

スイングバイを行う惑星探査機軌道の再現

大阪工業大学 情報科学部 情報システム学科
学生番号 B12006 氏名 上杉耕玄

2016 年 2 月 9 日

目次

1	序論	3
1.1	背景	3
1.2	本研究の目的	3
1.3	本論文の構成	3
2	万有引力の法則	4
2.1	万有引力について	4
2.2	ルンゲクッタ法	5
2.3	ケプラーの法則	7
3	スイングバイ	7
3.1	加速スイングバイと減速スイングバイ	7
3.2	パイオニア 10 号について	11
4	太陽系の惑星シミュレータの作成	12
4.1	初期条件の設定	12
4.2	精度・コードチェック	13
5	パイオニア 10 号の軌道シミュレーション	15
5.1	実際の軌道との比較	15
5.1.1	1972 年 4 月 4 日 (打ち上げ 1 ヶ月後)	15
5.1.2	1972 年 9 月 4 日 (打ち上げ 6 ヶ月後)	17
5.1.3	1973 年 6 月 4 日 (最接近日の 6 ヶ月前)	19
5.2	木星に最接近した日付を比較	21
5.3	初期速度の角度をずらした場合	22
5.4	パイオニア・アノマリーについて	22
6	結論	23
A	1972 年 4 月 4 日 (打ち上げ 1 ヶ月後) の各惑星とパイオニア 10 号の位置と速度	24
B	1972 年 9 月 4 日 (打ち上げ 6 ヶ月後) の各惑星とパイオニア 10 号の位置と速度	25
C	1973 年 6 月 4 日 (最接近日の 6 ヶ月前) の各惑星とパイオニア 10 号の位置と速度	26
D	1973 年 11 月 24 日 (最接近日の 10 日前) の各惑星とパイオニア 10 号の位置と速度	27
E	1978 年 12 月 4 日 (最接近の 5 年後/アノマリー用) の各惑星とパイオニア 10 号と位置と速度	28

1 序論

1.1 背景

宇宙開発のおかげで、人類はスイングバイ航法というテクニックを手に入れた。スイングバイとは、天体の引力を用いて宇宙船や探査機の色度や軌道などを変える航法の事である。つまり、探査機がスイングバイを行う天体の引力圏に入ると、その惑星の引力によって、その探査機の軌道、飛行方向が修正されたり、加速或いは減速など速度が修正されたりすることになる。たとえば、探査機ガリレオは、木星に到着させるために金星スイングバイを1回と地球スイングバイを2回行った。また、パイオニア10号は地球外生命へ向けたメッセージを届けるため、木星でスイングバイを行い、太陽系外に脱出した。

これら一連の軌道コントロールは地上での綿密な計算の他、周到的な制御システムを通して、探査機に搭載している遠隔装置やエンジンによって実現できたのであり、単なる偶然や打ちっぱなしでは当然できない。

1.2 本研究の目的

スイングバイの対象となる惑星に最接近をする日付、及びその惑星と探査機との距離を比較した。また、初期条件の方向を僅かに内向きに傾けたとき、どうなるかなども調べた。スイングバイのための軌道コントロールにどれ程の精度を要求されるかを調べるのが本研究の目的である。

1.3 本論文の構成

本論文の構成は次のようになっている。

第2章では、本論文で使用する諸概念について、述べる。

第3章では、スイングバイについて説明する。

第4章では、本研究で作成した太陽系の惑星シミュレータについて述べる。

第5章では、パイオニア10号の軌道シミュレーションの結果について考察を交えつつ述べる。

最後に、第6章では、本論文の結論を述べる。

なお、付録として各惑星とパイオニア10号の初期位置と初期速度を加えた。

2 万有引力の法則

本章では、本研究で必要な概念、万有引力についての説明や、実際に解いた式などについての述べる。

2.1 万有引力について

万有引力とは、地上において物体が地球に引き寄せられるだけでなく、この宇宙においてはどこでも全ての質点は互いに重力を及ぼし合っている考え方、概念、法則のことである。また、万有引力の法則は、ケプラーの法則（後述）に、運動方程式を適用することで、成立する。これは、2つの物体の間には、物体の質量に比例し、2物体間の距離の2乗に反比例する引力が作用すると見なす法則である。力そのものは、瞬時すなわち無限大の速度で伝わると考える。また質量 M の物体から受ける万有引力で、質量 m の物体の運動を考えると、以下の式になる

$$m \frac{d^2 r_i}{dt^2} = -G \frac{Mm}{r^2} \quad (1)$$

G は万有引力定数、 r は重心間の距離である。なお、式 (1) は二体問題の式であり、本研究は N 体問題を扱う。

本研究では、惑星の個数と惑星探査機の分を足し合わせる必要があるので、 n 個の星があるとき i 番目の星（質量 m_i ）の運動方程式は、

$$m_i \frac{d^2 r}{dt^2} = - \sum_{j=1}^n G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^2} \quad (2)$$

となる。ここで、 r_{ij} は i 番と j 番の惑星（探査機）の距離である、ただし $i \neq j, i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ である。また、運動方程式は、大きさだけでなく、向きも含んだ方程式である。

力の働く方向を x, y, z の3方向に分け、座標点 (x, y, z) と原点を結ぶ線分と x 軸のなす角度を θ とすれば

$$\cos\theta_x = \frac{x_{ij}}{r_{ij}}, \sin\theta_y = \frac{y_{ij}}{r_{ij}}, \sin\theta_z = \frac{z_{ij}}{r_{ij}} \quad (3)$$

となるので、力の成分は、

$$m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^n G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^2} \frac{x_{ij}}{r_{ij}} \quad (4)$$

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^n G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^2} \frac{y_{ij}}{r_{ij}} \quad (5)$$

$$m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^n G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^2} \frac{z_{ij}}{r_{ij}} \quad (6)$$

となる、ここで $x_{ij}, y_{ij}, z_{ij}, r_{ij}$ は

$$x_{ij} = x_j - x_i \quad (7)$$

$$y_{ij} = y_j - y_i \quad (8)$$

$$z_{ij} = z_j - z_i \quad (9)$$

$$r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (10)$$

なので,

$$m_i \frac{d^2 x_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^n G m_i m_j \frac{(x_j - x_i)}{((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (11)$$

$$m_i \frac{d^2 y_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^n G m_i m_j \frac{(y_j - y_i)}{((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (12)$$

$$m_i \frac{d^2 z_i}{dt^2} = - \sum_{j=1}^n G m_i m_j \frac{(z_j - z_i)}{((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (13)$$

となる.

2.2 ルンゲクッタ法

ルンゲクッタ法は, オイラー法の要領で1ステップ Δx 進むときに, 何回か推測値を修正して精度を上げる, というものである.

微分方程式 $\frac{dy}{dt} = f(t, y)$ において, 時刻 t が t_i から t_{i+1} まで h だけ増加するとき, 微分方程式の解 y から y_{i+1} まで k だけ変化すると考えると, これらの値には次の関係が成立する. h を計算刻みという.

$$t_{i+1} = t_i + h$$

$$y_{i+1} = y_i + k$$

$$k = \frac{1}{6}(k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3)$$

ただし, k_0, k_1, k_2, k_3 は, 次式で与えられる.

$$k_0 = hf(t_i, y_i)$$

$$k_1 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_0}{2}\right)$$

$$k_2 = hf\left(t_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = hf(t_i + h, y_i + k_2)$$

計算手順は次の通りである.

1. 初期条件 (t_0, y_0) を与える.
2. t の増加分 h を決める. (h を小さくすればするほど, 解の精度は向上する.)
3. 初期条件 (t_0, y_0) と t の増加分 h を使って $k_0 = hf(t_0, y_0)$ を計算する.

4. 3で求めた k_0 を使って, $k_1 = hf(t_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_0}{2})$ を計算する.
5. 4で求めた k_1 を使って $k_2 = hf(t_0 + \frac{h}{2}, y_0 + \frac{k_1}{2})$ を計算する.
6. 5で求めた k_2 を使って $k_3 = hf(t_0 + h, y_0 + k_2)$ を計算する.
7. 3から6で求めた k_0, k_1, k_2, k_3 を使って, $k = \frac{1}{6}(k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3)$ を計算する.
8. 新しい時刻における値, $t_1 = t_0 + h, y_1 = y_0 + k$ を計算する.
9. t_1, y_1 を用いて上記3から7の手順で k を計算し, 新しい時刻における t_2, y_2 を計算する.
10. 以下同様にして, 計算を繰り返し, 必要な時刻に達するまで, t_i, y_i から t_{i+1}, y_{i+1} を求めていく.

