問題作成などに自由にご利用下さい．ただし間違いがあっても責任は負いません．

固有値が小さい順（辞書式順序）にならべてあります．ただし，重解がある場合は重解を後に書いています．

1　2次 (重解なし)

1. $\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -4, 2$　$\boldsymbol{x}_{-4} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -4, 7$　$\boldsymbol{x}_{-4} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_7 = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, -2$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, -1$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, -1$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, 1$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, 1$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, 2$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, 3$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, 5$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

11. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -2, -1$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

12. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -2, 0$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -2, 0$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

14. $\begin{pmatrix} 1 & -9 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -2, 1$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -2, 1$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -2, 1$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix}$　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

17. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 2$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

18. $\begin{pmatrix} 8 & -10 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 3$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} 23 & -10 \\ 50 & -22 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 3$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

20. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 3$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

21. $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 3$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

22. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 4$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

23. $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 4$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

24. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 5$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

25. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 0$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

26. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

27. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

28. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

29. $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix}$

30. $\begin{pmatrix} 9 & 10 \\ -6 & -7 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 3$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \end{pmatrix}$

31. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 4$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

32. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 4$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

33. $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 4$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

34. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 5$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

35. $\begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

36. $\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

37. $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

38. $\begin{pmatrix} -1 & -4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

39. $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

40. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

41. $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

42. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 4$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

43. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 4$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

44. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 4$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

45. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 5$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$

46. $\begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 6$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

47. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 3$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

48. $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 3$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

49. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 3$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

50. $\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 4$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

51. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 4$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

52. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, , 5$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

53. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3, 5$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

54. $\begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3, 5$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2　2次 (重解あり)

$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ が $(a-d)^2+4bc=0$ を満たすようにとる.

1. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -8 & -5 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-1$(重解)　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 3 & -8 \\ 2 & -5 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-1$(重解)　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-1$(重解)　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-1$(重解)　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} 2 & -9 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-1$(重解)　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=1$(重解)　$\boldsymbol{x}_{1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
7. $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=1$(重解)　$\boldsymbol{x}_{2}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
8. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=2$(重解)　$\boldsymbol{x}_{2}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
9. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=2$(重解)　$\boldsymbol{x}_{2}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
10. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=2$(重解)　$\boldsymbol{x}_{2}=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
11. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=2$(重解)　$\boldsymbol{x}_{2}=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
12. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=3$(重解)　$\boldsymbol{x}_{3}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
13. $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=3$(重解)　$\boldsymbol{x}_{3}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$
14. $\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=3$(重解)　$\boldsymbol{x}_{3}=\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
15. $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=3$(重解)　$\boldsymbol{x}_{3}=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
16. $\begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=3$(重解)　$\boldsymbol{x}_{3}=\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
17. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=4$(重解)　$\boldsymbol{x}_{4}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
18. $\begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=4$(重解)　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3　3次 (重解なし)

$\begin{pmatrix} a & * & b \\ 0 & * & 0 \\ c & * & d \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} * & * & * \\ 0 & a & b \\ 0 & c & d \end{pmatrix}$ などの場合，$(a-d)^2+4bc$ が平方数になるようにとればよい.

1. $\begin{pmatrix} -2 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-3,-1,0$　$\boldsymbol{x}_{-3}=\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{0}=\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -2 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-3,-1,1$　$\boldsymbol{x}_{-3}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{1}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 4 & 2 & -2 \\ 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-3,-1,4$　$\boldsymbol{x}_{-3}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{4}=\begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-3,0,1$　$\boldsymbol{x}_{-3}=\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{0}=\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{1}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & -3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-3,0,2$　$\boldsymbol{x}_{-3}=\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{0}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{2}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} -3 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-3,0,6$　$\boldsymbol{x}_{-3}=\begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{0}=\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{6}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-3,1,2$　$\boldsymbol{x}_{-3}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{1}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{2}=\begin{pmatrix} -2 \\ 10 \\ 3 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-2,-1,0$　$\boldsymbol{x}_{-2}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{0}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-2,-1,1$　$\boldsymbol{x}_{-2}=\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-2,-1,1$　$\boldsymbol{x}_{-2}=\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{1}=\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

11. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & -5 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-2,-1,1$　$\boldsymbol{x}_{-2}=\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{1}=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

12. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda=-2,-1,2$　$\boldsymbol{x}_{-2}=\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1}=\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{2}=\begin{pmatrix} -9 \\ -5 \\ 3 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -8 \\ -1 & 2 & 14 \\ 0 & -1 & -5 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 0, 1$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$

14. $\begin{pmatrix} -1 & 2 & 7 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 0, 2,$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ -1 & 4 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 0, 6,$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_6 = \begin{pmatrix} -1 \\ 29 \\ 19 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

17. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 1, 3$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

18. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 1, 3$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 0, 1$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

20. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 0, 1$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

21. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 0, 1$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

22. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 0, 5$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix}$

23. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

24. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -3 & -1 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

25. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & -4 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

26. $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 3 & 4 & 2 \\ -3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

27. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

28. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 2$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

29. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 3$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

30. $\begin{pmatrix} 0 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 3$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

31. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 3$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

32. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1, 4$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

33. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 1, 2$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

34. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 1, 3$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

35. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

36. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 1, 7$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_7 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

37. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

38. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 3, 5$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

39. $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

40. $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 5 & -2 \\ -3 & 9 & -3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

41. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

42. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -4 & -5 & 6 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

43. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

44. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

45. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & -2 \\ -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

46. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \\ 2 \end{pmatrix}$

47. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

48. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$

49. $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 10 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

50. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

51. $\begin{pmatrix} 6 & -11 & 6 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

52. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$

53. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix}$

54. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$

55. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & -3 \\ 3 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 6 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix}$

56. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

57. $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 4$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \\ 7 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

58. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 4$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

59. $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 5$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

60. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 4, 6$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 11 \\ -6 \\ 15 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_6 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 5 \end{pmatrix}$

61. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 6 & -11 & 7 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 3, 4$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$

62. $\begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ -2 & 8 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 5, 7$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_7 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$

4　3次 (二重解，対角化できる)

1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -3,\ 3$(重解) $\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -3,\ 1$(重解) $\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

6. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

7. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

8. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0,\ 3$ (重解) $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

9. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ -3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0,\ 3$ (重解) $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = s\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$,

10. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 \\ -3 & -5 & -3 \\ 3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ -2$ (重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-2} = s\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

11. $\begin{pmatrix} 4 & 0 & -6 \\ 3 & -2 & -3 \\ 3 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ -2$ (重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-2} = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

12. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ -2$ (重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-2} = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

13. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -4 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ -2$ (重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-2} = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,

14. $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ 0$ (重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_0 = s\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,

15. $\begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ -6 & 4 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = s\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$,

16. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & -4 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_2 = s\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$

17. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ 4$ (重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_4 = s\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$

18. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ -1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_{-1} = s\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & -6 \\ 3 & -1 & -3 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ -1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_{-1} = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

20. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$

21. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$

22. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 2 \\ 1 & -3 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$

23. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$

24. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}\ \boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix},$

25. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3, 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$

26. $\begin{pmatrix} 5 & 6 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_2 = s\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix},$

27. $\begin{pmatrix} -1 & 6 & 3 \\ -2 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_2 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$

28. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 4,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix},\ \boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix},$

29. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ -2 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 6,\ -3$ (重解) $\boldsymbol{x}_6 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-3} = s\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

5　3次 (二重解，対角化できない)

1. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -8 \\ -1 & -3 & 5 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -3, -1$(重解) $\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$(対角化できない)

2. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ -1 & -3 & 0 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2,\ -1$ (重解) $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$(対角化できない)

3. $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -4 \\ -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 1$(重解) $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

4. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 7 \\ -9 \\ 10 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

5. $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1,\ 3$ (重解) $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$(対角化できない)

