が良いのかという点に注目して比較を行う．プログラムでは，解くのにかかった時間の代わりに，それぞれの空きマスに何回注目したかの回数で時間として計測する．この回数を本研究では探索回数と呼ぶこととする．尚，既に確定しているマスが探索された時は，探索回数のカウントは行わないものとする．

比較の対象外となるもの

研究では同じ数独に対してどの解き方が良いのかを探る．故に，それぞれの難易度を調べるものではない．よって，ペンシルマークは探索回数に影響しないものとする．

ペンシルマークは探索を開始する直前に付けられるものであり，いずれの方法に対しても同様であるため時間の変化はない．また，ペンシルマーク内の候補する作業において,「ペンシルマーク内の候補数字を1回削除する（個数に上限はない）度に探索回数を1増やす」という場合，単独候補マス法で解いた方が有利となってしまうため，ペンシルマークによる探索回数の変化は適用させない．

4.4 効率

§1.2 でも述べたが，9× 9 の数独が 1 つの場合では数字を確定させるためのヒントとなる数字を見つけて数字を埋めていく．部分的に重なった数独では，部分的に重なった部分の数字をどのように確定させるかによってそれぞれの盤面におけるヒントとなる数字は変わっていく．故に，部分的に重なった数独では数字を確定していく順番により数独を解くのにかかる時間が異なるものであると推測できる．そこで，注目している盤面を切り替えるタイミングによって生じる探索回数の変化を比較する．この比較により，探索回数が最も少ないものがマスに注目した回数が少ないので，一番効率が良いと言える．

4.4.1 切り替えのタイミング

盤面の切り替えのタイミングの種類は以下の 3 種類を考案した．

方針 1

・２つの盤面を交互に解いていき連携させる
探索順：ABAB…，BABA…(図 17 より)
（図 18 の場合,『ACCB』もしくは『CBAC』の繰り返しとなる）

方針 2

・盤面 A と盤面 B の間に盤面 C を n 回探索する
探索順：AC^nBC^nAC^nBC^n……（図 18 より）

方針 3

・片方の盤面を解けるところまで解いていき連携させる
探索順：AA…ABB…BAA…，BB…BAA…ABB…(図 17 より)
（図 18 の場合,『ACAC…AC CBCB…CB』もしくは『CBCB…CB ACAC…AC』の繰り返しとなる）

図 17 では，盤面 A や盤面 B は (1, 1) から (9, 9) までを 1 回ずつ探索して「一周した」と見なす．尚,『AA』は『盤面 A を二周した』,『BBA』は『盤面 B を二周した後に盤面 A を一周した』という意味である．また，図 18 では，盤面 A は (7, 7) から (9, 9) を除く (1, 1) から (9, 9) までを 1 回ずつ探索して「一周した」と見なし，盤面 B は (1, 1) から (3, 3) を除く (1, 1) から (9, 9) までを 1 回ずつ探索して「一周した」と見なす．ちなみに，盤面 C は盤面 A の (7, 7) から (9, 9)，及び盤面 B の (1, 1) から (3, 3) であるが，盤面 A や盤面 B とは独立した盤面となる．

先ず，両方の盤面を交互に読み込んでいき，数字を少しずつ確定しようとする方法が方針 1 である．この方法を『交互法』と呼ぶこととする．

次に，部分的に重なった数独では重なった部分が重要である．故に，重なった部分を重要視し，この部分の探索を多くさせて数字を確定しようとする方法が方針 2 である．この方法を『重なり部分重視法』と呼ぶこととする（表では ”重視法 ”と表現することとする）．ただ，この方法のみ

盤面Cは独立した考え方をもつので，盤面Aや盤面Bでは単独候補マス法や割込みの処理を行うが，盤面Cの探索時はこれらの処理は行わないこととする．

最後に，9× 9のマスの数独のように，片方の盤面を解けるところまで解いていく．ただ，部分的に重なっている数独では片方の盤面だけの情報で全ての数字が確定できない（できるものもある）ため，片方の盤面の探索で確定できる数字がなければもう片方の盤面へ探索を切り替えるのが方針3である．この方法を『片側法』と呼ぶこととする．

盤面の切り替え

盤面の切り替えとは，(1, 1)〜(9, 9) の探索が終えた時，どの時点でもう片方の盤面を読み込むかである．読み込んでいる盤面が盤面Aから盤面Bに，もしくは盤面Bから盤面Aになった時のことを「盤面の切り替え」ということとする．

交互法の場合，切り替えは (9, 9) の次に必ず行う．しかし，片側法の場合は (1, 1)〜(9, 9) の探索で確定する数字がなかった時，盤面の切り替えを行うことになる．

連携

盤面Aと盤面Bの重なっている部分について，情報を共有することを「連携」ということとする．尚，連携する際に探索回数には変化しないものとする．

例えば，盤面Aの読み込みで (7, 7) のマスの数字が確定した際，盤面Bの (1, 1) のマスに盤面Aの (7, 7) のマスの数字を当てはめる．また，ペンシルマークも同様に，候補数字が盤面Aか盤面Bにしか存在しない時，その候補数字は両方の盤面から削除する．尚，連携の処理において，探索回数に変化は生じない．

4.4.2 具体例

例えば，図20のような2つの2× 2の数独の一部が重なったものの探索を考える．但し，この数独では重なりは1つのマスのみであり，また1つの数独に1〜4の数字が全て当てはまると完成する．尚，ここでの解き方は§ 3.1でも紹介した単独候補数字法のみを使用する．単独候補マス法を使用しないのはブロックが1つしかないからである（図20の場合,「ある候補数字nが1つのマスにしか存在しない」ということがないため）．

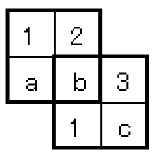

図 20: 2× 2の数独

§ 4.4.1の切り替えのタイミングにより，図20の探索を纏めたのが表1である．

表1より，探索を開始する盤面が盤面Aからの場合，交互法で解くのか，片側法で解くのかによって探索する順番が変わっている．2× 2の数独のため探索回数にほとんど影響がないが，図20の部分的に重なっている”b”が決定されることにより盤面Aの”a”の数字が確定できる．つまり，”b”を確定しなければaは確定できないのである．

表 1: 2× 2（図 20）の数独の探索

	解き方	
開始位置	交互法	片側法
盤面A	abca	abac
盤面B	bca	bca

次に，探索を開始するのを盤面 B から試みた．解き方の順番によって，交互法で解いた場合も，片側法で解いた場合も，注目するマスの順番に影響はないが，盤面 A から始めた場合と探索回数の結果や注目しているマスの順序が異なるのは明らかである．つまり，盤面 B では盤面 A から探索する場合と違う結果が得られ，探索回数が異なると考えられる．よって，開始位置が盤面 A でない場合も考慮に入れる必要がある．図 20 の場合は盤面 B から探索した方が能率が良いと言える．尚，実際用いる数独の結果は図 20 の結果は表 1 のように記載はせず，表 2 と表 3 のように記載を行う．

例えば，図 20 の 2× 2 の数独の読み込みを盤面 A から開始し，交互法で解いたとき，注目するマスが a, b, c, a であることは表 1 で示した．これは，盤面 A で a, b を注目し，盤面 B で c を注目する．しかしながら，まだ完成がしていないので，もう一度盤面 A で a を注目し完成した．故に，盤面 A では注目したマスが 3 つ，盤面 B では注目したマスが 1 つとなることから盤面 A では『3』，盤面 B では『1』という数字が入る．

また，どれだけその盤面を読み込んでいるのかが分かるようにループ数を設けることにした．

表 2: 2× 2（図 20）の数独の実行結果（盤面 A から開始）

	交互法				片側法			
	A	B	ループ		A	B	ループ	
2×2の数独	3	1	2	1	3	1	2	1

表 3: 2× 2（図 20）の数独の実行結果（盤面 B から開始）

	交互法				片側法			
	A	B	ループ		A	B	ループ	
2×2の数独	1	2	1	1	1	2	1	1

5　探索回数・評価の決め方

5.1　プログラム上での計測方法

数独では，単独候補数字と単独候補マスを良く利用することから，本研究ではこれら 2 種類の解き方を使用することとする．土出智也さん [2] の論文より，数独が 1 つの場合はこの 2 種類の解き方で約 56 %（1639 問中 917 問）の問題が解ける．故に，この 2 種類の解き方だけでも充分に解くことは可能である．