ルンゲクッタ法は, 1階の微分方程式に用いる解法なので, 2階の微分方程式である式(11), (12), (13)をルンゲクッタ法で解くために,

$$\frac{dx_i}{dt} = v_x \quad (14)$$

$$m_i \frac{dv_{x_i}}{dt} = - \sum_{j=1}^n Gm_i m_j \frac{(x_j - x_i)}{((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (15)$$

$$\frac{dy_i}{dt} = v_y \quad (16)$$

$$m_i \frac{dv_{y_i}}{dt} = - \sum_{j=1}^n Gm_i m_j \frac{(y_j - y_i)}{((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (17)$$

$$\frac{dz_i}{dt} = v_z \quad (18)$$

$$m_i \frac{dv_{z_i}}{dt} = - \sum_{j=1}^n Gm_i m_j \frac{(z_j - z_i)}{((x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (19)$$

$$(20)$$

のように2階の微分方程式を1階の微分方程式の連立の組にして同時にルンゲクッタ法で解けばよい.

2.3 ケプラーの法則

ケプラーの法則は万有引力の法則を、惑星の位置エネルギーと運動エネルギーの和が負である（惑星が無遠慮まで飛んでいかない）という条件の下、太陽の質量に比べ惑星の質量が十分小さい（太陽は静止しているから見なせ、惑星間の相互作用は無視できる）という近似を行って解くことによって導くことができる。ある質点とその周囲を回るそれに比べて十分に質量の小さな質点という、2つの任意の質点間に対しても同様に成り立つことが分かる。したがって、ケプラーの法則は、太陽と惑星の間だけでなく、惑星と衛星（人工衛星）などの間でも成立する。

第1法則（楕円軌道の法則）

惑星は、太陽をひとつの焦点とする楕円軌道上を動く。

第2法則（面積速度一定の法則）

惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間に描く面積は、一定である（面積速度一定）。

第3法則（調和の法則）

惑星の公転周期の2乗は、軌道の長半径の3乗に比例する。

3 スイングバイ

スイングバイとは、天体の万有引力を利用して惑星探査機等の運動方向を変更する技術である。天体の公転運動を利用することで宇宙機を増速あるいは減速することができる。天体の万有引力（重力）および公転運動を利用することにより、燃料をほとんど使わずに軌道を変更し、速さも変えることができるのが特徴である。本章では、スイングバイについて説明する。

3.1 加速スイングバイと減速スイングバイ

探査機が目標とする惑星に近づくと、惑星の重力により引き寄せられ徐々に加速する。惑星近辺を通りすぎる際に速度が最大になり、探査機の軌道は「く」の字型に折れ曲がったものになる。その後、惑星から遠ざかる時には、惑星の重力が引き戻す力として働くために探査機は減速する。

このように、探査機が惑星に接近し離れていく過程で、探査機の速度は時間とともに変化するが、もし、惑星が運動していないならば、探査機が惑星の重力圏に進入する時の増速と離脱する時の減速とは相殺することになる。すなわち、スイングバイによって、運動方向は変わるが、速さは変わらない結果となる。

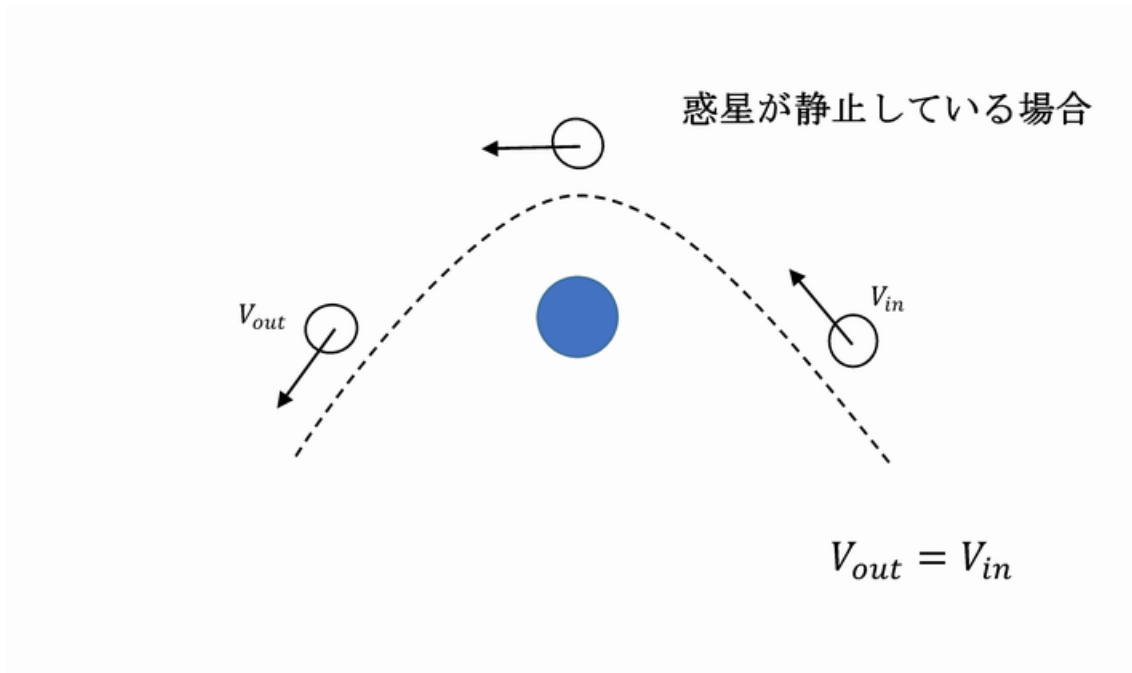


図 1: 惑星が静止している場合

中央が惑星, 黒が探査機で点線が惑星に対する軌道, 実線が惑星に対する速度を表す. 進入時と離脱時で速度は変わらない.

探査機が惑星の公転方向の後方を通る場合、惑星近辺を通りすぎた後に、探査機が惑星から離れていく際の方向は、惑星の公転と同じ方向になる。このときの速度は、惑星に接近する時の速度に公転速度の分が足された速度になる。つまり、惑星に対する探査機の速度は、上述のようにスイングバイの前後で変わっていないが、探査機の軌道が変わったため、太陽に対する探査機の速度は速くなる。

厳密に言えば、探査機の軌道が惑星から遠い場合などは、探査機が惑星から離れていく際の方向が惑星の公転と同じ方向にならないこともある。その場合も増速する量は少なくなるが、増速することには変わりはない。

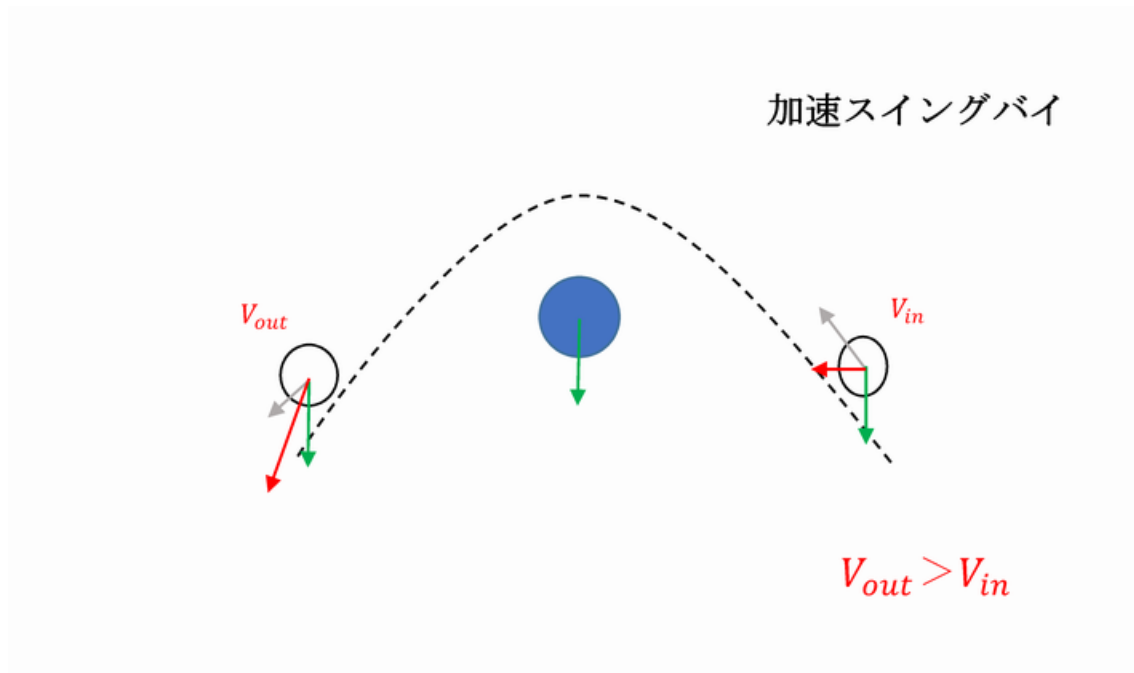


図 2: 加速スイングバイ

緑は惑星の公転速度、赤は探査機の惑星に対する速度と惑星の公転速度の合成速度を示す。公転する惑星の後ろ側から進入すると、離脱時には増速している。

逆に, 惑星の公転方向の前方を通る場合, 探査機は惑星の公転と逆の方向へと向きを変え, 公転速度の分が減った速度になる.