6. $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$(対角化できない)

7. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2$(重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

8. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1,\ 2$(重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$(対角化できない)

9. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ -1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

10. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$(対角化できない)

11. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$(対角化できない)

12. $\begin{pmatrix} 0 & -4 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 1$(重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

13. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 1$(重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

14. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 1$(重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$(対角化できない)

15. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

16. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$(対角化できない)

17. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

18. $\begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 3$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

19. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2,\ 3$ (重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

20. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3,\ 1$ (重解) $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$(対角化できない)

21. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

22. $\begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

23. $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 4,\ 2$ (重解) $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

24. $\begin{pmatrix} 8 & -8 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 8,\ -1$ (重解) $\boldsymbol{x}_8 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$(対角化できない)

6　3次 (三重解，対角化できない)

1. $\begin{pmatrix} -3 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2$ (三重解) $\boldsymbol{x}_{-2} = s\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -4 \\ 2 & 4 & -6 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2$ (三重解) $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 0 & -4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -4 & -2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1$ (三重解) $\boldsymbol{x}_{-1} = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ -5 & 1 & -2 \\ -4 & 2 & -3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1$ (三重解) $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1$ (三重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1$ (三重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1$ (三重解) $\boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} -1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1$ (三重解) $\boldsymbol{x}_1 = s\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1$ (三重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1$ (三重解) $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

11. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2$ (三重解) $\boldsymbol{x}_2 = s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

12. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2$ (三重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} 5 & -8 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2$ (三重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

14. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2$ (三重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -7 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2$ (三重解) $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2$ (三重解) $\boldsymbol{x}_2 = a \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

7　2 次対称行列

$\begin{pmatrix} a & b \\ b & c \end{pmatrix}$ に対して，$(a-c)^2 + (2b)^2$ が平方数となるようにとる．

1. $\begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -5, 8$ $\boldsymbol{x}_{-5} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_8 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -3, 2$ $\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -3, 5$ $\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 4$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 6$ $\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_6 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -1, 3$ $\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 2$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 5$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 6$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_6 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

11. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, 4$ $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

12. $\begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 3, 5$ $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

8　3次対称行列（重解なし）

1. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, 0, 3$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 4 & 3 & -4 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -3, 3, 9$　$\boldsymbol{x}_{-3} = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_9 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -2, -1, 4$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 6 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -2, 1, 7$　$\boldsymbol{x}_{-2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_7 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -1, 0, 2$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -1, 1, 2$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -1, 1, 2$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -1, 1, 2$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

9. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -1, 1, 5$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

10. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -1, 2, 5$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

11. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = -1, 3, 4$　$\boldsymbol{x}_{-1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

12. $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = 0, 1, 3$　$\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$　固有値 $\lambda = 0, 1, 3$　$\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$,　$\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

14. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 1, 3$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 0, 4, 6$ $\boldsymbol{x}_0 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_6 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

16. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

17. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 3$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

18. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 4$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

19. $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 4$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

20. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 2, 5$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_5 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

21. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 1, 3, 4$ $\boldsymbol{x}_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

9　3 次対称行列（重解あり）

1. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 2, -1$(重解) $\boldsymbol{x}_2 = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-1} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

2. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 4, -2$(重解) $\boldsymbol{x}_4 = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-2} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 5, -1$(重解) $\boldsymbol{x}_5 = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-1} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

4. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -2, 1$(重解) $\boldsymbol{x}_{-2} = a \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = b \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + e \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

5. $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 2 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = -5, 1$(重解) $\boldsymbol{x}_{-5} = a \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = b \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + e \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

6. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 4, 1$(重解) $\boldsymbol{x}_4 = a \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = b \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

7. $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 8, -1$(重解) $\boldsymbol{x}_8 = a \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_1 = b \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 1 \end{pmatrix}$

8. $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$ 固有値 $\lambda = 5, -1$(重解) $\boldsymbol{x}_5 = a \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{x}_{-1} = b \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = d \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + e \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$