人間が数独を解くのにかかる時間があるように，プログラムにも数独を解くのにかかった時間を定義することにする．本研究では，別々の問題の難易度を比較するのではなく，1 つの問題における時間の差を比較する．故に，空きマス数や候補数字の個数には着目せずに，単にマスに注目した回数で時間を決定する．この注目した回数のことを探索回数と呼ぶこととする．

例えば，9×9 の数独が 1 つの場合において，1 マスしか空きがないものと 2 マス空きがあるものではどちらも簡単に思える．しかし，2 マス空きがある方は 1 マスしか空きがないものと比べて数字を探す時間は増えるのは明らかである（探索回数は 1 マスにつき 1 加算するからである．）故に，1 マスしか空きがないものは探索回数が 1 回．2 マス空きがあるものは探索回数が 2 回となる．よって，2 マス空きがある方が 1 マスしか空きがないものと比べて時間がかかったと言える．

具体的には，確定されている数字の個数が 31 個の時，まだ確定されていないマスは 50 個である．従って，この盤面の状態で 1 周した時の探索回数は 50 回である．但し，この 50 回の中に数字が確定されたマスがある時, § 5.2.1 で紹介を行う例外処理や単独候補マス法によって探索が終えた箇所の数字を確定するために再度探索をすると，1 周の探索回数が 50 回より大きくなることがある．

実際に比較を行うのは同じ部分的に重なった数独を扱い，盤面の切り替えの仕方による探索回数を比較する．数独の難易度を調べるものではないので，参考文献 [2] のような異なる数独同士の比較は行わない．

5.2　探索の仕方

プログラムでは，左から右に，上から下にかけて探索を行う．この探索ではそのマスのみ注目を行うため，単独候補数字法を用いる．注目しているマスが確定した時，例外処理として単独候補マス法と割込処理を行う．

5.2.1　例外処理

プログラムでの探索中に数字が確定した時，確定した数字の行（もしくは列，ブロック）にある確定された数字が 8 つであるならば，残り 1 つの数字を確定させる．この処理を割込と呼ぶこととする．この割込処理で確定された行（もしくは列，ブロック）にある確定された数字が 8 つになると同様の処理を行う．

例えば，図 21 で (2, 7) に注目した時，単独候補数字の処理により 6 が確定される．(2, 7) が確定されたことによって，行，列，ブロック内の候補数字の 6 を削除する（図 22）．削除したことにより，(2, 2) の候補数字が 1 つである．故に，次のマスへ注目するのではなく，(2, 2) へ注目し，数字を確定させる．尚，(2, 2) に 2 が確定したことにより，(2, 8) の候補数字が 8 のみとなり，このマスの数字も割込の処理によって確定を行う．

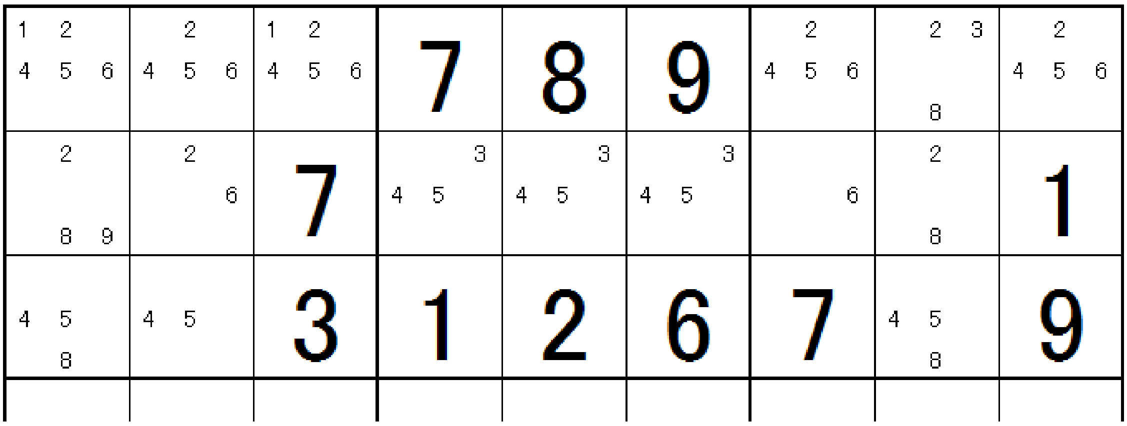

図 21: 割込処理の適用前（数字の確定時）

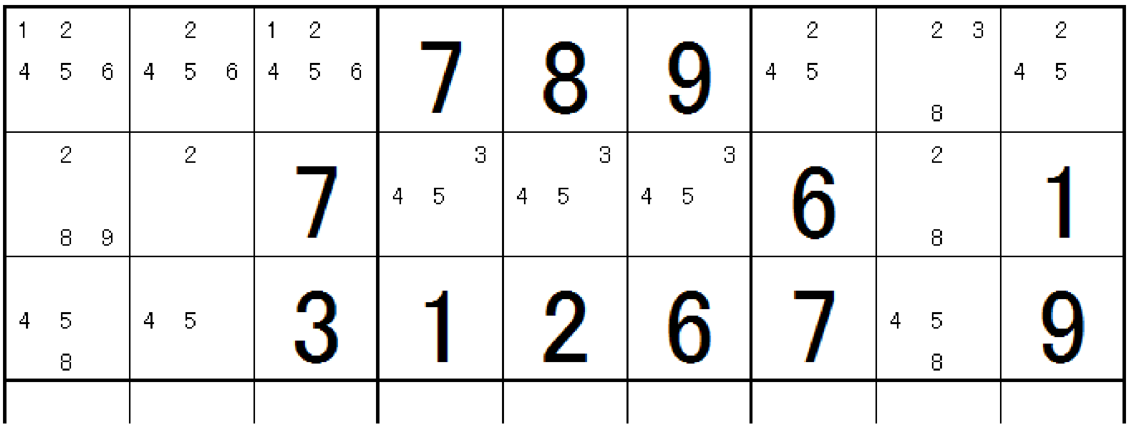

図 22: 割込処理の適用

プログラムでの探索中に数字が確定した時，確定した数字の行（もしくは列，ブロック）にあるある候補数字の個数が 1 つしかない時，その候補数字を持つマスを確定させる．この処理は§ 3.2 でも紹介を行った単独候補マスである．この単独候補マスで確定された行（もしくは列，ブロック）にあるある候補数字の個数が 1 つしかない時，同様の処理を行う（図 23）．

例えば，図 21 の割り込み処理を終えたのが図 23 であるが，(2, 7) のブロック内を見てみると (1, 8) にしか候補数字の 3 は存在しない．故に，次の割込処理が終わっても次のマスへ注目するのではなく，(1, 8) へ注目し，数字を確定させる．(2, 7) の数字を確定してから例外処理を終えたのが図 25 である．

1 4 5 6	4 5 6	1 4 5 6	7	8	9	2 4 5	2 3	2 4 5
9	2	7	3 4 5	3 4 5	3 4 5	6	8	1
4 5 8	4 5	3	1	2	6	7	4 5	9

図 23: 単独候補マスの適用前（割込処理適用後）

1 2 4 5 6	2 4 5 6	1 2 4 5 6	7	8	9	2 4 5	3	2 4 5
9	2	7	3 4 5	3 4 5	3 4 5	6	8	1
4 5 8	4 5	3	1	2	6	7	4 5	9

図 24: 単独候補マスの適用後

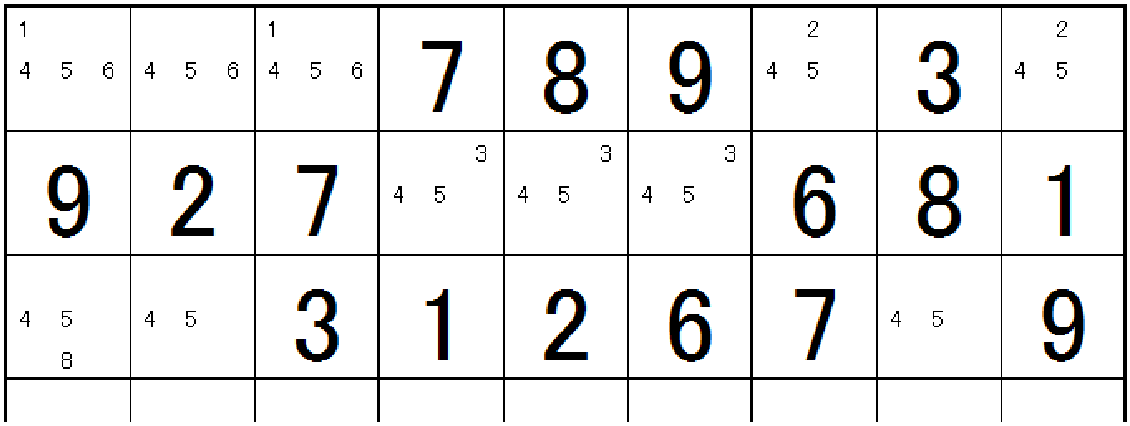

図 25: 例外処理（割込処理，単独候補マス法）の適用後

参考文献 [4] より，98%の人間はマルチタスクでの効率が 1 つ 40%程であると記載されている．つまり，ほとんどの人間は 1 つのことに集中した方が良いという意味である．故に，プログラムで効率が良くても人間が解くと効率が悪くては元も子もない．