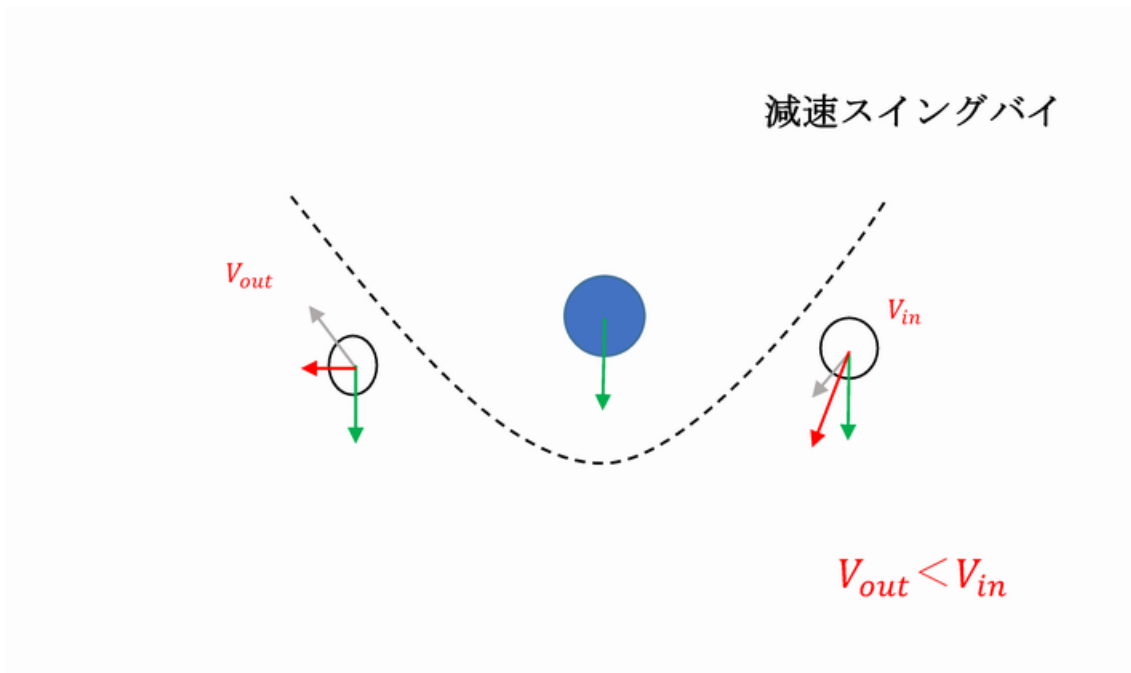


図 3: 減速スイングバイ

公転する惑星の前方から進入すると, 離脱時には減速している.

3.2 パイオニア 10 号について

パイオニア 10 号は, 太陽から 5.05 天文単位距離離れた木星に 1973 年 12 月 4 日に最接近した. そのとき, パイオニア 10 号は, 速度が増加し双曲線運動 (脱出軌道) で, 太陽系から脱出した.[1] 双曲線軌道とは, 「この軌道上を運動する物体は中心天体に対して無限に遠ざかる。」という脱出軌道である. 天文単位距離については後で説明する.

パイオニア 10 号は, 人類が初めて外惑星へ送った探査機である. また初めて太陽系の外へと出て行った人工物体でもある. パイオニア 10 号には, 将来宇宙人に拾われる場合に備えて, 銀河系の中での太陽系の位置や人類の男女の姿などを彫った金属の銘板が取り付けられている.[2]

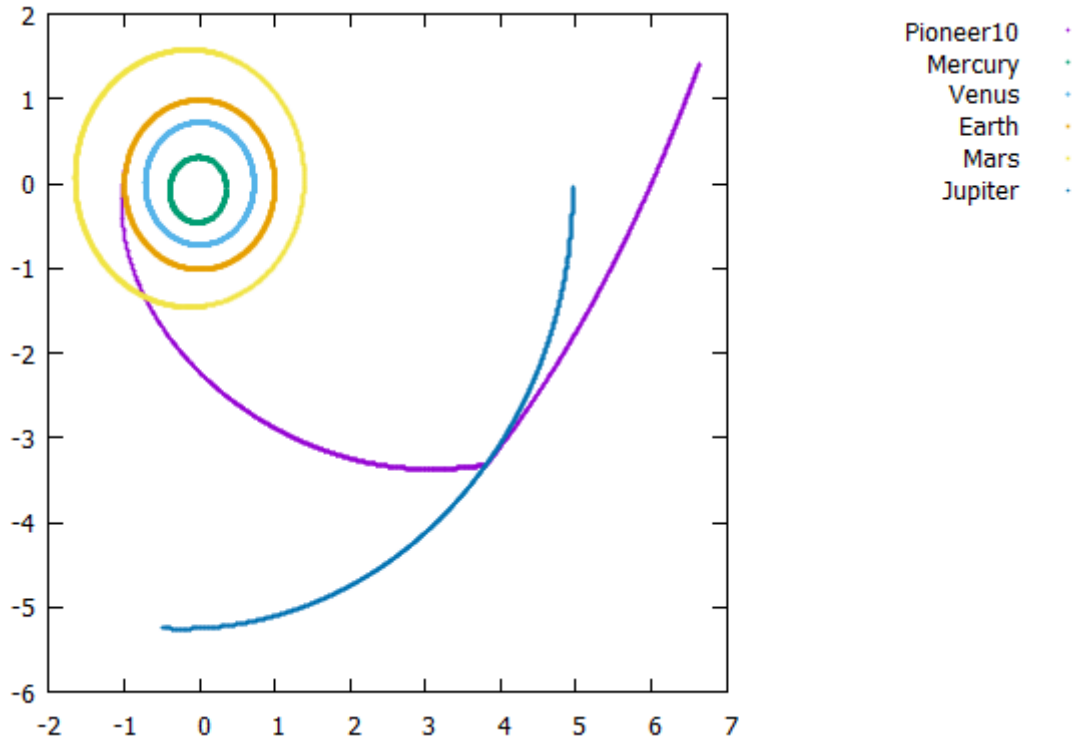


図 4: パイオニア 10 号の軌道 (軸は天文単位)

4 太陽系の惑星シミュレータの作成

太陽系の惑星シミュレータを作成し,そこで探査機も動かすことで,実際の探査機のデータと比較した.本研究では最大2000日分の計算を行った.本章では,太陽系の惑星シミュレータの作成について,初期条件の設定や精度を踏まえ述べる.

4.1 初期条件の設定

本研究のシミュレーションの初期条件は,以下の定数を元に計算し,比にした値を用いている.万有引力定数 G ,質量は,太陽を1としたときの惑星の質量比(惑星 ÷ 太陽),各惑星の座標と初速度は,NASAのホームページ「HORIZONS System」より検索して引用 [3] した.位置と座標の単位は天文単位距離,速度は天文単位距離/日速である.

ルンゲクッタ法に用いる計算刻み h は,0.0001 に設定している.計算刻みの設定理由として,計算速度(実行速度)と計算の誤差の兼ね合いから決定した.

$$\text{万有引力定数: } G = 6.672 \times 10^{-11} m^3 s^{-2} kg^{-1}$$

$$\text{天文単位距離: } A = 1.495978707 \times 10^8 km$$

表 1: 各惑星の質量比

惑星名	質量比
太陽	1.0
水星	$1.66013071895425 \times 10^{-7}$
金星	$2.44796380090498 \times 10^{-6}$
地球+月	$3.04045751633987 \times 10^{-6}$
火星	$3.22724987430870 \times 10^{-7}$
木星	$9.54751131221719 \times 10^{-4}$
土星	$2.85972850678733 \times 10^{-4}$
天王星	$4.36551030668678 \times 10^{-5}$
海王星	$5.14831573655103 \times 10^{-5}$
パイオニア 10 号	$1.29713423831071 \times 10^{-28}$

なお,各惑星とパイオニア 10 号の初速度と初期位置は,付録にて掲載している.