従って，例外処理を行う上で 1 つだけ規制を設けることとする．例外処理の内，割込と単独候補マスの処理は併用して行わず，それぞれ別々に行うものとする．つまり，割込処理の影響で確定したマスへ単独候補マスを影響させたり，単独候補マスの影響で確定したマスへ割込処理は影響させないと言うことである．

引用文
Despite the numerous gadgets and apps that help us get through our days, research suggests that only 2% of people can multitask effectively. As for the remaining 98%? They're actually lessening their productivity without even realizing it.

5.3 評価方法

プログラムを実行して得た結果（探索回数）の数値はそのまま用いることとする．故に，値の大きい方が効率が悪く，小さい方が効率が良いということになる．

例えば，探索回数が交互法の場合は 300 回，片側法の場合は 500 回であるならば，これは交互法で探索を行った方が良いと言える．

どの方法で行うのが良いのかを統計し，結果を円グラフで割合を示す．

本研究では解き方の順序を図 26，及び図 27 に纏めた．図 26 では，解き始めてから 2 つの数独が完成するまでの一連の流れを示している．尚，盤面の選択とは，交互法，重なり部分重視法，片側法によって選択の仕方は異なり，選択はそれぞれの方針に従っているものとする．マス（盤面）の探索により空きマスがなく数字が全て確定されていれば探索は終了し，解答が完成する．図 26 での ” マスの探索 ” を詳しくしたものが図 27 である．解析は (1, 1) から始まり，(9, 9) で終わる．マスに注目した時に数字を確定する解き方は単独候補数字法を用いる．単独候補数字法によって数字が確定した時，割込処理，単独候補マス法の順番で数字が確定できるものがあれば数字を確定する．ただ，割込処理は割込処理で確定した数字の行，列，ブロックも同様に割込処理を行う．単独候補マス法も同様に，単独候補マス法で確定した数字の行，列，ブロックに単独候補マス法を適用する．

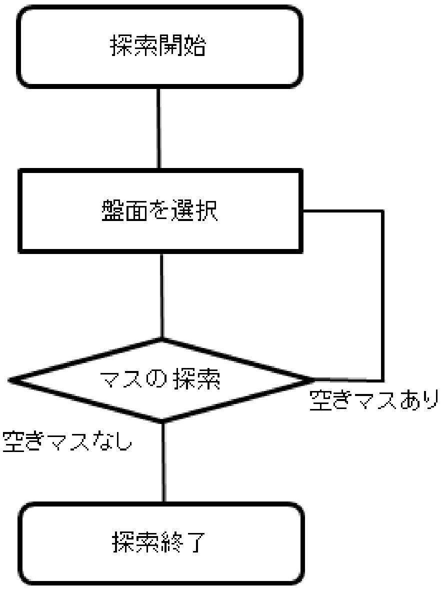

図 26: 一連の流れ

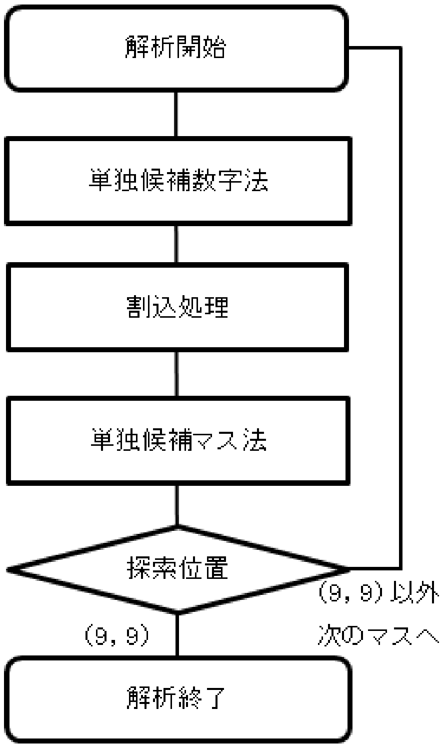

図 27: 処理内容の流れ

6　解析

交互法と片側法の比較では，探索回数の他にループ回数の計測を行った．ループは，(1, 1)～(9, 9) を読み込んで回数を+1 する．但し，既に片側の盤面（81 マス）が確定されている場合には，その盤面のループ数はそれ以降カウントを行わない．例えば，AAABBB の場合でも，ABABAB の場合でもループ数はそれぞれ盤面 A では 3 回，盤面 B でも 3 回となる．

6.1　用意した数独

部分的に重なった数独は，盤面 C が空白の 30 個の問題を無作為に用意した．尚，問題については巻末に付録として掲載する． 使用する問題の条件は以下の通りである．

・単独候補数字法と単独候補マス法を使用して問題の解答が可能
・盤面 A か盤面 B のいずれかのループ回数が 2 回以上
※ループ回数がそれぞれ 1 回の場合，比較にならないため

尚，用意した数独の問題番号は，交互法，重なり部分重視法，及び片側法の探索回数の最小値の平均値順に付けることにした．ここでは，重なり部分重視法は交互法と片側法と比較するものを指す．また，探索回数の最小値とは，探索開始位置が盤面 A か盤面 B の最小値のことを指す．

6.2　実行結果 1 - 探索順序と探索開始位置の考慮 -

予想される結果

先ず，交互法と片側法の比較では，探索回数が少なくなるのは交互法であると予想される．というのも，部分的に重なった箇所は両方の盤面を解くために重要なマスである．故に，両方の盤面を順調良く交互に解いていくことが最善な方法であると考えられる．

次に，盤面 A か盤面 B のどちらから始めるのが良いかの予想はできない．というのも，盤面 A から探索を始める場合，部分的に重なった箇所は最後の方に探索をすることとなり，他のマスへの影響は最後の方となる．また，盤面 B から始めたとしても，部分的に重なった箇所の情報は初めは少ないので，他のマスへの影響は少ないであると考えられる．

図 42 から図 71 までをそれぞれ盤面 A と盤面 B（図 17）での探索回数を別々にし，§ 4.4.1 の切り替えに従ってプログラムを実行した．それぞれ実行結果を纏めたのが表 4，及び表 5 である．尚，盤面 A と盤面 B において探索回数を別々にするのは，どのタイミングで切り替えを行うとどの程度探索回数に変化があるのかがはっきりと分かるからである．また，表 4，及び表 5 の盤面 A と盤面 B の探索回数の合計を表したものが表 6 である．ここで用いるループ数はどの程度その盤面を読み込まなければならないのか示したものであり，その中身に対しては§ 4.4.1 に従っているので，特に議論は行わない．表 4，及び表 5 をグラフ化したものが図 28，及び図 29 である．尚，縦軸は探索回数，横軸は問題番号である．

表 4: 盤面 A から探索を開始した探索回数

	交互法				片側法			
	A	B	ループ		A	B	ループ	
問題1	57	44	2	1	63	40	2	1
問題2	57	53	2	1	65	49	2	1
問題3	77	56	2	1	80	52	2	1
問題4	88	69	3	2	94	43	3	1
問題5	81	97	4	4	103	73	4	3
問題6	144	85	5	4	166	74	6	4
問題7	121	89	3	3	147	53	4	2
問題8	144	96	4	3	115	99	3	3
問題9	145	81	4	2	182	51	5	1
問題10	143	92	5	3	180	83	6	3
問題11	100	129	4	4	129	85	4	3
問題12	155	105	5	3	225	93	7	3
問題13	115	130	5	4	122	97	5	3
問題14	166	83	5	4	203	63	6	2
問題15	200	121	6	4	156	133	5	4
問題16	202	67	6	2	301	53	9	1
問題17	105	205	6	6	110	116	6	4
問題18	155	147	5	4	196	67	6	2
問題19	127	186	6	6	138	143	6	5
問題20	133	167	5	5	182	243	7	8
問題21	150	182	5	5	169	85	6	3
問題22	234	118	7	4	326	124	9	4
問題23	147	191	6	6	185	143	7	5
問題24	255	138	7	4	260	132	7	4
問題25	228	125	6	4	182	158	5	5
問題26	170	268	8	8	185	141	6	5
問題27	210	211	8	7	220	128	8	5
問題28	195	236	8	8	296	147	8	6
問題29	205	367	9	9	206	165	6	5
問題30	369	356	11	10	440	108	13	4

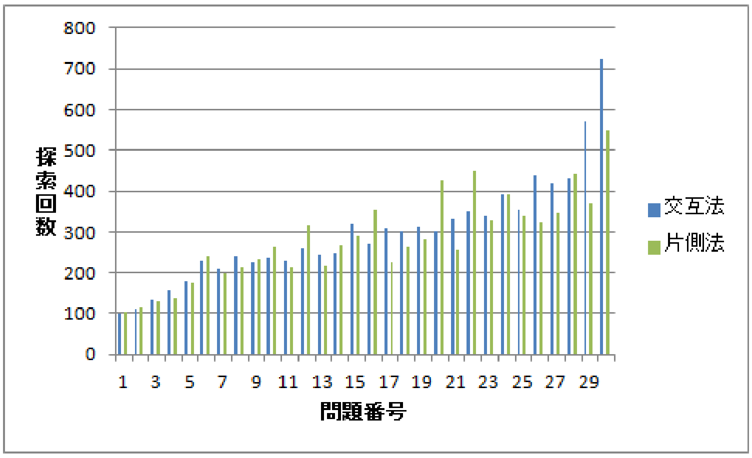

図 28: 盤面 A から探索を開始した探索回数のグラフ化

表 5: 盤面 B から探索を開始した探索回数

	交互法				片側法			
	A	B	ループ		A	B	ループ	
問題1	55	56	2	2	44	73	1	4
問題2	54	88	2	2	46	92	1	2
問題3	57	80	2	2	51	107	1	3
問題4	66	72	2	2	50	81	1	2
問題5	78	109	4	4	56	135	2	5
問題6	112	99	4	4	70	106	2	5
問題7	98	93	3	3	61	161	2	6
問題8	115	107	3	3	75	113	2	3
問題9	113	89	3	2	125	152	4	6
問題10	116	106	4	3	79	131	3	4
問題11	90	171	5	5	60	294	2	8
問題12	118	114	4	3	81	129	3	3
問題13	92	140	4	4	91	285	4	8
問題14	163	95	5	5	124	103	4	6
問題15	161	125	5	4	78	137	3	4
問題16	195	76	6	2	149	83	5	2
問題17	83	206	6	6	87	209	5	6
問題18	155	189	5	5	119	196	4	5
問題19	111	195	6	6	105	351	5	10
問題20	104	169	5	5	95	245	4	8
問題21	150	230	6	6	169	179	6	5
問題22	193	146	6	5	113	156	4	5
問題23	145	236	7	7	146	196	6	6
問題24	217	144	6	4	104	189	3	5
問題25	224	165	6	5	134	204	4	6
問題26	131	268	8	8	146	271	5	8
問題27	209	252	8	8	184	170	7	6
問題28	195	285	9	9	211	286	6	9
問題29	163	367	9	9	164	215	5	6
問題30	329	358	10	10	316	248	10	7

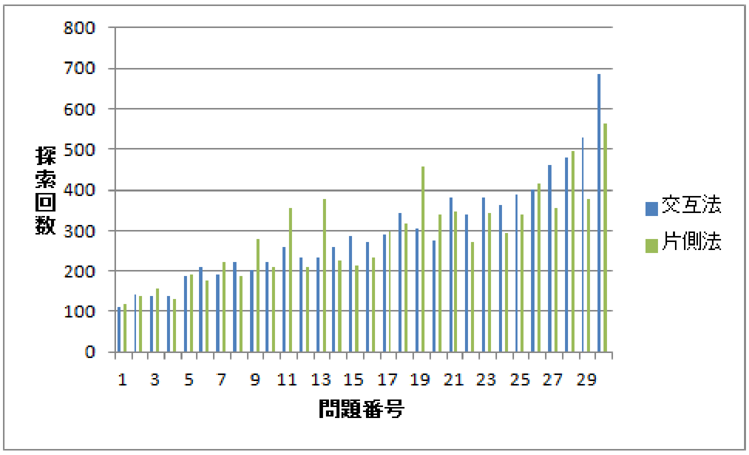

図 29: 盤面 B から探索を開始した探索回数のグラフ化

表 6: 探索回数の合計値

	盤面Aから探索		盤面Bから探索	
	交互法	片側法	交互法	片側法
問題1	101	103	111	117
問題2	110	114	142	138
問題3	133	132	137	158
問題4	157	137	138	131
問題5	178	176	187	191
問題6	229	240	211	176
問題7	210	200	191	222
問題8	240	214	222	188
問題9	226	233	202	277
問題10	235	263	222	210
問題11	229	214	261	354
問題12	260	318	232	210
問題13	245	219	232	376
問題14	249	266	258	227
問題15	321	289	286	215
問題16	269	354	271	232
問題17	310	226	289	296
問題18	302	263	344	315
問題19	313	281	306	456
問題20	300	425	273	340
問題21	332	254	380	348
問題22	352	450	339	269
問題23	338	328	381	342
問題24	393	392	361	293
問題25	353	340	389	338
問題26	438	326	399	417
問題27	421	348	461	354
問題28	431	443	480	497
問題29	572	371	530	379
問題30	725	548	687	564

探索順序の比較

表 4，及び表 5 の探索順序について比較を行う．探索回数がもう片方よりも少ない割合を示したものが図 30（盤面 A からの探索），及び図 31（盤面 B からの探索）である．

探索回数がもう片方よりも少なかったのは，探索開始位置が盤面 A の場合，図 30 より片側法は 19 個（63.3 %の割合），交互法は 11 個（36.7 %の割合）だった．また，同様に盤面 B の場合では，図 31 より片側法は 18 個（60.0 %の割合），交互法は 12 個（40.0 %の割合）だった．

以上より，探索順序においては交互法ではなく，片側法が高い割合で探索回数が少ない．

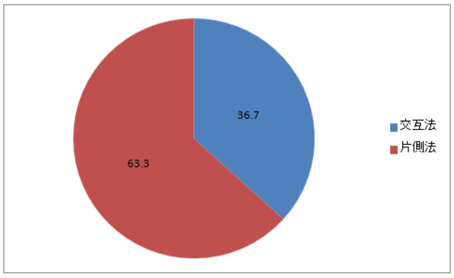

図 30: 探索順序の比較（探索開始位置：盤面 A）

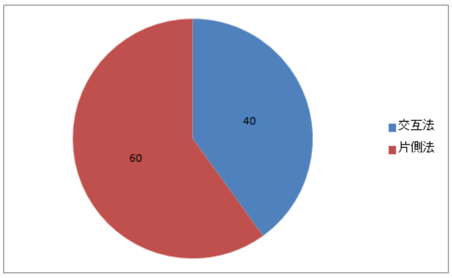

図 31: 探索順序の比較（探索開始位置：盤面 B）

探索開始位置の比較

表 4，及び表 5 の探索開始位置について比較を行う．探索回数がもう片方よりも少ない割合を示したものが図 32，及び図 33 である．尚，探索開始位置では，重なった部分から探索を開始するのか，重なっていない部分から開始するかの違いである．

探索回数がもう片方よりも少なかったのは，探索方法が交互法の場合，図 32 より探索を盤面 A から始めると 13 個（43.3 %の割合），盤面 B から始めると 17 個（56.7 %の割合）だった．また，同様に片側法の場合では，図 33 より探索を盤面 A から始めると 18 個（60.0 %の割合），盤面 B から始めると 12 個（40.0 %の割合）だった．