4.2 精度・コードチェック

計算の精度は初期値から計算した力学的エネルギーと実測値から計算した力学的エネルギーの誤差率を計算した。2000日分を実行したとき、その結果最大誤差率0.0003%となったため本プログラムでの計算結果はほぼ正しいとした。また、ケプラーの第三法則での確認を行った。以下、力学的エネルギー保存の誤差率の式を示す。

運動エネルギー K_t , 位置エネルギー U_t , 力学的エネルギー E_t は,

$$K_t = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} m_i v_i^2 \quad (21)$$

$$U_t = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \left(-G \frac{m_i m_j}{r_{ij}} \right) \quad (22)$$

$$E_t = K_t + U_t \quad (23)$$

$$(24)$$

となる。これより、力学的エネルギー保存の誤差率の式は,

$$\frac{E_t - E_0}{|K_0| + |U_0|} \quad (25)$$

となる。このとき、 t は時間であり、 E_0 は $t = 0$ を表し、すなわち初期値で計算した力学的エネルギーである。

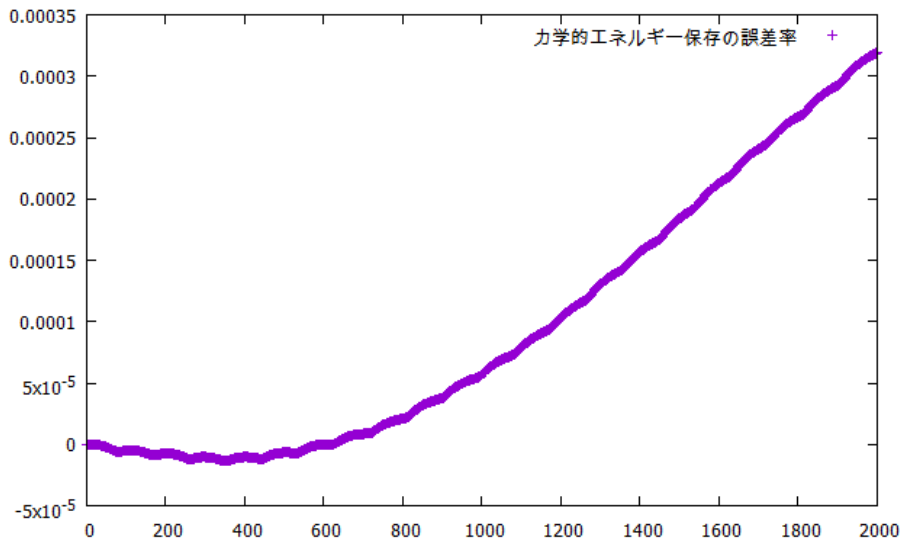


図 5: 力学的エネルギー保存の誤差率

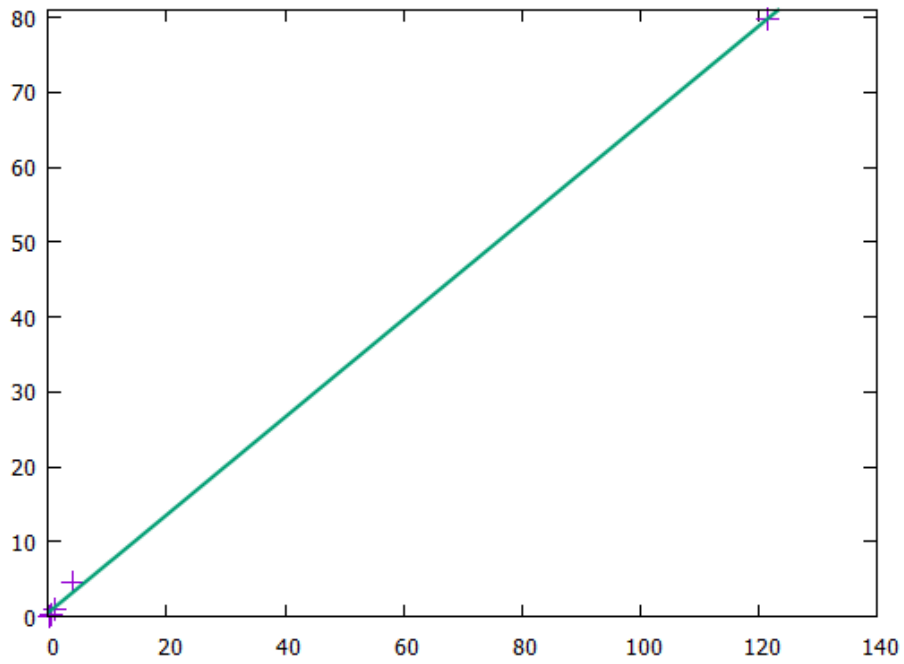


図 6: ケプラーの第三法則

図 6 では木星までのケプラー第三法則プロットしている. 横軸は R^3 , 縦軸は T^2 である. なお, R は軌道長半径, T は惑星の公転周期である.

5 パイオニア 10 号の軌道シミュレーション

本章では、パイオニア 10 号の軌道シミュレーションの結果について述べる。打ち上げから 1 ヶ月後のデータを用いて軌道シミュレーションを行った際、実際の軌道とは、大きく異なったため、4 つの初期値のデータを用意し、パイオニア 10 号の軌道に違いが出るか調べた。本研究で用いた、初期値は 1972 年 4 月 4 日（打ち上げ 1 ヶ月後）、1972 年 9 月 4 日（打ち上げ 6 ヶ月後）、1973 年 6 月 4 日（最接近日の 6 ヶ月前）、1972 年 11 月 24 日（最接近日の 10 日前）の 4 つデータを用いた。

5.1 実際の軌道との比較

5.1.1 1972 年 4 月 4 日（打ち上げ 1 ヶ月後）

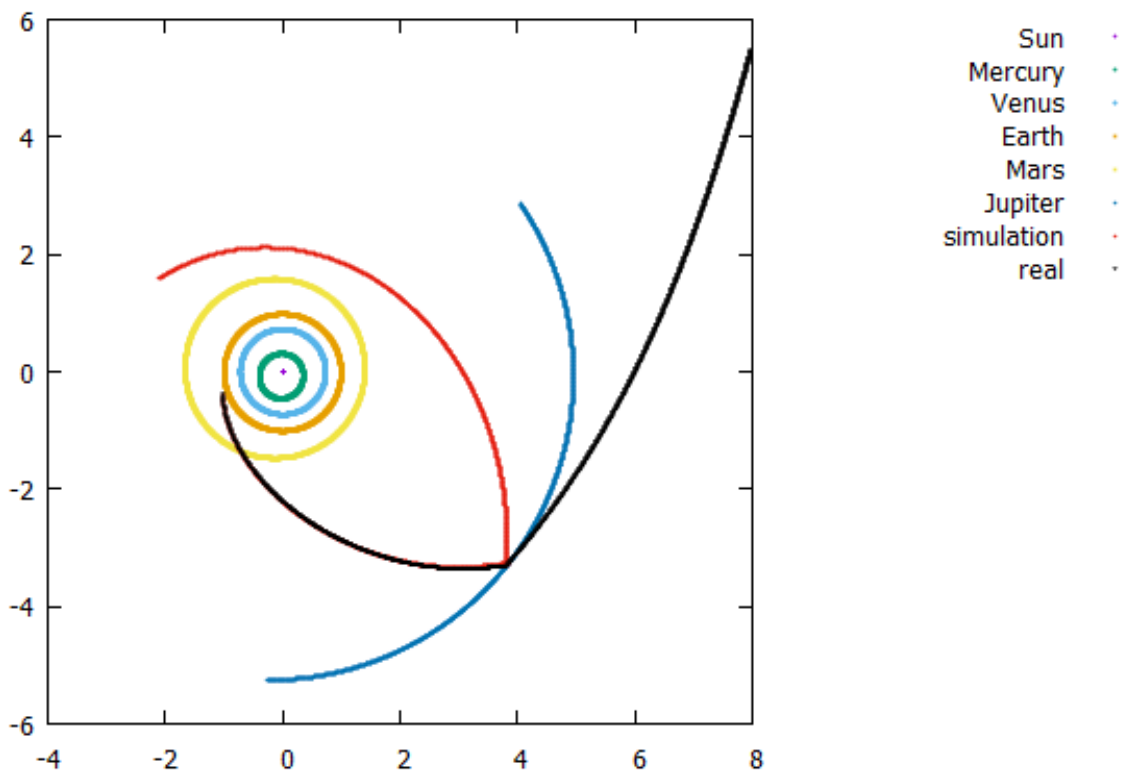


図 7: 実際の軌道との比較

図 7 は、4 年分の実際の軌道との比較である。

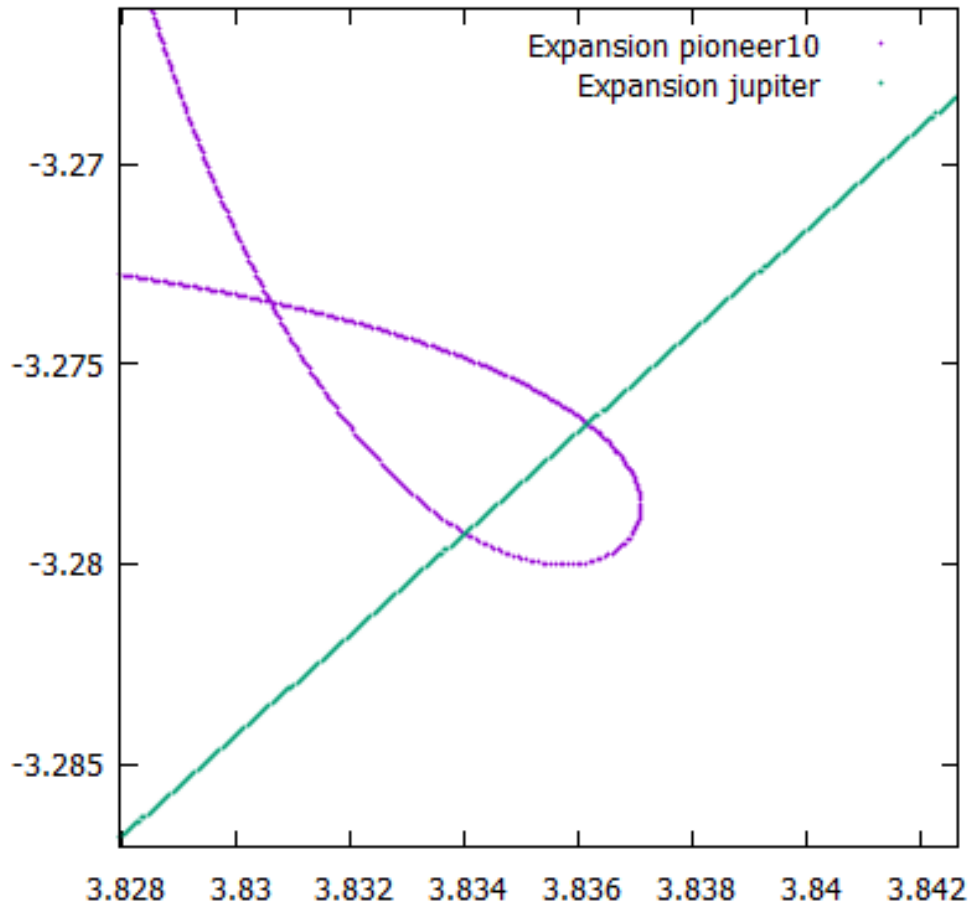


図 8: 木星付近での軌道

図 8 は, 木星付近でのシミュレーションの軌道である. わずかな軌道の差異で木星の公転方向の前を通過してしまい, 太陽系に脱出する軌道にならなかったと考えられる. そのまま木星の周りをまわり一周して, 弾き出され, その後太陽系内を楕円軌道で周回すると考えられる.

5.1.2 1972年9月4日（打ち上げ6ヶ月後）

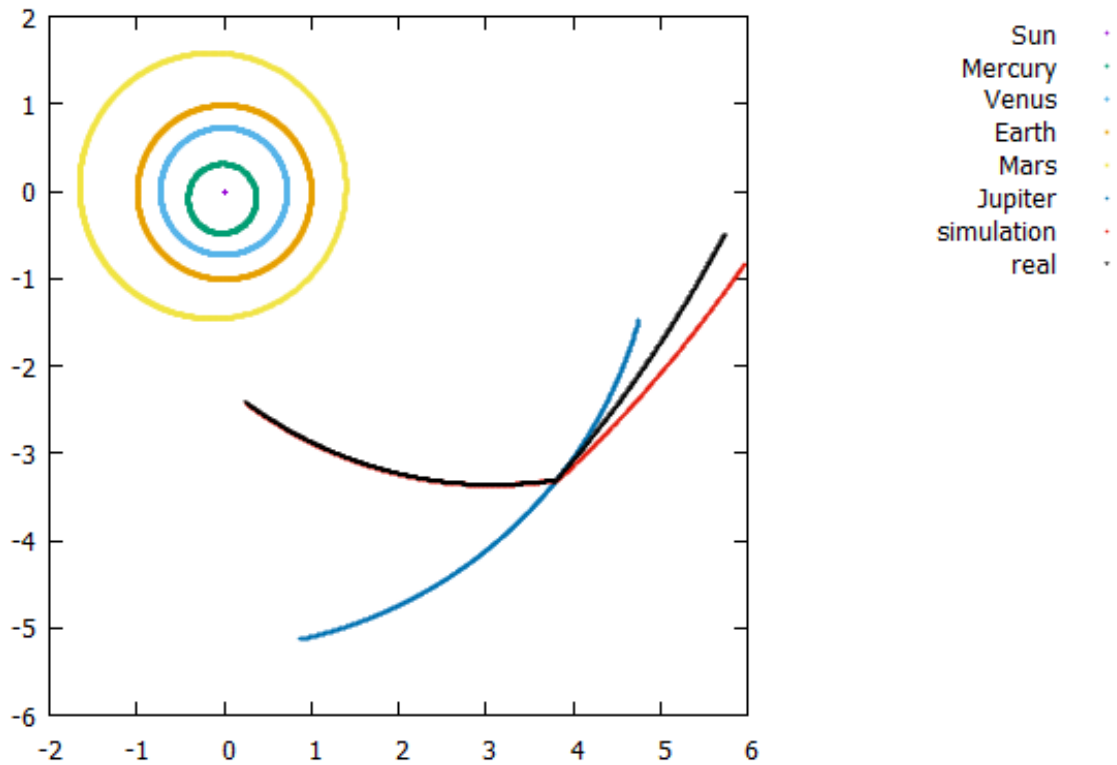


図 9: 実際の軌道との比較

図9は、2年分の実際の軌道との比較である。木星の公転方向の後ろを通り、加速スイングバイを行っている。太陽系外に脱出する軌道になっているが、実際の軌道とスイングバイ後で大きく軌道に差異がある。