以上より，探索開始位置においては盤面 A，もしくは盤面 B のどちらから始めると高い割合で探索回数が少ないとは言い切れない．

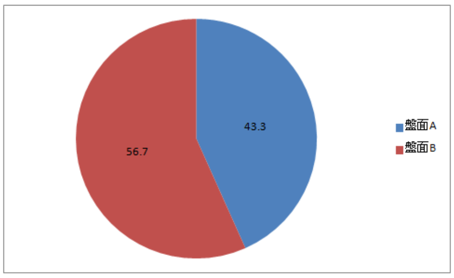

図 32: 探索開始位置の比較（探索方法：交互法）

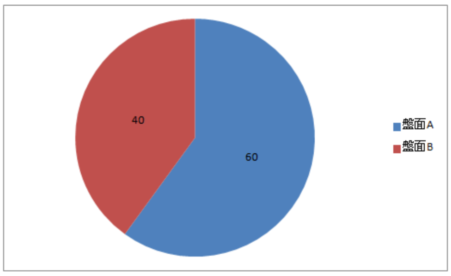

図 33: 探索開始位置の比較（探索方法：片側法）

6.3 実行結果 2 - 部分的に重なった箇所を考慮 -

予想される結果

重なり部分重視法の盤面 C を読み込む回数について,「多くもなく少なくもなく」が良いと予想される．というのも，少なければ盤面 A と盤面 B の数字を確定するための情報が不十分なまま探索され，多ければ無駄な探索が増えてしまう．故に，回数の予想はできないが，適度な探索が必要であると予想される．

§ 6.2 と同様に，図 42 から図 71 までをそれぞれ盤面 A と盤面 B に加え，盤面 C（図 18）での探索回数を別々にし, § 4.4.1 の切り替えに従ってプログラムを実行した．盤面 C の読み込む回数を 1 回，2 回，3 回として探索を行い，実行結果を纏めたものが表 7，表 8，表 9 であり，探索回数を合計して纏めたものが表 10 である．

また，それぞれの盤面 C を読み込む数（1〜3 回）の探索回数の最小値（探索開始位置が盤面 A，盤面 B のどちらが最小値だったのか）を採用し，どの読み込む回数（1〜3 回）が探索回数の最小値となるのかの比較を行う．盤面 C を読み込む数において，探索回数の最小値の問題数が最も多かったものを交互法，及び片側法と比較を行う．ここで，読み込む回数を 1〜3 回のいずれかに決めるのは，人間が問題を解く際に，問題を見ただけではどれだけの探索を行えば良いのか判断できないからである．尚，ここでは盤面 C をどのように考慮するかの議題となるので，どの盤面から探索を開始するかの議論は行わない．

盤面 C を考慮した探索方法

表 10 の盤面 C を読み込む回数について比較を行う．探索回数が他の読み込む回数よりも少ない割合を示したものが図 34 である．

探索回数が他の読みこむ回数よりも少なかったのは，図 34 より，盤面 C の読み込む回数が 1 回の場合は 20 個（66.7 %の割合），2 回の場合は 9 個（30.0 %の割合），3 回の場合は 1 個（3.3 %の割合）だった．以上より，盤面 C の読み込みを行う回数については，何回も行うより 1 回だけ行う方が探索回数が少なくなる可能性が少ないと言える．

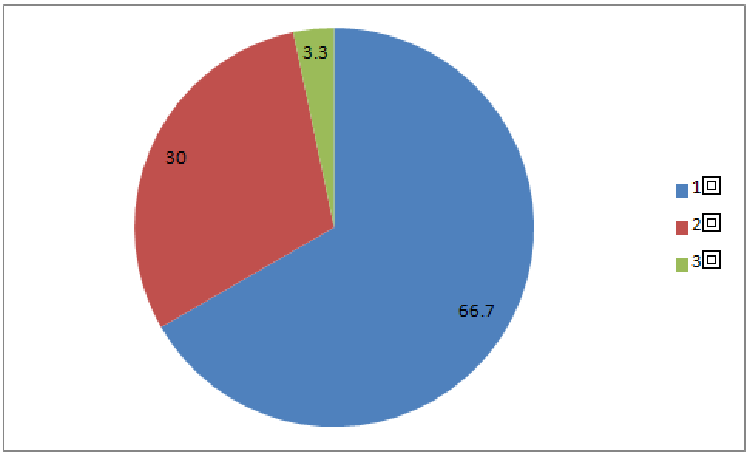

図 34: 重なり部分重視法の回数の比較

表 7: 重なり部分重視法の探索回数（盤面 C を読み込む回数 : 1 回）

	ACBC			BCAC		
	A	B	C	A	B	C
問題1	49	47	11	47	48	13
問題2	53	52	6	53	79	13
問題3	71	73	10	55	74	8
問題4	67	62	15	59	65	14
問題5	74	100	13	72	120	15
問題6	106	73	23	84	83	19
問題7	106	79	23	91	99	22
問題8	135	94	14	109	98	14
問題9	131	74	23	104	88	23
問題10	130	93	22	107	109	22
問題11	89	121	22	81	157	25
問題12	141	99	20	115	106	23
問題13	102	129	24	99	153	28
問題14	146	73	29	146	79	32
問題15	161	103	35	129	105	30
問題16	188	65	20	187	67	16
問題17	83	188	37	69	188	30
問題18	138	140	28	138	174	33
問題19	102	179	20	101	220	26
問題20	104	153	34	104	173	40
問題21	129	180	40	129	219	49
問題22	184	132	23	182	137	23
問題23	117	181	27	116	222	31
問題24	240	129	26	206	130	24
問題25	214	150	26	213	151	26
問題26	145	246	48	115	246	39
問題27	168	186	60	168	220	66
問題28	182	256	53	182	297	61
問題29	167	336	70	134	336	61
問題30	303	315	82	269	315	78

表 8: 重なり部分重視法の探索回数（盤面 C を読み込む回数：2 回）

	ACCBCC			BCCACC		
	A	B	C	A	B	C
問題1	49	42	12	47	48	18
問題2	53	52	10	53	79	22
問題3	70	73	16	55	74	14
問題4	67	62	25	59	63	23
問題5	72	100	22	72	100	22
問題6	106	71	41	84	82	35
問題7	95	76	32	90	79	30
問題8	109	94	20	109	96	24
問題9	104	74	33	104	74	33
問題10	107	93	31	107	93	31
問題11	81	121	32	81	157	40
問題12	115	98	28	111	99	31
問題13	102	127	40	99	151	48
問題14	146	71	54	146	77	59
問題15	143	98	57	111	100	47
問題16	188	64	30	187	65	27
問題17	83	188	70	69	188	56
問題18	138	138	49	138	172	59
問題19	101	179	35	88	181	37
問題20	104	152	62	104	172	74
問題21	129	163	68	129	202	86
問題22	184	124	33	150	133	31
問題23	116	181	46	116	219	52
問題24	240	129	46	206	129	42
問題25	213	116	34	174	150	34
問題26	143	246	88	113	246	70
問題27	168	183	113	168	217	125
問題28	166	215	82	166	256	98
問題29	167	336	131	134	336	113
問題30	268	247	127	268	281	139

表 9: 重なり部分重視法の探索回数（盤面 C を読み込む回数：3 回）

	ACCCBCCC			BCCCACCC		
	A	B	C	A	B	C
問題1	49	42	14	47	48	23
問題2	53	52	14	53	79	31
問題3	70	73	20	55	74	20
問題4	67	62	35	59	62	31
問題5	72	100	29	72	100	29
問題6	106	71	58	84	82	50
問題7	95	76	43	90	79	40
問題8	109	94	26	109	96	32
問題9	104	74	42	104	74	42
問題10	107	93	40	107	93	40
問題11	81	121	43	81	157	55
問題12	111	98	35	111	98	41
問題13	102	127	56	99	151	68
問題14	146	71	78	146	77	85
問題15	143	98	81	111	100	66
問題16	187	64	39	187	64	36
問題17	83	188	103	69	188	82
問題18	138	138	69	138	172	84
問題19	101	179	49	88	181	52
問題20	104	152	89	104	172	107
問題21	129	163	96	129	202	123
問題22	184	124	41	150	133	41
問題23	116	181	64	116	219	73
問題24	240	129	66	206	129	60
問題25	174	116	42	174	116	42
問題26	143	214	127	113	214	100
問題27	168	183	166	168	217	184
問題28	166	215	118	166	256	142
問題29	167	336	192	134	336	165
問題30	268	281	203	268	247	185