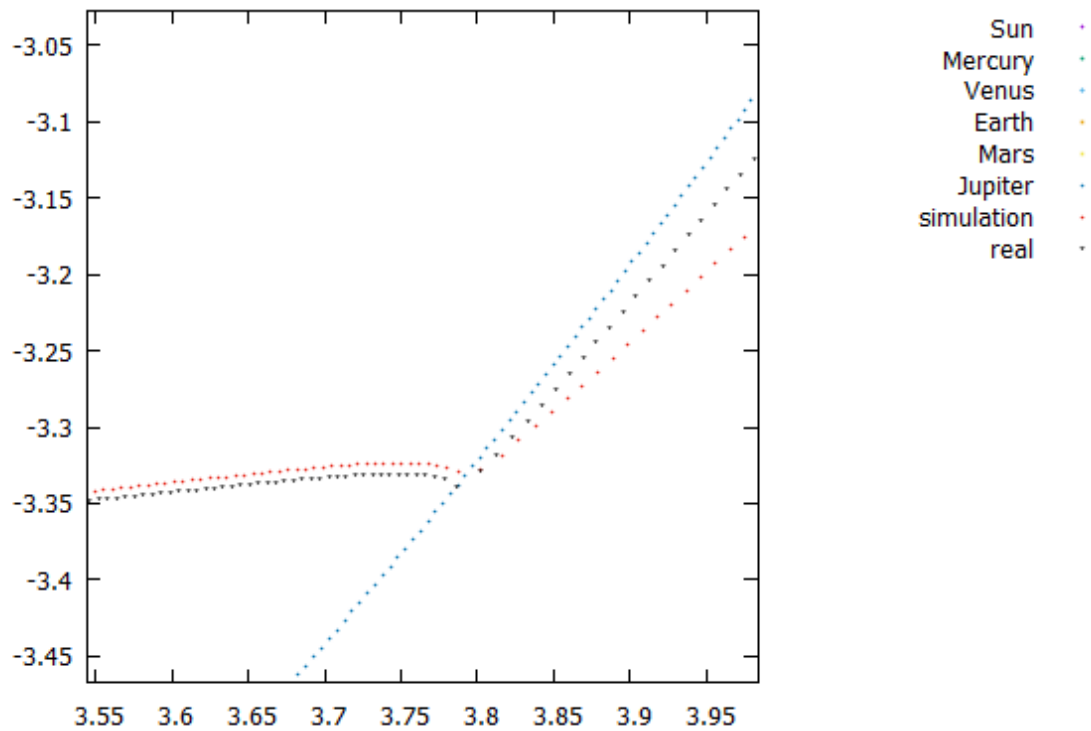


図 10: 木星付近での軌道

図 10 は, 木星付近でのシミュレーションの軌道と実際の軌道である. 実際の軌道との差異はあるが打ち上げ1ヶ月前のデータと比べ差異は小さいことがわかる. しかし, 次節でも述べるが, 木星に最接近した日付は, 3 日程のずれがある.

5.1.3 1973年6月4日（最接近日の6ヶ月前）

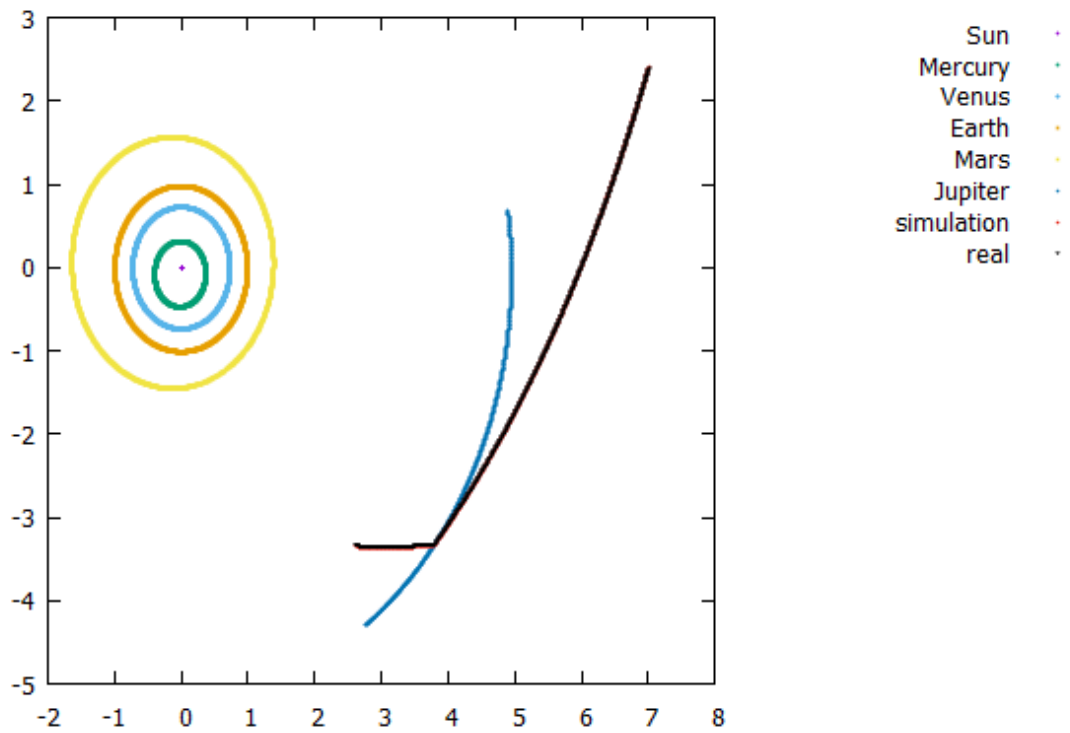


図 11: 実際の軌道との比較

図 11 は、2 年分の実際のデータとの比較である。木星の最接近 6ヶ月前には、探査機が行う軌道コントロールは終わっており、万有引力のみで探査機が移動していると考えられる。

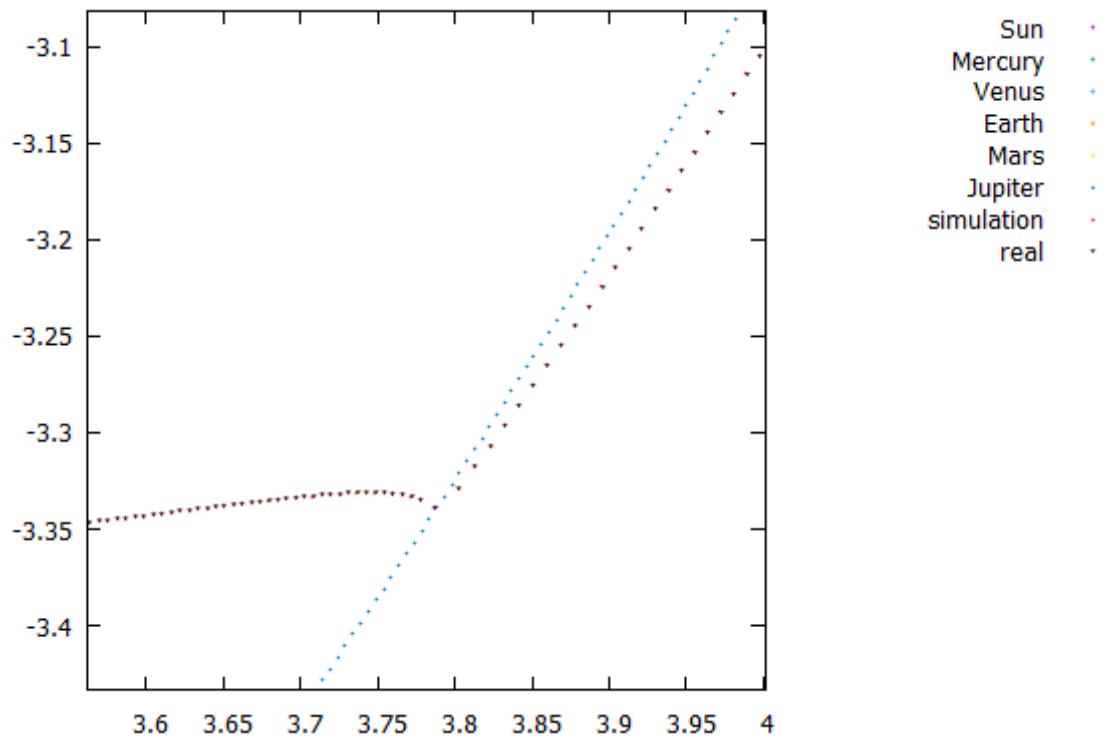


図 12: 木星付近での軌道

図 12 は, 木星付近でのシミュレーションの軌道と実際の軌道である. 実際の軌道とほとんど差異は見られない.

これら 3 つのデータの差異から考えられる原因は探査機自体が, 目的地に正確に辿り着くように燃料を使って軌道コントロールがされているからである.

5.2 木星に最接近した日付を比較

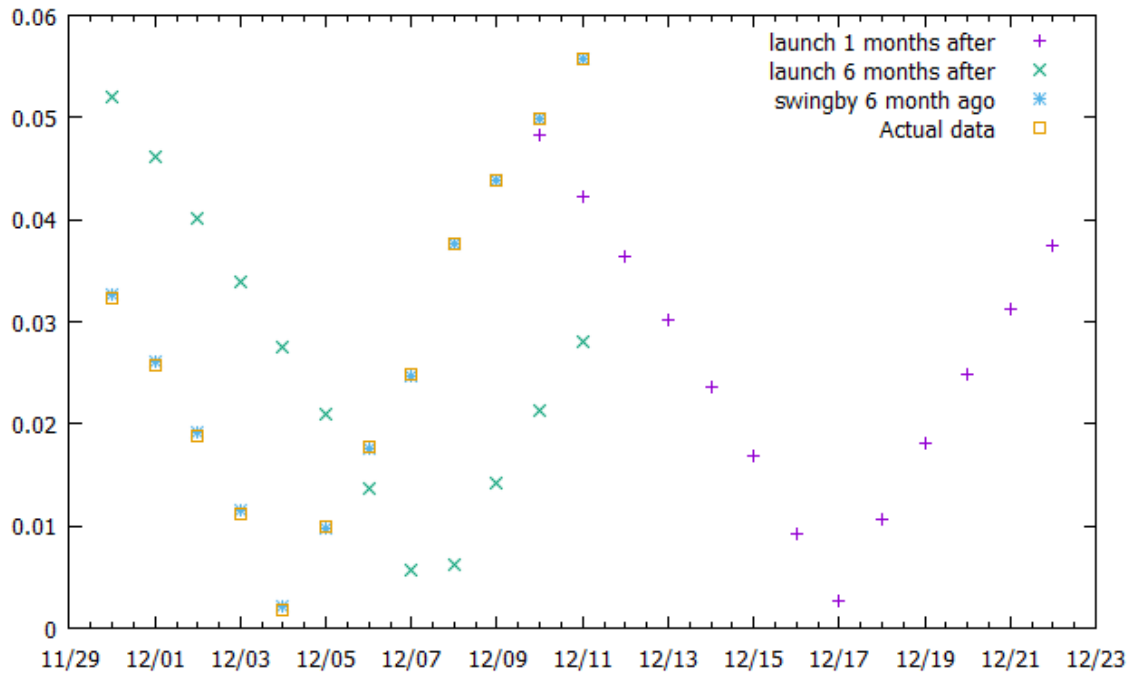


図 13: 木星に最接近した日付

図 13 は,1972 年 4 月 4 日 (打ち上げ 1ヶ月後),1972 年 9 月 4 日 (打ち上げ 6ヶ月後),1973 年 6 月 4 日 (最接近日の 6ヶ月前) の 3つのデータを初期値としたときのパイオニア 10 号が木星に最接近した日付を表してる. 初期値によって軌道がずれているので,最接近した日付も大きく差異が出ているのが図 13 からわかる. 木星半径の約 3 倍, 接近している.

5.3 初期速度の角度をずらした場合

スイングバイのための軌道コントロールにどれ程精度を要求されるかについて考えた。木星に最接近する10日前のデータを初期データとし、僅かに内向きに傾けたときどのような軌道になるか調べた。

表 2: スイングバイの10日前のデータの初期速度を傾けたときの軌道の差異 (km)

年数	1度	0.1度	0.01度	0.001度	0.0000001度
1年後	15,231,135	1,580,436	158,612	15,867	1.6064
2年後	33,474,239	3,458,140	346,901	34,701	3.5189
3年後	52,957,343	5,448,946	546,388	54,654	5.5502
4年後	72,747,635	7,462,996	748,123	74,831	7.6077
5年後	92,579,686	9,476,259	949,730	94,994	9.6660

表2は初期速度の方向をわずかに内向きに傾けたときの軌道との差異を示す。おおよそであるが、角度を10分の1にすると※3のデータとの差異も10分の1になっている。また、1度傾くだけで5年後には、地球の約2314周分(地球1周約40,000km)の差異になる。1年後の差異を2km以下にしようとする、角度は、約 1.0×10^{-7} 度以内に調整が必要であることがわかった。

5.4 パイオニア・アノマリーについて

パイオニア・アノマリーは、太陽系外に脱出した惑星探査機の実際の軌道と理論から予測される軌道との間に食い違いが発生してしまう現象である。非常にわずかではあるが、予想よりも太陽側に加速(外向きに飛んでいる探査機にとっては減速)していることを指す.[4]

減速といっても、非常に小さいものであり、地球の重力加速度($9.80665m/s^2$)の 1.0×10^{-10} 倍(100億分の1)しかない、非常に小さいものなため、計算誤差と区別がつかなく本研究のシミュレーションの精度では正確に確認することができなかった。

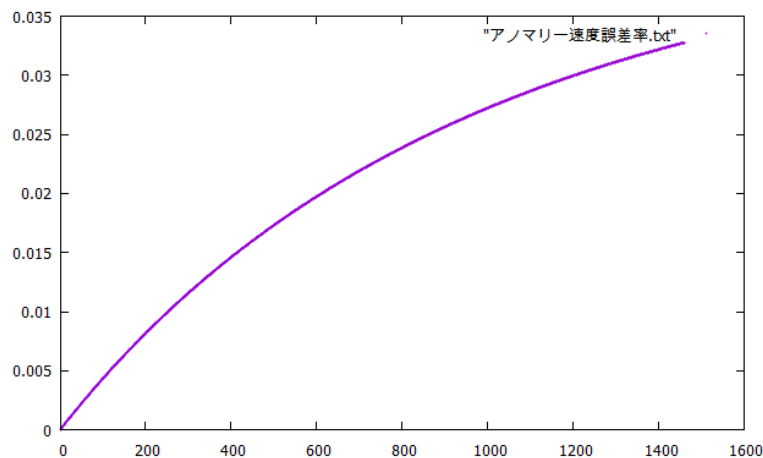


図 14: 実際のデータとシミュレーションとの速度の誤差率

図 14 は 1978 年 12 月 4 日 (木星最接近の 5 年後) を初期値としたパイオニア 10 号の実際の速度とシミュレーションでの速度の誤差率である。1980 年頃にパイオニア・アノマリーが確認されたため、1978 年から 4 年分 (1461 日分) のデータで確認した。

6 結論

- スイングバイを行い目的地に向かうためには、高度な軌道制御が必要であることがわかった。
- 本研究では、太陽系外に脱出した惑星探査機の実際の軌道と理論から予測される軌道との間に食い違いが発生する「パイオニア・アノマリー」は確認できなかった。、本研究より、遥かに精度の高いシミュレーションが必要であると考えられる。

参考文献

- [1] James A. Van Allen, 『Gravitational assist in celestial mechanics—a tutorial』, American Journal of Physics 71, 448 (2003)
- [2] JAXA, パイオニア 10 号, 宇宙情報センター http://spaceinfo.jaxa.jp/ja/pioneer_10.html
- [3] NASA, HORIZONS System <http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>
- [4] AstroArts, 30 年来の謎、パイオニア・アノマリーの原因がついに判明か <http://www.astroarts.co.jp/news/2011/07/27pioneer/index-j.shtml>

A 1972年4月4日(打ち上げ1ヶ月後)の各惑星とパイオニア10号の位置と速度

表 3: 1972年4月4日の各惑星とパイオニア10号の位置

惑星名	x(A[km])	y(A[km])	z(A[km])
太陽	0	0	0
水星	-3.85282158884335E-01	-1.64001849427405E-01	2.17220481001539E-02
金星	-6.00774060920478E-01	3.95356304097007E-01	4.00504159258495E-02
地球-月の重心	-9.66717555152406E-01	-2.49823940977843E-01	-2.28322009210022E-05
火星	-1.32295930925197E-01	1.57993420856213E+00	3.62691814718851E-02
木星	-2.61206718197342E-01	-5.25452831285161E+00	2.74986927142534E-02
土星	3.35948746721708E+00	8.41014998217967E+00	-2.80613751997229E-01
天王星	-1.75956596660235E+01	-5.25702583741524E+00	2.08826807373304E-01
海王星	-1.33008906229977E+01	-2.72260180737962E+01	8.67037659696158E-01
パイオニア10号	-1.02748954399038E+00	-4.00529584692027E-01	-2.49988066819711E-02

表 4: 1972年4月4日の各惑星とパイオニア10号の速度

惑星名	vx(A[km/日])	vy(A[km/日])	vz(A[km/日])
太陽	0	0	0
水星	5.42331322981147E-03	-2.45639156521233E-02	-2.50426445344625E-03
金星	-1.11128405656592E-02	-1.70569892068765E-02	4.09732052470512E-04
地球-月の重心	4.08324164053261E-03	-1.67045528289365E-02	-9.08773182270709E-07
火星	-1.34168471496928E-02	8.41984529633229E-06	3.30720161707156E-04
木星	7.44850257663180E-03	-2.53916528193478E-05	-1.66779180142946E-04
土星	-5.48278767968720E-03	2.05839119134415E-03	1.82125538436396E-04
天王星	1.09675848620445E-03	-3.95226673302359E-03	-2.89327256960950E-05
海王星	2.80111693075810E-03	-1.36007699056171E-03	-3.68089500323733E-05
パイオニア10号	1.65981541902054E-03	-2.11125201169480E-02	-7.16575129345533E-04