表 10: 重なり部分重視法の探索回数の合計値

	AC,BC	BC,AC	ACC,BCC	BCC,ACC	ACCC,BCCC	BCCC,ACCC
問題1	107	108	103	113	105	118
問題2	111	145	115	154	119	163
問題3	154	137	159	143	163	149
問題4	144	138	154	145	164	152
問題5	187	207	194	194	201	201
問題6	202	186	218	201	235	216
問題7	208	212	203	199	214	209
問題8	243	221	223	229	229	237
問題9	228	215	211	211	220	220
問題10	245	238	231	231	240	240
問題11	232	263	234	278	245	293
問題12	260	244	241	241	244	250
問題13	255	280	269	298	285	318
問題14	248	257	271	282	295	308
問題15	299	264	298	258	322	277
問題16	273	270	282	279	290	287
問題17	308	287	341	313	374	339
問題18	306	345	325	369	345	394
問題19	301	347	315	306	329	321
問題20	291	317	318	350	345	383
問題21	349	397	360	417	388	454
問題22	339	342	341	314	349	324
問題23	325	369	343	387	361	408
問題24	395	360	415	377	435	395
問題25	390	390	363	358	332	332
問題26	439	400	477	429	484	427
問題27	414	454	464	510	517	569
問題28	491	540	463	520	499	564
問題29	573	531	634	583	695	635
問題30	700	662	642	688	752	700

表 10 をグラフ化（各問題は最小値を採用している）したものが図 35 である．この図 35 を更に細かく分けたものが図 36，図 37，図 38 である（表 7，表 8，表 9 より，それぞれの盤面における探索回数の比較を行ったグラフ）．図 36，図 37 より盤面 A 及び盤面 B では探索回数に差があまり生じていないが，図 38 より盤面 C ではそれぞれの探索回数に有意な差が見られる．また，盤面が完成するまでに探索回数の少ない問題では盤面 C を読み込むそれぞれの回数に差があまり生じないが，探索回数が多くなるほど盤面 C の読み込み回数が 3 回の時は 2 回の時よりも，2 回の時は 1 回の時よりも多くなっていることが分かる．このことから，この盤面 C を読み込む回数が多くなればなるほど盤面 C の探索回数が多くなる．結果的に，全ての盤面を完成させるまでの探索回数の合計が多くなることが分かる．

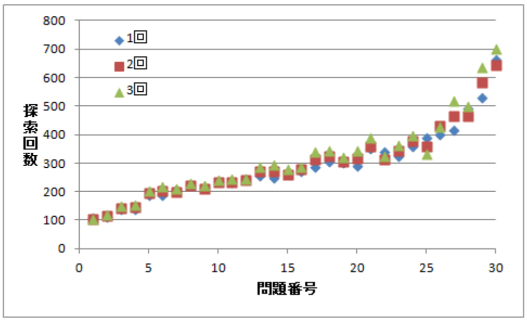

図 35: 重なり部分重視法同士（1 回，2 回，3 回）の比較

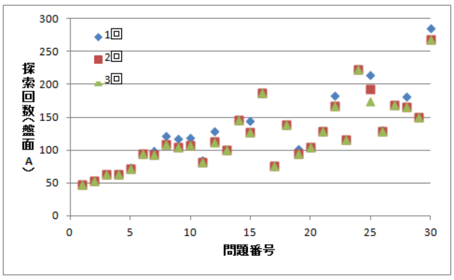

図 36: 重なり部分重視法の盤面 A の比較

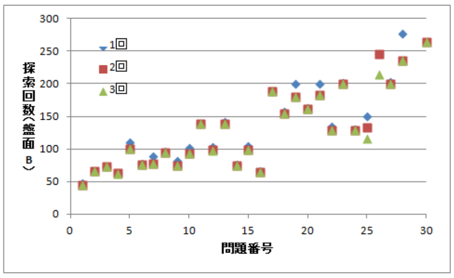

図 37: 重なり部分重視法の盤面 B の比較

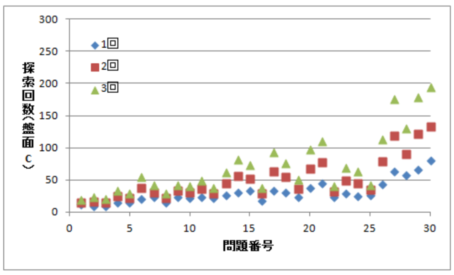

図 38: 重なり部分重視法の盤面 C の比較

6.4 結論

盤面 C を考慮した場合（重なり部分重視法）と考慮しない場合（交互法，片側法）の比較を行う．どの盤面から開始するか問わない時，それぞれ探索方法の探索回数の最小値を表 11 へ纏めた．また，表 11 をグラフ化したものが図 39 であり，他の探索の仕方よりも少ない割合を示したものが図 40 である．

探索回数が 3 方針の中で最も少なかったのは，図 40 より，探索の仕方が交互法の場合は 6 個（20.0 %の割合），重なり部分重視法の場合は 1 個（3.3 %の割合），片側法の場合は 23 個（76.7 %の割合）だった．

これらの比較により，片側法で数独を解くと探索回数が最も少なくなる可能性が高いと言える．つまり，人間が解く際に解くのにかかる時間が少ないと言える．

表 11: 交互法，重なり部分重視法，片側法の探索回数の最小値

	交互法	重視法	片側法
問題1	101	107	103
問題2	110	111	114
問題3	133	137	132
問題4	138	138	131
問題5	178	187	176
問題6	211	186	176
問題7	191	208	200
問題8	222	221	188
問題9	202	215	233
問題10	222	238	210
問題11	229	232	214
問題12	232	244	210
問題13	232	255	219
問題14	249	248	227
問題15	286	264	215
問題16	269	270	232
問題17	289	287	226
問題18	302	306	263
問題19	306	301	281
問題20	273	291	340
問題21	332	349	254
問題22	339	342	269
問題23	338	325	328
問題24	361	360	293
問題25	353	390	338
問題26	399	400	326
問題27	421	414	348
問題28	431	491	443
問題29	530	531	371
問題30	687	662	564

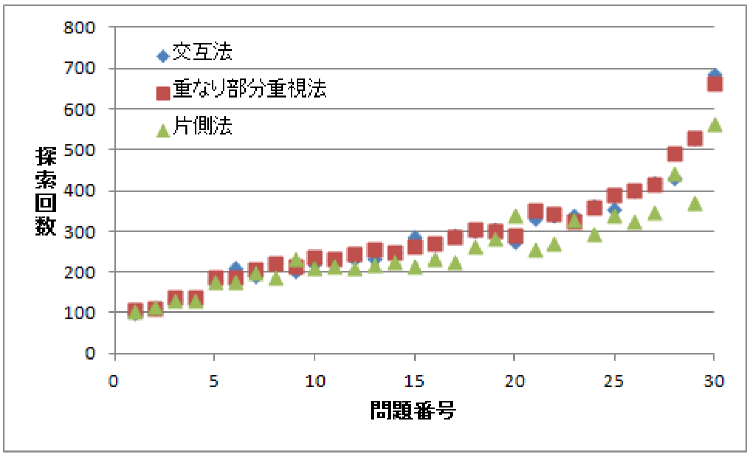

図 39: 3 方針の探索回数

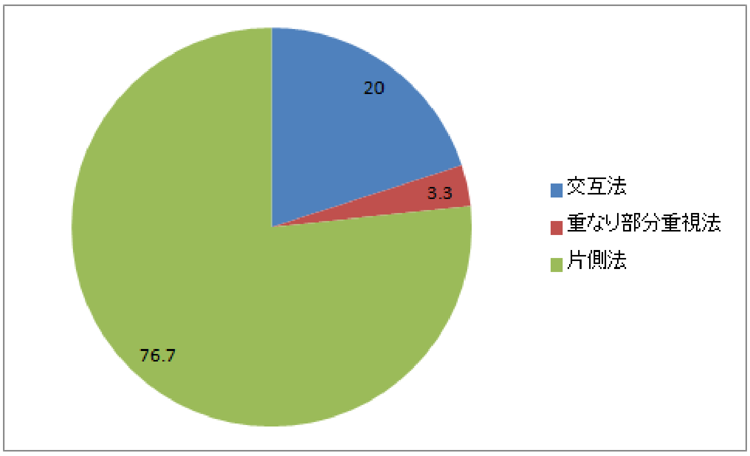

図 40: 3 方針の比較

7　まとめ

7.1　本研究について

本研究では，部分的に重なった数独をどのように解くと時間（探索回数）にどれくらいの変化が現れるのかを検証した．探索回数は単にマスに注目した回数を用いることとし，3 種類の方針を考案した．

3 種類の方針

方針 1：交互法（2 つの盤面を交互に探索する方法）
方針 2：重なり部分重視法（盤面 C を n 回探索する方法）
方針 3：片側法（片方の盤面を解けるところまで解いていく方法）

問題は無作為に 30 問を用意し，プログラムを独自に開発して自動で解かせることにより比較をした．この 30 問における難易度は 3 方針の探索回数を平均値順にして決めた（探索回数の平均値が少ない問題に 1 を付け，順に 30 まで）．この検証により，3 方針の中では片側法，つまり片方の盤面に注目して解きあげる方法が能率が良いと言える．

7.2　考察

先ず，重なり部分重視法の場合，図 34 より盤面 C を読み込む回数が増えるごとに探索回数が多くなる可能性が高いと言える．つまり，盤面 C を集中的に探索することは非効率であると言える（表 7，表 8，表 9 の盤面 C の探索回数を参照）．

次に，推測となってしまうが，探索方法が交互法の場合，交互に行うと全体のマスを短時間で見れるかもしれないが，確定できるマスが見落としがちになるのではないかと考えられる．部分的に重なった数独では，部分的に重なった部分が双方の解く手助けとなり，中には両方の盤面から数字の情報を得ることで解くことができるものもある．そのため，終盤辺りで確定できるマスがあるにも関わらず，次の盤面へ切り替わって次の盤面への情報がその分少なくなったのではないのかと考えられる．重なり部分重視法でも同様に，盤面 C の読み込む回数を増やしたとしても，盤面 C の探索回数が増えるだけで盤面 A 及び盤面 B の探索回数がほとんど変わらないのは表 7，表 8，表 9 から分かる．故に，盤面 C を集中的に探索しても全体への影響は少ない．盤面 C の数字を確定するには，盤面 A，もしくは盤面 B の数字を確定させる必要があると考えられる．故に，このことから片側法，つまり片方の盤面に注目して解きあげる方法が能率が良かったと結論できる．

最後に，それぞれの比較について図 39 より，易しい（探索回数が少ない）問題は 3 方針で探索回数に差があまり生じなかったが，難しい問題になるほど有意な差が見られた．尚，難しい問題の上位 10 問では，1 問が交互法，もう 1 問が重なり部分重視法が優れていたが，他の 8 問は片側法が優れていた．片側法はこの 10 問では，交互法より平均 15.1 %（65.7 回）探索回数が少なかった．よって，このタイプの数独では，3 方針の中で片側法が優れている．

7.3　展望

本研究では 2 つの異なる数独の一部分が重なった問題（以下,「2 面数独」と表現する）を扱った．では，3 つの異なる数独の一部分が重なった問題（以下,「3 面数独」と表現する）はどうだろうか？

3 面数独の場合，2 面数独の盤面 B の右上，左下，右下のいずれかに 3 つ目の数独が部分的に重なることになる．右下に重なった者が図 41 である（盤面は盤面 X，盤面 Y，盤面 Z と表記）.（盤面 Y の右上もしくは左下に 3 つ目の数独（盤面 Z）があっても，盤面 X と盤面 Z の間に盤面 Y があるということに変わりはないので，盤面 Z がどの位置にあっても問題はないと考えられる.）

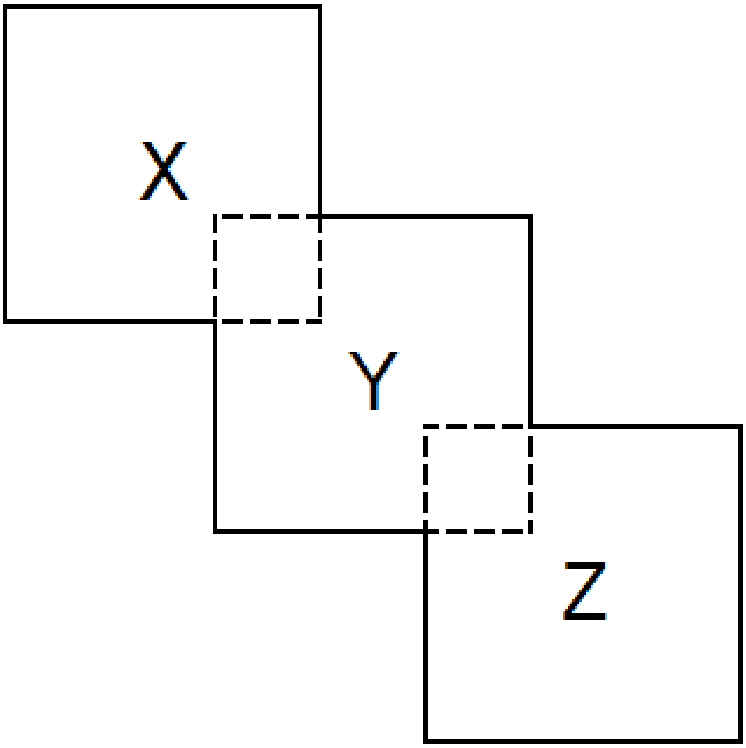

図 41: 3 面数独の盤面の位置

3 面数独の特徴として，解き始める前の盤面 Y に確定されている数字は極端に少ないことである．つまり，盤面 X や盤面 Z から先に解いた方が良いと考えられる．ただ，部分的に重なった数独の特徴を忘れてはならない. § 4.2 でも述べたが，その盤面だけを見ても完成しないことが多い. つまり，盤面 Y も盤面 X と盤面 Z を解くための重要な部分と言うことである．

では，3 面数独の最も能率の良い解き方とは何か．2 面数独の場合は片側法が良かった．盤面 X と盤面 Z はこの方法で良いのかもしれない．しかし，この方法では，解き始める前に確定されている数字の個数が少ない盤面 Y は探索に時間がかかってしまうと推測できる．故に，盤面 Y については片側法は不向きであると考えられる．これらの推測により，盤面 X と盤面 Z では片側法の考えを，盤面 Y では交互法の考えを用いると能率が良くなると考えられる．

参考文献

[1] Wei-Meng Lee, Programming Sudoku（2006）

[2] 土出 智也, 数独パズルの難易度判定 - 解法ロジックを用いた数値化の提案 -（2011）

[3] ICHIHA, （2011）
URL:http://stumblab.com/wp-content/uploads/Samurai-Sudoku.png

[4] Mashable, THE PERILS OF MULTITASKING（2012）
URL:http://mashable.com/2012/08/13/multitasking-infographic/

[5] ジェイソン・ローゼンハウス　ローラ・タールマン, 青土社,
「数独」を数学する 世界中を魅了するパズルの奥深い世界（2014）

問題を利用した書籍

大創出版, 懸賞ナンプレマガジン Vol.10（2014.9）

大創出版, 懸賞ナンプレマガジン Vol.11（2014.12）

大創出版, 懸賞ナンプレマガジン DX Vol.2（2014.11）

ワークス出版, ナンプレ館 Vol.52（2014.11）

図の出典

図 14 [5]
図 16 [3]