B 1972年9月4日(打ち上げ6ヶ月後)の各惑星とパイオニア10号の位置と速度

表 5: 1972年9月4日の各惑星とパイオニア10号の位置

惑星名	x(A[km])	y(A[km])	z(A[km])
太陽	0	0	0
水星	-2.46406387677652E-02	3.11806806736659E-01	2.73945289314976E-02
金星	6.18776475172188E-01	3.78889696941721E-01	-3.06285319703705E-02
地球-月の重心	9.58566219001877E-01	-3.08584682953871E-01	4.22125816953128E-06
火星	-1.59761947011409E+00	4.68693143924009E-01	4.91027366042990E-02
木星	8.75395722548589E-01	-5.13269277911137E+00	1.53196856133447E-03
土星	2.50632756274984E+00	8.68540217851866E+00	-2.51525156201896E-01
天王星	-1.74180507974682E+01	-5.85866964025332E+00	2.04285059445182E-01
海王星	-1.28707482044341E+01	-2.74307018929283E+01	8.61342861380662E-01
パイオニア10号	2.51969382035202E-01	-2.43200497259634E+00	-8.20309362126535E-02

表 6: 1972年9月4日の各惑星とパイオニア10号の速度

惑星名	vx(A[km/日])	vy(A[km/日])	vz(A[km/日])
太陽	0	0	0
水星	-3.36927266719936E-02	-1.20618968494015E-03	2.99614085001339E-03
金星	-1.05463335592571E-02	1.72113850067631E-02	8.42709930845137E-04
地球-月の重心	5.04808848950542E-03	1.62906568971168E-02	1.15359196597885E-06
火星	-3.38713160569991E-03	-1.22451464568912E-02	-1.72938531455188E-04
木星	7.34940597353348E-03	1.61979607769850E-03	-1.71316649961484E-04
土星	-5.66150607467098E-03	1.53656211455101E-03	1.97778705488233E-04
天王星	1.22469064013932E-03	-3.91162527668981E-03	-3.02938511062974E-05
海王星	2.82235548863058E-03	-1.31568275720235E-03	-3.82650921745913E-05
パイオニア10号	9.95625609244359E-03	-7.47647059830768E-03	-1.53945296699799E-04

C 1973年6月4日(最接近日の6ヶ月前)の各惑星とパイオニア10号の位置と速度

表 7: 1973年6月4日の各惑星とパイオニア10号の位置

惑星名	x(A[km])	y(A[km])	z(A[km])
太陽	0	0	0
水星	-2.88139313989855E-01	1.91661930783521E-01	4.17534207109484E-02
金星	-2.34874623966035E-01	6.82753388017054E-01	2.27535250594663E-02
地球-月の重心	-2.87797201705529E-01	-9.70045939362535E-01	-1.68774888792135E-05
火星	7.58486631825390E-01	-1.17252339463387E+00	-4.32972548557942E-02
木星	2.75996650696788E+00	-4.29968124626650E+00	-4.41189617005996E-02
土星	9.30964524661257E-01	8.97295161901805E+00	-1.93952622865073E-01
天王星	-1.70529844054971E+01	-6.91551734533356E+00	1.95618267850967E-01
海王星	-1.20953477869225E+01	-2.77789226973356E+01	8.50649324660350E-01
パイオニア10号	2.61510982136169E+00	-3.34915318260839E+00	-8.85404251537243E-02

表 8: 1973年6月4日の各惑星とパイオニア10号の速度

惑星名	vx(A[km/日])	vy(A[km/日])	vz(A[km/日])
太陽	0	0	0
水星	-2.12123667416823E-02	-2.23358166215123E-02	1.24652243687355E-04
金星	-1.92025942559818E-02	-6.68754211375934E-03	1.01784301239843E-03
地球-月の重心	1.62201129846656E-02	-4.92217337705887E-03	-1.02388964165140E-07
火星	1.22817122046539E-02	8.79096571535277E-03	-1.18412963563248E-04
木星	6.26045242997842E-03	4.42763112731606E-03	-1.58527591609042E-04
土星	-5.85121312580999E-03	5.64918652749855E-04	2.22366123513035E-04
天王星	1.44891892160314E-03	-3.82862046670618E-03	-3.31247517422727E-05
海王星	2.85778697195779E-03	-1.23532406020496E-03	-4.01362320363735E-05
パイオニア10号	7.23518267632520E-03	-7.41032525509960E-04	5.36649211737399E-05

D 1973年11月24日(最接近日の10日前)の各惑星とパイオニア10号の位置と速度

表 9: 1973年11月24日の各惑星とパイオニア10号の位置

惑星名	x(A[km])	y(A[km])	z(A[km])
太陽	0	0	0
水星	-2.17955158330127E-01	2.49650099018515E-01	4.00609223750051E-02
金星	6.49679177897277E-01	3.17156946581217E-01	-3.33067510282012E-02
地球-月の重心	4.62352056296550E-01	8.73555031520129E-01	1.15204285242111E-04
火星	9.61189761342448E-01	1.11355768684938E+00	-4.04925616095448E-04
木星	3.73901272966360E+00	-3.39882349382371E+00	-6.97613141944059E-02
土星	-8.48113812288480E-02	9.01625253584079E+00	-1.54342973628689E-01
天王星	-1.67902791391555E+01	-7.57279337455251E+00	1.89765348537903E-01
海王星	-1.15989725156721E+01	-2.79882041830253E+01	8.43523997843720E-01
パイオニア10号	3.72540749327371E+00	-3.33207489649659E+00	-7.42377234673729E-02

表 10: 1973年11月24日の各惑星とパイオニア10号の速度

惑星名	vx(A[km/日])	vy(A[km/日])	vz(A[km/日])
太陽	0	0	0
水星	-2.68938180216398E-02	-1.73786439082316E-02	1.05142228327849E-03
金星	-8.86194586729305E-03	1.81202484978546E-02	7.57947111524846E-04
地球-月の重心	-1.54643264575541E-02	8.02617171317745E-03	4.58638837252809E-07
火星	-1.00395655028693E-02	1.03517217684126E-02	4.64187512362868E-04
木星	4.98558248914604E-03	5.93570069866555E-03	-1.36177389152059E-04
土星	-5.88015578532556E-03	-6.38066771841457E-05	2.34483025389705E-04
天王星	1.58792562066454E-03	-3.76912382706451E-03	-3.45577512564364E-05
海王星	2.88054251687541E-03	-1.18390141560306E-03	-4.21145145986527E-05
パイオニア10号	5.72519627098229E-03	2.91702649550026E-04	1.37368793949005E-04

E 1978年12月4日（最接近の5年後/アノマリー用）の各惑星とパイオニア10号と位置と速度

表 11: 1978年12月4日の各惑星とパイオニア10号の位置

惑星名	x(A[km])	y(A[km])	z(A[km])
太陽	0	0	0
水星	1.51953006961363E-01	2.69386706016147E-01	8.68038086617498E-03
金星	3.82518981074347E-02	7.15810203908862E-01	7.75185797125245E-03
地球-月の重心	3.14107849991294E-01	9.32965579659987E-01	-1.16853747962173E-04
火星	5.21172683503172E-02	-1.45319256087582E+00	-3.16656378605556E-02
木星	-2.63558340291494E+00	4.54398196346106E+00	4.03104507484122E-02
土星	-8.60126963493374E+00	3.51716239255407E+00	2.80292521994457E-01
天王星	-1.26421411003019E+01	-1.37230619934819E+01	1.13066064326815E-01
海王星	-6.13525241864386E+00	-2.96482536321944E+01	7.51833299222471E-01
パイオニア10号	9.82858805195551E+00	1.43679919643893E+01	9.49842237117813E-01

表 12: 1978年12月4日の各惑星とパイオニア10号の速度

惑星名	vx(A[km/日])	vy(A[km/日])	vz(A[km/日])
太陽	0	0	0
水星	-3.04056563524841E-02	1.44120207793227E-02	3.96934233518432E-03
金星	-2.02679076008792E-02	8.10384566221894E-04	1.18141444889336E-03
地球-月の重心	-1.66147297848258E-02	5.32125562919686E-03	-5.24946355696082E-08
火星	1.45266535868324E-02	1.65313945847415E-03	-3.23190223758672E-04
木星	-6.61414892727659E-03	-3.43839460650051E-03	1.62288822694126E-04
土星	-2.41260432120632E-03	-5.17619844406584E-03	1.86155522994683E-04
天王星	2.86335597026341E-03	-2.84873465117925E-03	-4.77883834271700E-05
海王星	3.05353876715505E-03	-6.18986904597294E-04	-5.76792683192770E-05
パイオニア10号	1.45446924697968E-03	8.62481568594384E-03	4.55611751557500E-04