付録

今回使用した数独の問題

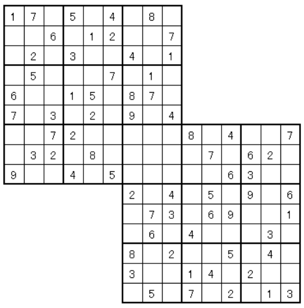

図 42: 問題 01

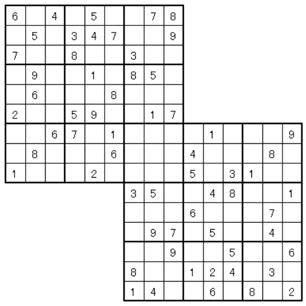

図 43: 問題 02

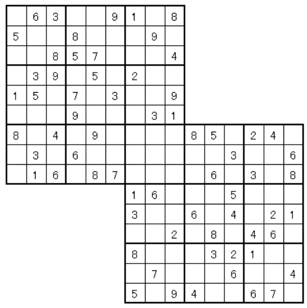

図 44: 問題 03

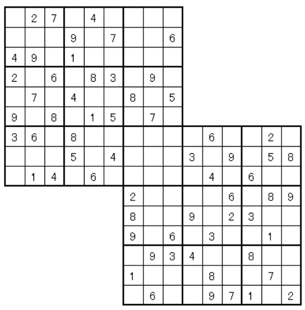

図 45: 問題 04

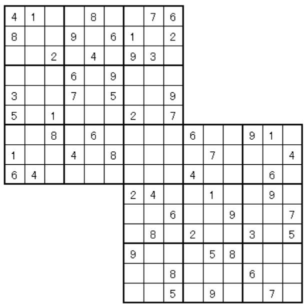

図 46: 問題 05

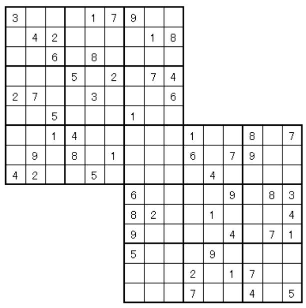

図 47: 問題 06

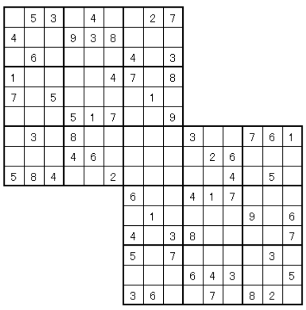

図 48: 問題 07

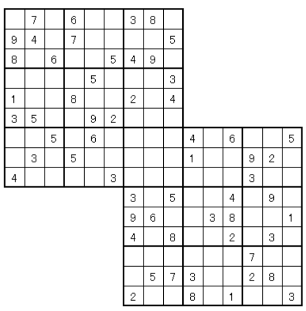

図 49: 問題 08

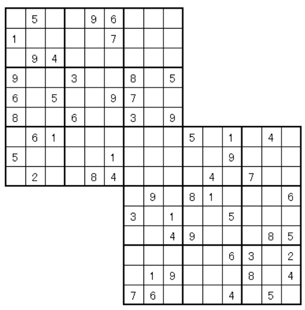

図 50: 問題 09

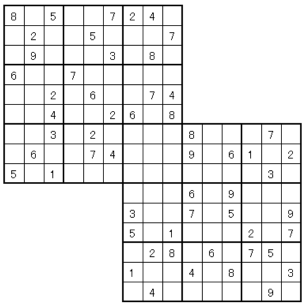

図 51: 問題 10

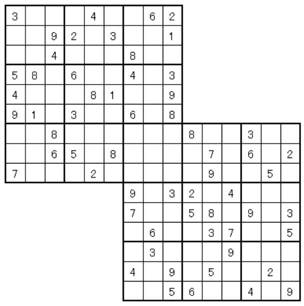

図 52: 問題 11

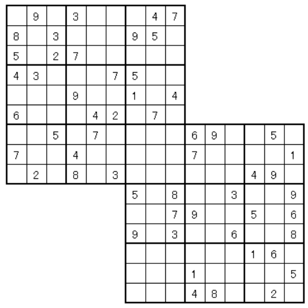

図 53: 問題 12

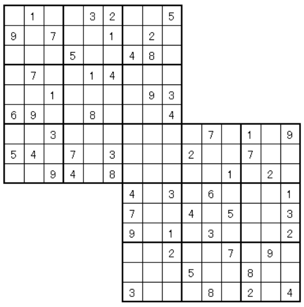

図 54: 問題 13

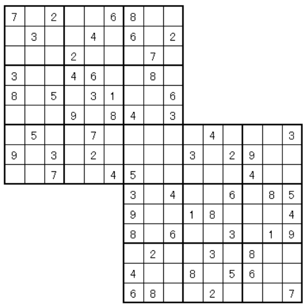

図 55: 問題 14

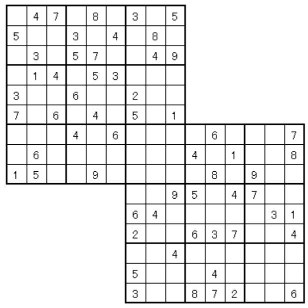

図 56: 問題 15

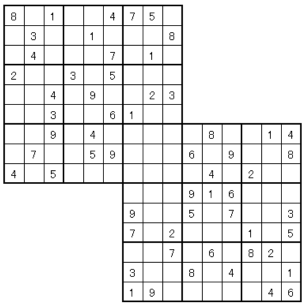

図 57: 問題 16

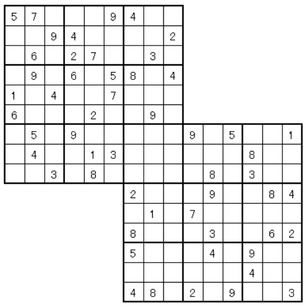

図 58: 問題 17

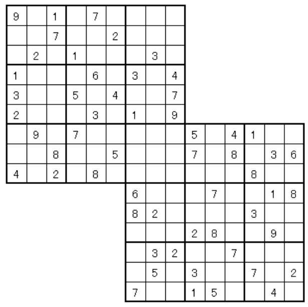

図 59: 問題 18

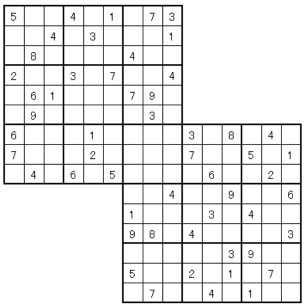

図 60: 問題 19

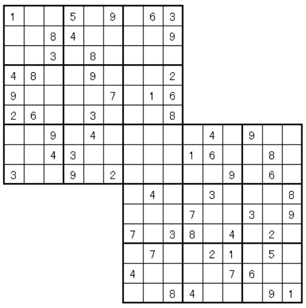

図 61: 問題 20

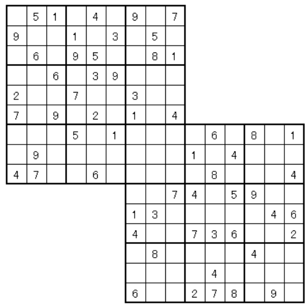

図 62: 問題 21

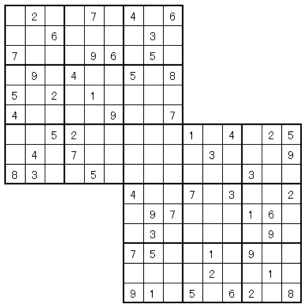

図 63: 問題 22

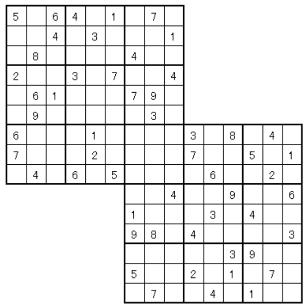

図 64: 問題 23

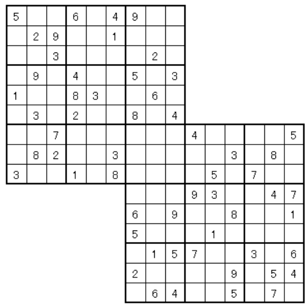

図 65: 問題 24

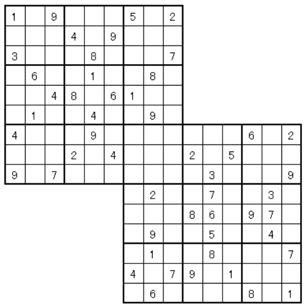

図 66: 問題 25

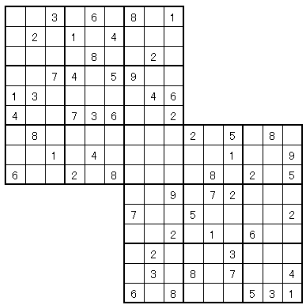

図 67: 問題 26

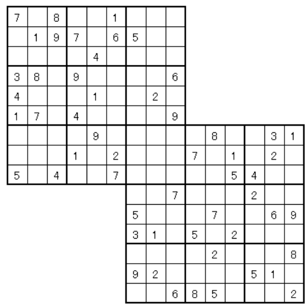

図 68: 問題 27

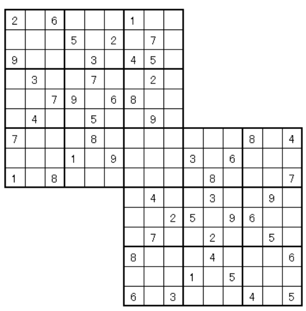

図 69: 問題 28

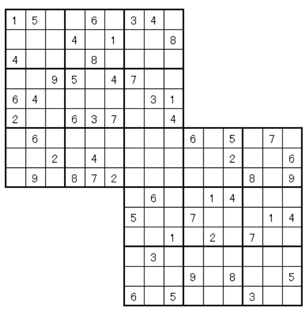

図 70: 問題 29

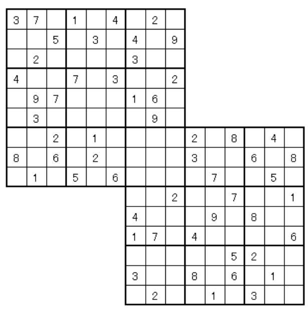

図 71: 問題 30